Б А К А Л А В Р И А Т

С.А. Горбушин

КАК МОЖНО УЧИТЬ ФИЗИКЕ

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ

У Ч Е Б Н О Е   П О С О Б И Е

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ – БАКАЛАВРИАТ
серия основана в 1996 г.

С.А. ГОРБУШИН

КАК МОЖНО УЧИТЬ ФИЗИКЕ:
МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ФИЗИКЕ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Рекомендовано УМО по образованию в области подготовки педагогических кадров в качестве учебного пособия для осуществления образовательной деятельности по направлению 44.03.01 (44.03.05) «Педагогическое образование»

Москва
ИНФРА-М
2016

УДК 372.853
ББК 74.26
Г67

ФЗ № 436-ФЗ	Издание не подлежит маркировке в соответствии с п. 1 ч. 4 ст. 11

Автор:
Сергей Александрович Горбушин, учитель физики ГБОУ «Гимназия № 1514»

Рецензенты:
В.А. Овчинкин, канд. техн. наук, доцент, преподаватель кафедры общей физики МФТИ;
Н.С. Пурышева, д-р пед. наук, профессор, заведующая кафедрой теории и методики обучения физике МПГУ

Горбушин С.А.
Г67 Как можно учить физике: методика обучения физике : учеб. пособие / С.А. Горбушин. — М. : ИНФРА-М, 2016. — 484 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа http://www.znanium.com]. — (Высшее образование: Бакалавриат).

ISBN 978-5-16-010991-6 (print)
ISBN 978-5-16-103022-6 (online)

Настоящее учебное пособие предназначается студентам физических специальностей педагогических вузов (направление 44.03.01 (44.03.05) «Педагогическое образование»). Подробно рассмотрен методический аспект изучения всех основных разделов современной школьной программы по физике. Особое внимание уделено методическим вопросам формирования у учащихся навыка решения задач — как типовых, так и повышенной трудности. В отступлениях затронуты как методические, так и общепедагогические проблемы, с которыми неизбежно сталкивается любой профессионал, работающий с детьми.

Книга также будет полезна практикующим школьным учителям и при этом не только физики.

УДК 372.853
ББК 74.26

Материалы, отмеченные знаком , доступны в электронно-библиотечной системе znanium (www.znanium.com)

ISBN 978-5-16-010991-6 (print)
ISBN 978-5-16-103022-6 (online)

Подписано в печать 25.11.2015.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Newton.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 30,25.
Тираж 500 экз. (I—100). Заказ № 14625
ТК 364400-508495-251115

Отпечатано в типографии ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1
Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29

Выпускникам математических классов
гимназии № 1514 – с благодарностью

К ЧИТАТЕЛЮ

Автор исключительно признателен доценту В.А. Овчинкину и профессору Н.С. Пурышевой за благожелательный отзыв о настоящем пособии, а также Е.А. Выродову и С.А. Рябчуну, которые были его первыми читателями и также одобрили данный опыт.

Бесконечная признательность нашим выпускникам Т.А. Григорьеву, А.А. Корочкину, С.А. Миронову, А.Д. Попеску, А.И. Хирьяновой за огромную и неоценимую помощь в работе над этой книгой.

Наконец, особо хочется отметить роль Л.В. Великовой – человека, без участия которого эта книга вряд ли увидела бы своего читателя.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Один мой знакомый, у которого на тот момент было двое маленьких детей, сказал, что ему совершено некогда готовиться к урокам, и попросил объяснить по телефону в двух словах, как рассказать колебания. Вообще, вопрос «как ты это даешь?» — самый распространенный и среди профессионалов в расшифровке не нуждается. Естественно, и по телефону-то говорить у него времени не было — посему и это «в двух словах» надо было сделать очень быстро. Сказав в ответ, что в нашей профессии рожать необязательно, поскольку они и так в изобилии бегают по коридору, я вынужден был начать что-то формулировать. В тот момент я понял, что нашему брату только так и можно — «быстро и в двух словах». Не буду тратить время на пространные заверения, что можно учить (и научить!) иначе — не так, как я. Это понятно. Хочется отметить другое: так, как это описано здесь, — результативно, это уже проверено. А посему начнем.

Специфика будет состоять в следующем. Представим себе ситуацию (в ней большинство моих коллег), когда времени, конечно, больше, нежели «по базе», но совершенно незначительно, а научить хочется не то чтобы всему (можно заметить, что *всему* хотят научить только дилетанты), а чтобы *решали задачи*. А у вас в каком-нибудь девятом или десятом не два, конечно, часа и не три, но и не шесть. К примеру, четыре, как у нас. А хочется, чтобы решали — и не Рымкевича, естественно.

Гольдфарб-Бендриков — это понятно. Но чтобы и Савченко иногда. И со звездочкой. И на олимпиадах. И не только на окружной. Чтобы и МФО, и «Ломоносов», и все на свете... А у вас пусть и не два, и даже не три, но и не шесть. В чем может быть спасение? В акцентах. Сразу учить *понятно*, не путать их, не кружиться попусту и не распыляться. Им должна помогать *ясность*, достигаемая вашей четкостью, на всех абсолютно этапах. Оговоримся: книга, естественно, предназначается для начинающих или, так скажем, нуждающихся в ней; коллеги, имеющие более пяти победителей «на городе» и выше либо более пяти часов в неделю, должны отложить этот труд подальше от себя и сохраненное время употребить на то, чтобы объяснить детям еще одну «Савченко со звездочкой». И еще одно важное обстоятельство — имеется в виду, естественно, научить их на таком уровне *массово*. Только безнадежный дилетант может гордиться одним «продвинутым» клиентом в ничего не понимающем и ненаученном классе. Существует старый учительский афоризм, что если двойки по горизонтали — дело в ученике, а если по вертикали — в учителе. Так вот, с пятерками, увы, та же история. Речь не о том, что в классе можно научить всех, отнюдь, но если в классе до этого самого уровня — «Ломоносова» и МФО — научен *один* — будьте уверены, учитель тут ни при чем, этот научился бы и без вас; мало того, скорее всего, так оно и было. После столь мрачного (так уж получилось) завершения вступительной части, пора наконец перейти к делу. Тем более что времени, как мы говорили, у нас мало.

Раздел I
МЕХАНИКА

Единственный раздел, легко охватываемый единой логической схемой: есть четкая задача; все составляющее содержание раздела подчинено ее решению, каждый фрагмент — шаг на пути ее решения. Именно в связи с этой ясной структурой раздела возможно организовать исключительно структурированное его изложение; в других разделах этой четкости, увы, не будет — тем ценнее не упустить ее здесь. Естественно, речь идет о так называемой *основной задаче механики*. Требуется найти положение тела (тел) относительно других тел в пространстве с течением времени. Несмотря на то что решили не медлить, на этом все же стоит сделать короткую паузу. В каком смысле — «найти положение тела»? Взять и измерить! Линейка существует — в чем проблема? Так вот, если восьмой класс прожит недаром, ответ вы должны получить буквально в течение минуты. Естественно, «найти» — это не «измерить», а «предсказать». Цель науки состоит в получении *предсказаний* — лишь *таким* знанием мы в принципе можем воспользоваться. Смысл состоит в том, чтобы узнать, где тело будет *до того*, как оно там окажется. Об этом подробнее — дальше (а лучше — у Фейнмана).

Дальше всё — введение основных понятий, векторный аппарат, впоследствии задачи — рассматривается в контексте основной задачи. Если речь идет о положении тела, то его надо как-то выражать численно (поскольку предсказывать требуется в конечном итоге числа) — отсюда координаты, система отсчета (СО) и т.д. и т.п. Далее, поскольку $x = x_0 + S_x$, $y = y_0 + S_y$, от задачи предсказания координат мы, по сути, переходим к задаче о нахождении проекций перемещения на оси. Дальше — ясно. Задачу об отыскании S_x (о проекциях на y и z мы для краткости говорить не будем) надо решить для различных движений. Стало быть, надо рассмотреть виды движений (безотносительно условий, в которых реализуется то или иное), но при этом под «рассмотреть» понимается нечто абсолютно конкретное, а именно — как выглядит решение основной задачи. Где-то в процессе — к примеру, на этапе основных понятий — у нормального ученика должно возникнуть законное недоумение: «Опять! В 7-м же вроде уже было!» Полезнее оставить его с этим недоумением: во-первых, оно создает собой некоторую полезную интригу (а интрига в нашем деле полезна всегда — если, конечно, впоследствии разрешается ясным образом), а во-вторых, вспомним: у нас совершенно нет времени! Где-то здесь возможен вопрос о месте *динамики*, коль скоро основная задача решается кинематическими формулами совершенно. Ответить лучше опять же в русле задачи. Для кинематических формул требуется *ускорение*. В рамках кинематики оно предполагается заданным, но, вообще говоря, оно неизвестно. Предсказание ускорений есть, таким образом, функция аппарата динамики. С *законами сохранения*, как ни странно, будет проще. Кинематика и динамика представляют законченную конструкцию, законы же сохранения являются некой альтернативой. В свое время нужно будет пояснить, что вид сил, по которым отыскивают ускорения, во многих случаях неясен и динамико-кинематическое решение сильно затруднено; в этих случаях для получения предсказаний особенно полезны законы, указывающие, что у нас в распоряжении имеются некие инварианты, благодаря чему... — ну, и так далее...

Пройдет время, и ученик, безусловно, поймет, что «жизнь богаче книги», отнюдь не во всех задачах находятся непременно координаты, не все задачи решаются «в лоб», существует масса методов и уловок. В конце концов существуют комбинированные задачи, где требуется, к примеру, динамика в сочетании с законами сохранения и т.п. И все же четкость оформления раздела поможет в главном — а именно в упорядочивании восприятия, в ощущении того, что «все по полочкам», — трудно вообразить, что для ученика может быть полезнее и приятнее, чем это.

Глава 1
КИНЕМАТИКА

1.1. РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Итак, главный акцент — *решение основной задачи*. Вывод формул, вопросы по теории — потом задачи. Прервемся на

отступление 1-е

УРОК

Не забудьте — у нас мало времени! Не надо уж так пугаться жанра лекции — в конце концов когда-то им все равно надо к нему привыкать, а альтернативные формы *фронтальной*, как у нас принято выражаться, работы уместны на первой ступени, в 7–8-м, и о них дальше. Про необходимость ясности и доступности самой лекции мы не говорим — это напоминало бы сентенцию о преимуществах богатства и здоровья перед бедностью и болезнью. Итак, вы изложили некий фрагмент теории — большой или малый — по вашему вкусу. Лучше средний. Дальше надо четко обозначить общими словами, *какие* задачи здесь бывают. т.е. сказать о *типах* задач. Далее, переходя к некоему первому типу, вы решаете задачу подробно (но не слишком, не поймут — спросят, а времени жалко), поясняя, в чем состоит *типовой алгоритм*, т.е. на самом деле вы не столько решаете задачу, сколько демонстрируете подход. Не возбраняется делать это вместе с ними — последнее со всех точек зрения лучше, просто не со всеми типами задач и алгоритмами их решения это возможно. Исключительно важно показать *связь* типового алгоритма с изложенной только что теорией — это и будет его обоснование. После этого им предлагается *очень* простая задача — уже для самостоятельного решения. Поясним про самостоятельное решение: на это самое будет уходить до девяноста процентов нашего драгоценного времени. Обычно это происходит так: все получают задачу и решают; первый решивший, как заявляет учитель в самом начале, получает пятерку и право обнародовать решение. И это ложь. Нет, пятерку-то он получает, и даже в журнал, а вот к доске не идет. Множество раз повторив, что решение принадлежит ему, записываете — вы. Причина очевидна — учитель это сделает лучше и гораздо быстрее! (Кроме того, весьма раздражает хождение по классу во время урока — пусть даже и «по делу»).

Помимо решения, учитель записывает в углу доски имя первого решившего и рядом ставит его драгоценную пятерку. Постепенно появляется своеобразная одноразовая «доска почета» с теми, «на кого мы должны равняться». Предлагаемые задачи постепенно усложняются, вариации нарастают, но так, чтобы клиент относительно легко и быстро мог бы с ними справляться, в полном соответствии с изумительно точным изречением о том, что «обучение должно быть трудным, но посильным». В связи с последним требует отдельного пояснения слово

«постепенно» — задачи усложняются и видоизменяются *постепенно*. Не раз и не два в ответ на вопрос (можно заподозрить, на самом деле риторический) некоторых коллег «почему они у меня не решают?» приходилось, вдавшись в подробности, выяснять, что причина предельно банальна: данный тип задач просто-напросто *не отработан*. На аккуратное замечание об этом следовало неизменное «мы решали и много!». И только детальная конкретизация выявляла суть. Допустим, речь идет о динамике. Учитель долго и вдохновенно объяснял, что надо расставить силы, затем первой задачей был брусок, ускоряющийся по столу, второй — первая космическая скорость для планеты массой M, радиуса R, третьей — сложная система блоков с двумя подвижными. Ничего, кроме отвратительной сумятицы, в голове ученика после этого быть не может; и хотя три типа динамических задач затронуты — не отработан ни один, и время, вне всяких сомнений, потрачено впустую. У них сформировано вполне осязаемое раздражение: то ли этот (эта) совсем научить не может, то ли предмет такой, что в нем понять ничего нельзя... Первое: задач, чтобы все было действительно «постепенно», должно быть решено *много*, очень много, и второе: кроме этого, они должны быть *сгруппированы по типам*, чтобы вариации в дальнейшем уже не пугали, ученик видел бы в незнакомой задаче единственное, что в ней есть, — компиляцию знакомых.

Наконец, наступает момент, которого «продвинутые», как принято теперь говорить, ученики давно ждут. Предлагается задача, по крайней мере, внешне — другая совершенно. Конечно, она не другая, куда там, но применить алгоритм «в лоб» уже не выходит. Надо (извиняемся за трюизм) *подумать*. Эта задача, кстати, может быть «на две пятерки». Можно открыто предупредить учеников, что это — «задача на метод», и знающему метод мало почета от того, что он ее решит. Но они-то решают ее — впервые, им-то метод предстоит — выдумать! Конечно, на две. Разумеется, в дальнейшем за задачу на этот метод — пятерка и не больше, но пока-то прием неизвестен! Тут самое время им сказать, что в подобном случае — не типовом — цель, как правило, не в том, чтобы уйти от типового алгоритма, а строго в обратном: во что бы то ни стало *реализовать его*! Пусть решают, и не беспокойтесь — решат. Если не решат, а решение в результате приходится излагать вам, знайте, «постепенно», о котором говорилось, все ж так и не удалось, увы.

Еще два замечания. Первое: «предъявляется задача» — как? Как угодно. Как удобно им — и учителю, как позволяют возможности. Хоть бы и при помощи интерактивной доски, хотя это, конечно, при решении задач — последнее дело: ничто не отвлекает учеников так, как различные игрушки, совершенно не нужные для непосредственной работы. Можно называть номер в задачнике, который у них на столе (проследив, конечно, чтобы эта задача не оказалась там разобрана, — выйдет глупо), или записывать краткое условие на доске и прочитывать бесчисленное количество раз.

И второе: ревнители всеобщей справедливости могут возразить против такого невероятного наплыва пятерок, да еще за одну решенную задачу. Практика показывает — ровным счетом ничего страшного. Все дело в том, что вы проводите *огромное* число самостоятельных работ всех видов и у вас много колонок; удельный вес этих пятерок («за доску») в этом случае не так уж велик. Огромное же (даже не «большое»!) число самостоятельных работ требуется отнюдь не только для «наполняемости оценок» и даже в основном не для этого. Но это — тема следующего отступления.

Итак, поиграв в формулы и графики (по графику проекции скорости сделать проекцию ускорения и координату), — скорее к задачам. Графики — очень важно. Нужно непременно обсудить с ними, что в графике проекции скорости проекция ускорения — численно тангенс угла наклона, а проекция перемещения — площадь. После — несколько графиков на пятерку, возвысив эти упражнения на первое время до статуса задач. Именно тут ученик наконец действительно понимает, чем же все-таки скорость отличается от ускорения, или не понимает этого уже никогда — до того момента, когда, ужаснувшись положению дел, зимой 11-го класса ему это все — к безмерному позору учителя — объяснит репетитор.

Наконец, задачи. Не надо вообще заниматься равномерным движением, после графиков с ним все будет понятно и так, оставим также на потом преобразования Галилея — этот вопрос гораздо сложнее всех этих $x(t)$ и $v_x(t)$; кроме того, введенный сейчас, он будет «разрывать логику». Занимаемся сразу движением равноускоренным. Решаем вместе «задачу задач» этой темы: скорость в одну сторону, ускорение — в противоположную. Найти все, что возможно. Некоторые трудности предстоят со знаками. Ученики должны в конечном итоге понять следующее: нас интересуют *скаляры*: x, t, v_x и т.д. — именно поэтому мы работаем с *проекциями*. И если эта мысль была им ясна, когда еще соответствующие формулы выводились на графиках, то теперь — на задачах — они должны усвоить следующее. В каждой конкретной ситуации мы *выражаем проекции векторов через их модули*, в результате чего у нас появляются *знаки*. Понявший вот это «выражаем проекции через модули» и будет способен решать про всякие тела, брошенные под углом к горизонту. Проверяется, наступило ли это понимание, легко. Формула: $v_x = v_{0_x} + a_x t$. Спросите, когда перед вторым слагаемым минус. Большинство (первый раз) скажут «когда вектор $\boldsymbol{a}$ против оси». Они, естественно, пока ничего не понимают; тот, кто ответит «никогда», все понял.

Свободное падение. Нас оно интересует безотносительно к тому, почему там g и откуда оно берется, — просто как пример равноускоренного движения (про g им следует сказать без объяснений, сославшись на опыт — принципиально «не сбивая логику» и оставив до динамики все остальные разговоры). Задача, аналогичная разобранной, — тело брошено вертикально вверх, «найти всё», пусть она будет «на пятерку». Здесь появляется первая (за весь раздел их будет порядка десяти) так называемая «задача наизусть». Ее, как понятно из названия, следует-таки выучить наизусть. Мы плавно подошли к моменту, когда будет уместно

отступление 2-е

КОНТРОЛЬ НА УРОКЕ

Его должно быть как можно больше. Не надо никаких масштабных контрольных раз в полугодие, нет — самостоятельные работы! *Как можно чаще*. Во-первых, это способ своевременной диагностики: если они не усвоили, вы понимаете это немедленно, а не через месяц, когда уже непонятно, что с этим делать, потому что вы, видите ли, «ушли вперед». Во-вторых, если в самостоятельные всегда входят задачи, аналогичные разбиравшимся на уроке, ученики будут отчетливо понимать: не усвоят метод сегодня — не напишут работу завтра; усвоят — почти наверняка (на четверку — уж точно) напишут и без усилий. И только, в-третьих, у уважающего себя учителя оценок должно быть много. Итак — самостоятельные. Что они из себя представляют? Обычная самостоятельная выглядит так.

1. Фрагмент теории или «задача (задачи) наизусть». Это так называемое задание «на два — не на два». То есть, если пишешь его и ничего больше — все равно «не два»; три, хоть с двумя минусами, но не два. Однако — принципиальный момент — если пишешь что угодно (хоть все остальное) *без* этого задания — сразу «два», ничего кроме двойки. (Учитель вообще говорит, что если задание «на два — не на два» с ошибкой, то дальше уже ничего не читает, врет, конечно).
2. Задача типовая (должно решить большинство).
3. Одна — две задачи сложнее (решают не все).

На всё — 10–15 минут. Вопросов, как правило, не возникает. Ну, т.е. возникают, но в самом начале, и сразу вполне однозначно проясняются. С какой степенью подробности воспроизводить теорию? С той, с какой это было на уроке. Что было без вывода (такое в профильном классе желательно минимизировать) — без вывода, что выводилось — выводится. Определения — словами и формулой. Рисунки — везде, где можно, они приветствуются, а уж где необходимы — не разговор, в этом случае отсутствие рисунка приравнивается к отсутствию всего задания. Выводы формул — «как мы или как в учебнике?» Как угодно. (Иногда — непременно и так, и так.) Писать такие самостоятельные надо через урок, самое редкое — через два на третий; выгадывать время за счет них — безумие, и путь к большим проблемам в дальнейшем.

Тьма предметников предпочитают (так и хочется заподозрить — сознательно) жить в мире иллюзий. Главное — провести эффектный урок, а отнюдь не научить — как на конкурсе «Учитель года». (Удивительное, кстати, мероприятие, как будто бы специально путающее понятия «эффектный» урок и «эффективный».) Особенно страшны дилетанты, гордящиеся, что было немыслимо увлекательно. Фейерверк. Именно у таких дети, в конце концов, как показывает практика, не знают ничего вообще. Притом, что на уроке им было интересно, да не просто часто — почти всегда! Самое любопытное состоит в изумлении такого «наставника», когда, рано или поздно, все обнаруживается. Как не вспомнить заголовок одной популяризаторской книжки, известной в стародавние времена: «Бегство от удивлений». Прекрасная формулировка, практически девиз в нашем ремесле. Но — к делу.

Самостоятельные проверяются к следующему, разумеется, уроку и быстро разбираются на доске — все, кроме, возможно, тех задач, которые были решены всеми и кроме, конечно (это принципиальный момент), заданий «на два — не на два»: там разбирать нечего — прежде чем фрагмент теории или задача получит этот статус, много-много раз задается вопрос, не нужно ли что-то еще в этом дополнительно пояснить. Самостоятельные на листочках. Листочки можно отдать, но не отдавать — свой плюс: они хотят посмотреть «за что четыре» и делают это — по необходимости — на глазах учителя, точнее вместе с ним, получая на ходу комментарии даже в том случае, если выслушивание оных в их планы не входило.

Что же касается контрольных, к ним наше отношение весьма прохладное. Одна учительница литературы, помнится, так же отзывалась о масштабных сочинениях, которые ни написать, ни проверить невозможно. Склонимся в пользу небольших, но зато не просто регулярных, а *частых* самостоятельных работ. Против контрольных, которые *помимо*, возражений нет. У нас вообще все должно быть, как у математиков, начиная с образа предмета (едва ли не самое важное, если задуматься: *образ*, от этого — всё), до частностей и мелочей. Смотрящий на математику не пропадет. Не надо на географию или историю — там другое! И упаси нас во веки — от словесности! У математиков насквозь письменный предмет — и у нас тоже, у них самостоятельные что ни день — и мы туда же. Короче, «так победим». От алгебры мы чуть дальше, но к геометрии — по образу — вполне близко. Опять же, в связи с геометрией (да и без нее) уже предчувствуется нарастающий ропот: «а где же ученику говорить?» Действительно, где? А может, ему лучше помолчать? Идея не абсурдна совершенно. Хочется напомнить ревнителям, что практически все вузы, так или иначе, перешли на письменные испытания. А в иных — не худших — местах, в Физтехе например, так эти испытания не включают в себя теорию вообще, даже на бумаге: ты задачки реши — и мы все про тебя поймем. Это правильно на самом-то деле. Но хотим мы, чтобы ученик разговаривал. Да не просто — о предмете! Для этого существует зачет. Но о нем, понятно, коли на него у нас возлагаются такие надежды, отдельное отступление.

Итак, решаем задачи на равноускоренное движение (на примере свободного падения в основном, хотя и не только) — какие? Подойдет вполне и Бендриков, и Гольдфарб. Обычно так: одного решаем на уроке, из второго состоят домашние задания. О «дэзэ» пока не будем, тут, увы, снова потребуется большая степень подробности, посему отложим до соответствующего отступления. Задачники, ко-

торые непременно потребуются читателю и наверняка у него давно уже есть, составляют не ахти какой величины перечень. Для дальнейшего «введем обозначения»:

ЛРЩ — «Лебедь, Рак и Щука» — Бендриков «Задачи по физике»;
Г — Гольдфарб — «Сборник задач и вопросов по физике»;
Б — Баканина, Белонучкин, Козел и др. — «Сборник задач по физике»;
М — Меледин — «Физика в задачах»;
С — Савченко (О.Я. — во избежание недоразумений, не Н.Е.) — «Задачи по физике»;
Баум — Бауманский — Сборник задач МГТУ им. Баумана;
ВМК — Сборник задач ВМК МГУ;
МФТИ — Методическое пособие по физике МФТИ;
1001 — Гельфгат, Генденштейн, Кирик «1001 задача по физике».

И еще о принятых обозначениях, а также вообще о книжке: в самом тексте в скобках курсивом будут указаны авторы, у которых заимствуется излагаемый методический ход, представляющийся нам оптимальным, названия же соответствующих книг читатель сможет отыскать в приложении. Разумеется, мы не снабжали ссылками «общие места» — да и сами будем стараться проскакивать их побыстрее. Возможно также и то, что некий отмеченный ход встречается отнюдь не только в том источнике, который нами тут указан, но и еще много где. Короче говоря, ссылки наши будут, конечно, до некоторой степени условны.

После *теории* и *иллюстративной задачи* (задач) у нас будет каждый раз приводиться *список задач для урока*. Все задачи, естественно, решены у учителя в тетрадях, тетради пронумерованы и т.д. и т.п. (не хочется выглядеть занудой, но факт остается фактом: порядок в ученических тетрадях, увы, имеет шанс начаться исключительно с порядка в тетради учительской). И наконец, после них — задачи более или менее *сложные*. Это — те самые «*Савченко со звездочкой*», которым в свое время будет посвящено отдельное отступление.

Также просим прощения у взыскательного и нетерпеливого читателя за некоторое обилие отступлений — это будет наблюдаться только вначале и имеет очевидную цель раз и навсегда обрисовать относительно полно то, что именуется «системой работы». Понятно, что без этого перечисления номеров задач и даже решения некоторых из них, на вопрос «как же все-таки предлагается учить» — не ответить. Кстати, о разборах. Иллюстративные задачи, помещаемые после теории, будут приводиться безотносительно задачника, ибо присутствуют во всех и как раз являются «общим местом». Воспроизведение таких задач необходимо для того, чтобы было понятно, как предполагается *оформлять* и комментировать решения при объяснении на уроке. Решения задач (как и теория до этого) всегда — в этом весь смысл — будут приводиться *в точности* так, как это предлагается оформлять на доске. Последующие же номера, какие рекомендуется решать, будут, разумеется, снабжаться указанием источника.

Что касается помещаемых после номеров решений «Савченко со звездочкой», то здесь хотелось бы обратить внимание вот на что. Они исключительно ярко демонстрируют (как раз это и должны понять ученики), о чем уже говорилось: при решении сложной задачи в большинстве случаев требуется не уйти от типового алгоритма, а строго наоборот — приложить все усилия, чтобы именно его реализовать. Именно таким задачам среди всех «звездочек» мы и старались отдавать предпочтение (кроме того, мы, конечно, старались обходить задачи общеизвестные, разобранные много где до нас). Количество же затронутых задач определяется в первую очередь стремлением сохранить лучший задачник задачником, не превращая его ни в коем случае в «решебник». Нам хотелось ни в коем случае не злоупотребить любезным разрешением авторов обратиться к их непревзойденной книге, таки разобрав некоторую часть «звездочек».

Итак, представляется своевременным

отступление 3-е

ЗАДАЧИ

У нас очень мало времени — напоминаем! Скрытый ресурс — помимо оптимизации подбора самих задач — в их решении и оформлении.

Первое. Задачи можно и нужно (часто, гораздо чаще, чем это принято) решать без чисел, т.е. *в общем виде*. Не надо ловить на слове — мы не говорим *все*. Не затрагиваются, понятно, те задачи, которые на числах построены (задачи-оценки, к примеру). Речь не об этом. Просто, если в некой задаче искомая высота, допустим, 1225 м, не случится большой беды, если ученик этого так и не узнает. Тем более что к реальности это отношения все равно не имеет: на таких-то расстояниях пренебрежение сопротивлением воздуха искажает все численные результаты до неузнаваемости. А времени будет сэкономлено, поверьте, много.

Второе. Задачи можно и нужно — иногда (можно и часто) — решать не до ответа, а *до системы*. Любопытно получить все ответы, отследить, как исчезнет все, не заданное в условии, но это важно отнюдь не всегда. В конце концов совершенствование техники алгебраических преобразований — не наша задача, да и не преуспеем мы в этом сильно: нам бы свое дотянуть, куда уж нам «смежное». Вот вектора научить их использовать в физических задачах — наш хлеб, и математики тут ни при чем. Тут не надо на них кивать и ждать, пока они там все пройдут, и жаловаться — нужно быстро объяснить про вектора самим ровно то, что нам надо. Только не забудьте сказать, чтобы на математике сидели тихо и не орали, что «нам это уже все рассказывали»: во-первых, это бестактно; во-вторых, математики им действительно объясняют тему, а не отдельные востребованные манипуляции, как мы. Ничего, кстати, не может быть непонятнее и страннее, чем представление нашего брата, что математики только затем на свете и существуют, чтобы обслуживать физику, но если подобную вульгарность не позволяем себе мы, то не будут и дети.

Итак, с векторами, а также вообще с применением чего-либо математического в физике мы, однако, разобрались: это — наше. Отвечаем мы. Но иногда ответ действительно неинтересен: не нужен, лжив, невыразителен. Задача, поверьте, не пострадает. Так что — «решаем до системы». И здесь сэкономим едва ли не больше. Если и до ответа, то в обшем виде, разумеется. Если мы хотим что-то успеть.

Теперь про оформление. Пусть уберут на время физики линейки, циркули и транспортиры. При этом требование к аккуратности жесточайшее! Просто аккуратно они должны привыкнуть делать *от руки*! И никаких «полей», слова «решение», слова «ответ» («дано» пусть пишут, надо же хоть что-то оставить!). Проверка размерности — только по необходимости, ни к чему ее проверять в каждой типовой задаче. Если они задач решают много, с этим и так не будет проблем — есть ошибка в размерности или нет, они будут во многих случаях видеть сразу, без выписывания, это же вопрос навыка, в конце концов; если же решают мало — возня с размерностью сама по себе ничего не спасет. Так что соображениями размерности можно не беспокоиться, они пользоваться будут, кратчайший путь к этому не бесчисленные ее проверки, а просто навык решения задач как таковой.

Теперь о пояснениях. Не надо! Второй закон Ньютона в векторной форме — абсурд. Писать надо *сразу* в проекциях, причем, естественно, в виде, где проекции *уже выражены через модули*. Здесь важна не векторная строчка, с которой ученик все равно не работает, а хороший *рисунок*, чтобы силы были расставлены правильно, и чтобы оси не забыть. Вот записывать систему умозрительно, т.е. без рисунка, без сил и осей, — это криминал, а векторная строка — бессмысленное излишество. Ее можно написать при разборе первой задачи по динамике — единожды, не более. Тем паче негоже требовать, чтобы они каждый раз поясняли, что это — второй закон Ньютона, это — закон Бойля–Мариотта; так подумать, ну кому когда это помогло научиться решать задачи?! И зачем тогда? Больше решать — вот выход. «В школе и дома». Про дом — тема отдельная, отложим до следующего отступления.

Вольность: дабы не нарушать логику прохождения темы, не отвлекаемся на обсуждение всех особенностей криволинейного движения, в частности, на вопрос, безусловно требующий отдельного выяснения, что скорость — по касательной. В крайнем случае, если возникнет необходимость, можно предупредить открыто, что обсуждения это требует и оно непременно состоится — потом.

Именно здесь надо окончательно приучить их — навсегда! — непременно делать рисунок, четко рисовать вектора и оси. Надо прямым текстом объяснить, что рисунок в физической задаче делается отнюдь не для того, чтобы решающий и прочитывающий представлял себе рассматриваемую ситуацию (хотя, разумеется, и для этого тоже), а в основном для *последующей работы* с этим рисунком. Именно *из него* пишется та алгебраическая система, которую предстоит решать, только из него! Таким образом, это неотъемлемая часть решения — рисунок — ни больше, ни меньше. Это надо — повторимся — довести до состояния навыка именно здесь. Пока не поздно.

К ЗАДАЧАМ

Алгоритм прост: записываем $x(t)$, $v_x(t)$, *потом* думаем над задачей: что дано, что найти, каковы нюансы, вариации. Исключительно важно, чтобы ученик понял: *алгоритм — есть*! Все эти время подъема, время полета, максимальная высота, конечная скорость находятся *одинаково*. Нет, в разных задачах они будут разными (к примеру, тело брошено вертикально вверх из нуля или не из нуля), но *способ нахождения* их — одинаков!

Далее — движение равноускоренное *криволинейное*. Снова: сначала требуется записать $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$, $v_y(t)$, «а потом уже думать над задачей — что там конкретно требуется найти». Разумеется, «жизнь богаче книги», решать кинематические задачи именно так совершенно необязательно; к примеру, совсем не для всех задач необходимо выписывать все четыре формулы, много задач, решаемых вообще без этого, графически например. Разумеется, надо будет обратить внимание на «формулу без t», связывающую проекцию перемещения и квадраты проекций скоростей, на ее исключительную полезность в задачах, но и это — потом. Ученику до поры до времени, а именно на самом начальном этапе, про многообразие жизни лучше не знать. Ему лучше знать про *алгоритм*, что *есть* типовой способ для подавляющего большинства задач; про многообразие жизни он вскоре поймет и так, заботиться об этом специально совсем не надо, надо одно-единственное — решать задачи.

НА ДОСКЕ

листы № 1, 2, 3, 4, 5.

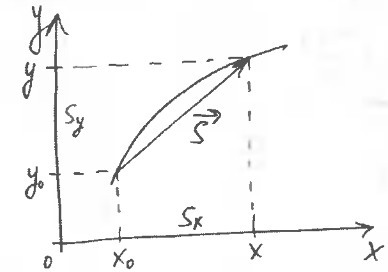
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 19, 20, 25, 29, 30, 32, 33, 34, 35, 26 (ЛРШ);
1.48, 1.47, 1.49, 1.51 (Г);
47, 50, 49, 51 (ЛРШ);
54, 59, 60, 62, 63, 64, 68, 74, 70 (ЛРШ);
1.57, 1.55 (Баум).

«САВЧЕНКО»

№ 1.2.11, 1.3.16.

Кинематика.



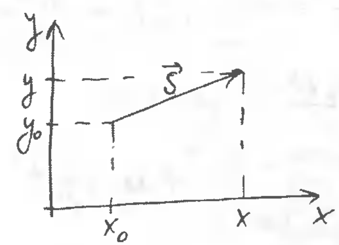
$x(t)$ – ?
$y(t)$ – ?

$S_x = x - x_0$;
$S_y = y - y_0$;

$x = x_0 + S_x$
$y = y_0 + S_y$

$S_x(t)$ – ?
$S_y(t)$ – ?

Равномерное движение



$\dfrac{\vec{S}}{t} = const$; $\vec{v} = \dfrac{\vec{S}}{t}$

$\vec{S} = \vec{v}\,t$; $S_x = v_x t$, $S_y = v_y t$

$x = x_0 + v_x t$

Неравномерное движение

$\vec{v} = \dfrac{\vec{S}}{\Delta t}$, $\Delta t \to 0$ $\left(\vec{v} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{r}\,'(t)\right)$

1

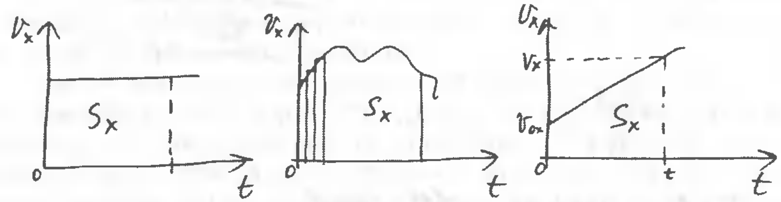
Равноускоренное движение

$$\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t} = const, \quad \vec{a} = \frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

$x(t)$ - ?



$$S_x = \frac{v_x + v_{0x}}{2}t = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2}t = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

„Ф-ла без t":

$$\left.\begin{aligned} S_x &= v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \\ v_x &= v_{0x} + a_x t \end{aligned}\right\} \qquad t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

$$S_x = v_{0x}\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} + \frac{\cancel{a_x}(v_x - v_{0x})^2}{2a_x^{\cancel{2}}} =$$

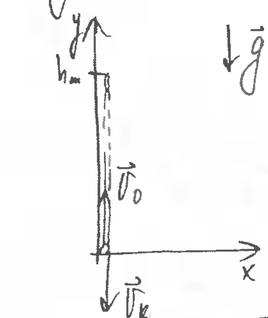
$$= \frac{\cancel{2v_{0x}v_x} - 2v_{0x}^2 + v_x^2 - \cancel{2v_{0x}v_x} + v_{0x}^2}{2a_x} = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

2

Задача № 1

Дано: v_0

$t_{под}$ - ?
$t_{пол}$ - ?
h_m - ?
$v_к$ - ?



$$\left.\begin{aligned} y &= v_0 t - \frac{gt^2}{2} \\ v_y &= v_0 - gt \end{aligned}\right\}$$

1) $t_{под}$ ($v_y = 0$) $\quad 0 = v_0 - g t_{под}$; $\quad t_{под} = \frac{v_0}{g}$

2) $t_{пол}$ ($y = 0$) $\quad 0 = v_0 t_{пол} - \frac{g t_{пол}^2}{2}$

$$t_{пол}\left(v_0 - \frac{g t_{пол}}{2}\right) = 0 \qquad t_{пол} = \frac{2v_0}{g}$$

$$t_{пол} = 2t_{под}$$

3) h_m ($t_{под} \to y(t)$),

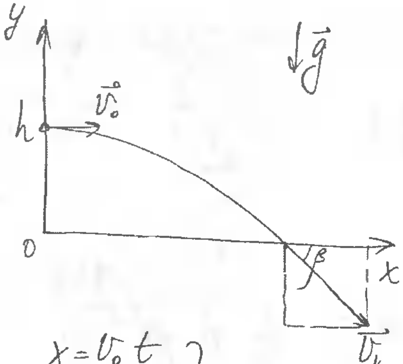
$$y = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{g v_0^2}{2g^2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

4) $v_к$ ($t_{пол} \to v_y(t)$)

$$v_{ку} = v_0 - g\frac{2v_0}{g} = v_0 - 2v_0 = -v_0$$

3

Задача № 2



Дано: h, v_0

$t_{пол}$ — ?
$v_к$ — ?
β — ?
S — ?
$y(x)$ — ?

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ v_x = v_0 \\ y = h - \dfrac{gt^2}{2} \\ v_y = -gt \end{cases}$$

1) $t_{пол}$ ($y = 0$); $0 = h - \dfrac{g t_{пол}^2}{2}$; $t_{пол} = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

2) $v_к$ ($v_к = \sqrt{v_{кx}^2 + v_{кy}^2}$), $v_{кx} = v_{0x} = v_0$

$v_{кy}$ ($t_{пол} \to v_y(t)$), $v_{кy} = -g\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = -\sqrt{2gh}$

$$\boxed{v_к = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

3) β ($\operatorname{tg}\beta = \dfrac{|v_y|}{v_{кx}}$), $\boxed{\operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sqrt{2gh}}{v_0}}$

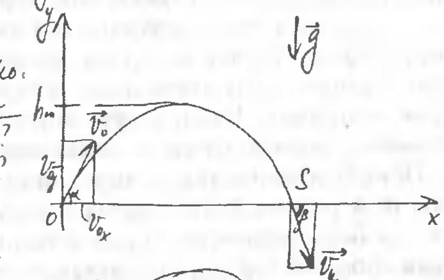
4) S ($t_{пол} \to x(t)$); $\boxed{S = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}}$

5) $y(x)$ $\quad t = \dfrac{x}{v_0}$

$$\boxed{y = h - \frac{gx^2}{2v_0^2}}$$ („парабола с ветвями вниз")

4

Задача № 3



Дано: v_0, α

$t_{под}$ — ?
$t_{пол}$ — ?
h_m — ?
S — ?
$v_к$ — ?
β — ?
$y(x)$ — ?

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ v_x = v_0 \cos\alpha \\ y = v_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{gt^2}{2} \\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt \end{cases}$$

1) $t_{под}$ ($v_y = 0$) $0 = v_0 \sin\alpha - g t_{под}$; $\boxed{t_{под} = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}}$

2) $t_{пол}$ ($y = 0$); $0 = v_0 \sin\alpha\, t_{пол} - \dfrac{g t_{пол}^2}{2}$; $\boxed{t_{пол} = \dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g}}$

$\boxed{t_{пол} = 2 t_{под}}$

3) h_m ($t_{под} \to y(t)$), $h_m = v_0 \sin\alpha \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g} - \dfrac{g v_0^2 \sin^2\alpha}{2g^2} = \boxed{\dfrac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}}$

4) S ($t_{пол} \to x(t)$); $S = v_0 \cos\alpha \dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g} = \dfrac{v_0^2\, 2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \boxed{\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}}$

S_{max} при $\sin 2\alpha = 1$, $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$, $\boxed{S_{max} = \dfrac{v_0^2}{g}}$

5) $v_к$ ($v_к = \sqrt{v_{кx}^2 + v_{кy}^2}$), $v_{кx} = v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$v_{кy}$ ($t_{пол} \to v_y(t)$), $v_{кy} = v_0 \sin\alpha - g\dfrac{2 v_0 \sin\alpha}{g} = -v_0 \sin\alpha$

$v_к = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + v_0^2 \sin^2\alpha} = v_0\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \boxed{v_0}$

6) β; ($\operatorname{tg}\beta = \dfrac{|v_y|}{v_x}$) $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{v_0 \cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$, $\boxed{\beta = \alpha}$

7) $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$, $y = v_0 \sin\alpha \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha} - \dfrac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\alpha}$

$$\boxed{y = \operatorname{tg}\alpha\, x - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2\alpha}}$$ („парабола с ветвями вниз")

5

1.2. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Проблема: у нас есть известные уже кинематические векторы $\boldsymbol{v}$ и $\boldsymbol{a}$. Выясним, как они «ведут себя» в случае движения по окружности (до этого надо пояснить, конечно, что любое криволинейное движение представимо как отрезки и дуги окружностей каких-то радиусов). Пункт первый: скорость. Логика построена на сведении к известному, а именно прямолинейному движению, где скорость вдоль траектории, которая — прямая. Именно для этого служит странное умственное упражнение по воображению движения по дуге как движений по хордам. Пока тело движется по хорде, нам все известно: скорость — вдоль этой хорды. Далее длины хорд устремляются к нулю, число их — к бесконечности, хорда «стягивается» в точку и скорость, которая «по этой хорде», оказывается лежащей на касательной.

Перед обсуждением ускорения сузим задачу. Ограничимся случаем $v = \text{const}$. Учебники один за другим именуют это движение «равномерным по окружности», внося неизбежно некоторую путаницу. И несмотря на то, что в каждом из них потом более или менее ясно написано, что это движение не равномерное ни в коем случае, путаницы вначале не избежать. Можно сразу обозвать его «условно-равномерным», чтобы соответствующее напоминание содержалось уже в названии, хотя такой термин будет исключительно вашим изобретением. Итак, ускорение при условно-равномерном движении. Лучше разбить задачу на два этапа — обсуждение того, *куда направлено*, т.е. «ускорение как вектор», и *чему равно*, т.е. вычисление модуля. Последнее есть не что иное, как вывод формулы $a = v^2/r$. О нем два слова. После соответствующей «геометрии» и всех этих «промежуточек мал», «точечки близко», «треугольничек схлопывается», «тот угол стремится к нулю, а эти оба к девяноста» вывод представляется ученикам, поверьте, изощренным бредом. Это надо пережить. Комментировать, но не оправдываться. Дать понять — любым способом, хоть ссылаясь на предстоящий в будущем матан, либо нет, либо как-то иначе, короче как угодно, что теперь им надо привыкать думать *так*. Пусть считают, что это — дурная специфика конкретного предмета, неважно. И естественно — это всегда очень способствует уважению к материалу — все выучить! И именно так, как было на уроке. Не беспокойтесь: когда те же странноватые рассуждения они увидят и в учебнике, они окончательно поймут, что предмет, как видно, «тот еще», но — уже смирившись.

Дальше — без промедления введение угловых аналогов уже знакомых величин и их краткое обсуждение. В конце можно кратко затронуть — в качестве расширения — движение произвольное, а именно ввести нормальную и тангенциальную составляющие ускорения.

1.3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГАЛИЛЕЯ

Собственно, это некоторая небольшая неточность — заниматься-то мы будем не преобразованием координат, а вытекающим из него преобразованием скорости — тем, что обычно именуется законом сложения скоростей.

Проблема понятна: известна скорость тела в одной СО, требуется узнать ее в другой (пусть для простоты движение сначала равномерное). Осознаем: называть системы отсчета «подвижная» и «неподвижная» — избыточность, которая только запутывает. Они суть «первая» и «вторая». Прижившиеся же «подвижная» и «неподвижная» описывают то, как ведут себя эти системы отсчета по отношению к некоей «третьей», которая — посмотрим на окончательную формулу — вовсе не нужна. Важно, что есть тело и две СО, подвижные *друг относительно друга*. Кроме того, разумеется, совершенно необязательно, чтобы треугольник перемещений получался прямоугольным, — он произволен. Пресловутым же примером про берег, реку и лодку вывод — уже проделанный — можно лишь проиллюстрировать, представив эту ситуацию тем, чем она и является, — частным случаем.

Надо обратить внимание на тонкость: $\boldsymbol{v}_{102} \neq \boldsymbol{v}_{201}$, а именно $\boldsymbol{v}_{102} = -\boldsymbol{v}_{201}$, не путать. Далее — задачи. О преобразовании ускорений лучше здесь вообще не говорить. Там, как мы знаем, есть своя тонкость — не все сразу.

1.4. ДВИЖЕНИЕ СО СВЯЗЯМИ

Последнее в кинематике и — самое сложное. Определим как-нибудь *связи*, к примеру устройства, ограничивающие движение. Подходов, в общем-то, два. Эти задачи решаются *преобразованиями Галилея* или же *рассмотрением «сдвигов»* (в случаях *качения* речь идет об отыскании *мгновенной оси*). Возьмем задачу про колесо (качение по неподвижной поверхности без проскальзывания). Преобразования Галилея в отдельных комментариях не нуждаются — тут все понятно по рисунку. Соображения же «сдвигов» приводят понятно к чему — так как у колеса есть единственная неподвижная точка (не центр!), то качение без проскальзывания есть вращение вокруг этой самой точки — в каждый момент эта точка соприкосновения с поверхностью. Надо объяснить, что вообще «непроскальзывание» — равенство линейных скоростей соприкасающихся поверхностей в точке соприкосновения. Дальше — ясно. В случае твердых тел при любых «сдвигах» не должно изменяться расстояние между любыми точками тела («твердость», т.е. недеформируемость); отсюда, к примеру, требование одинаковости для разных точек проекций скоростей стержня на стержень, аналогично — нерастяжимая нить.

«Лодка» где только ни разобрана, однако неистребим соблазн неверных построений. Ошибку здесь надо пояснять особо. Она состоит в том, что в неверном решении раскладывается не то, что надо, по причине перепутывания *скорости* (она-то горизонтальна по условию, ее и нужно раскладывать) и *проекции*. Неверное построение подразумевает, что лодка движется вдоль веревки и это ее движение представимо как два одновременных — вправо и вверх, тогда как на самом деле лодка движется вправо и как бы участвует в двух движениях, а именно — вдоль нити и перпендикулярно ей по дуге окружности с центром на блоке. Полезно объяснить и иное построение — с малым смещением. Ученику представляется возможность снова встретиться с уже смущавшими его однажды странными соображениями про «стремление этого к нулю, а этих обоих — к девяноста».

К ЗАДАЧАМ

В криволинейном движении требуется, по сути, лишь совершенно ясное представление о том, что скорость — по касательной, ускорение — в центр (если движение условно-равномерное!). И как всегда, формулы, особенно формулы связи угловых величин и линейных, в первую очередь — скоростей.

Далее нужно втолковать клиенту, что если он использует преобразование Галилея, это сложение скоростей *надо рисовать*! Записывать его аналитически в этих задачах бессмысленно! Именно и только *из рисунка* будет понятно, какие аналитические строчки составят систему. Точно так же отыскание мгновенной оси вращения опять же требует рисунка, и здесь также все строчки — из него. Дополнительные построения уже другие, но они столь же необходимы.

НА ДОСКЕ

листы № 6, 7, 8, 9, 10, 11.

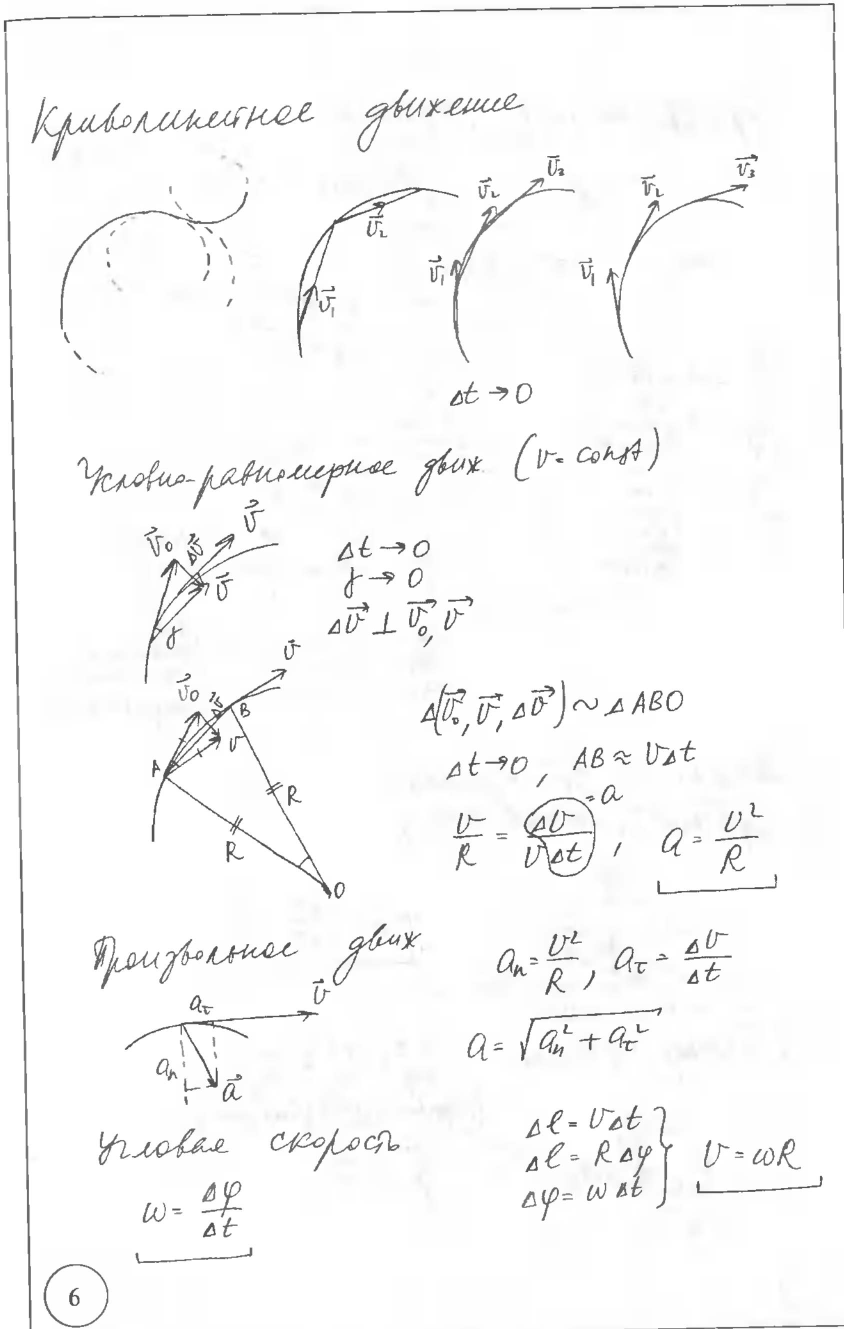
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 76, 77, 79, 83, 3, 7 (ЛРЩ);
1.17 (Г);
1.5.2 (С);
1.10, 1.12, 1.11 (Раз задача, два задача);
1.5.17, 1.5.7 (Савченко).

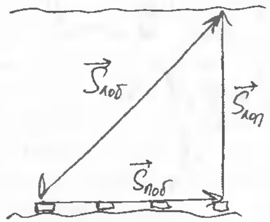
«САВЧЕНКО»

№ 1.1.11, 1.4.7, 1.1.10, 1.2.8, 1.4.14, 1.4.15, 1.5.18.

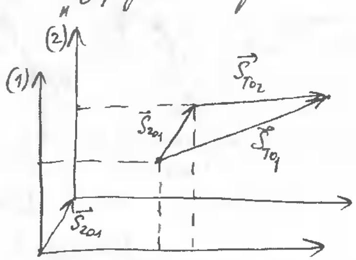
Теперь становится понятным предпочтенный порядок прохождения тем — к моменту движения со связями вся кинематика должна быть позади. Задачи вперемешку из всех пройденных тем в финале раздела — на любителя и, естественно, если найдется время.



Преобразование Галилея



„Общий случай"



$\vec S_{лоб}$ – „лодки относ. берега"

$\vec S_{поб}$ – „плота относ. берега"

$\vec S_{лоп}$ – „лодки относ. плота"

$$\vec S_{TO_1} = \vec S_{TO_2} + \vec S_{2O_1}$$

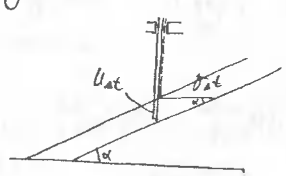
$$\frac{\vec S_{TO_1}}{t} = \frac{\vec S_{TO_2}}{t} + \frac{\vec S_{2O_1}}{t}$$ (Считаем, что $t' = t$)

$$\vec V_{TO_1} = \vec V_{TO_2} + \vec V_{2O_1}$$

„З-н сложения скоростей" („Преобр. Галилея")

Движение со связями

1) „Сдвиги" („минов. оси")

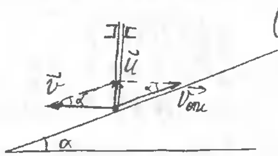


$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{u\Delta t}{v\Delta t} = \frac{u}{v}$$

2) „Преобраз. Галилея"

$$\vec V_{TO_3} = \vec V_{TOкл} + \vec V_{клO_3}$$

(„вертик.") („вдоль клина") („горизонт.")



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{u}{v}$$

7

Задача № 1 („Минимальный снос")

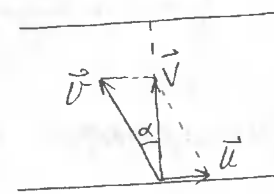
Дано:
v, u

α – ?

$$\vec V_{TO_3} = \vec V_{TO_в} + \vec V_{вO_3}$$

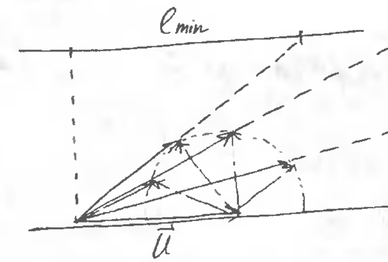
$$\vec V = \vec v + \vec u$$

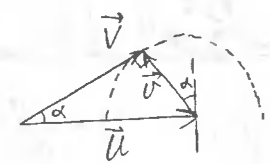
1) $v > u$



$$\sin\alpha = \frac{u}{v}$$

2) $v < u$





$$\sin\alpha = \frac{v}{u}$$

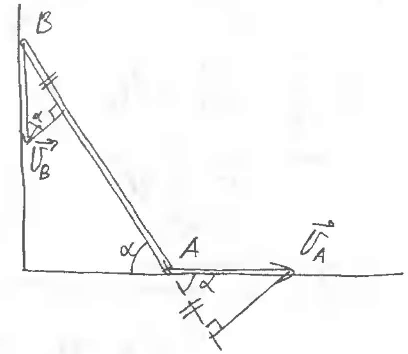
8

Задача № 2 („Стержень у стены")

Дано:

v_A

$v_B(\alpha)$ – ?



Равны проекции скоростей на стержень:

$$v_A \cos\alpha = v_B \sin\alpha$$

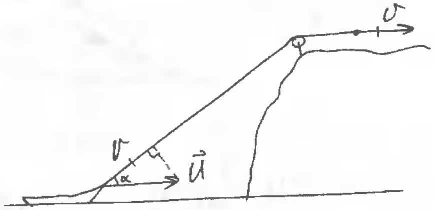
$$v_B = \frac{v_A \cos\alpha}{\sin\alpha} = \boxed{v_A\,\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

Задача № 3 („Лодка")

Дано:

$v,\ \alpha$

u – ?



$$\cos\alpha = \frac{v}{u}; \qquad \boxed{u = \frac{v}{\cos\alpha}}$$

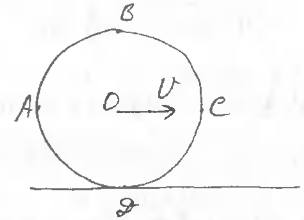
9

Задача № 4 („Качение колеса")

Дано:

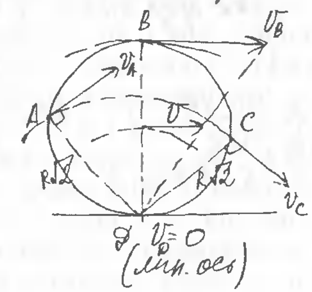
v

v_{A-D} – ?



1) „Мгнов. ось вращения"

$$\omega = \frac{v}{R}, \qquad \boxed{v_D = 0}$$



$$v_B = \omega 2R = \frac{v}{R}2R = \boxed{2v}$$

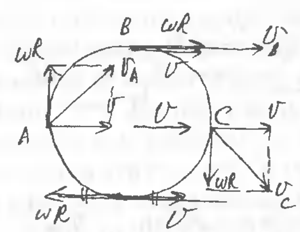
$$v_A = v_C = \omega R\sqrt{2} = \frac{v}{R}R\sqrt{2} = \boxed{v\sqrt{2}}$$

2) „Преобр. Галилея"

$$\boxed{v_D = 0} \qquad \vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{пер}} + \vec{v}_{\text{отн}}$$

$v_{\text{перен}} = v$

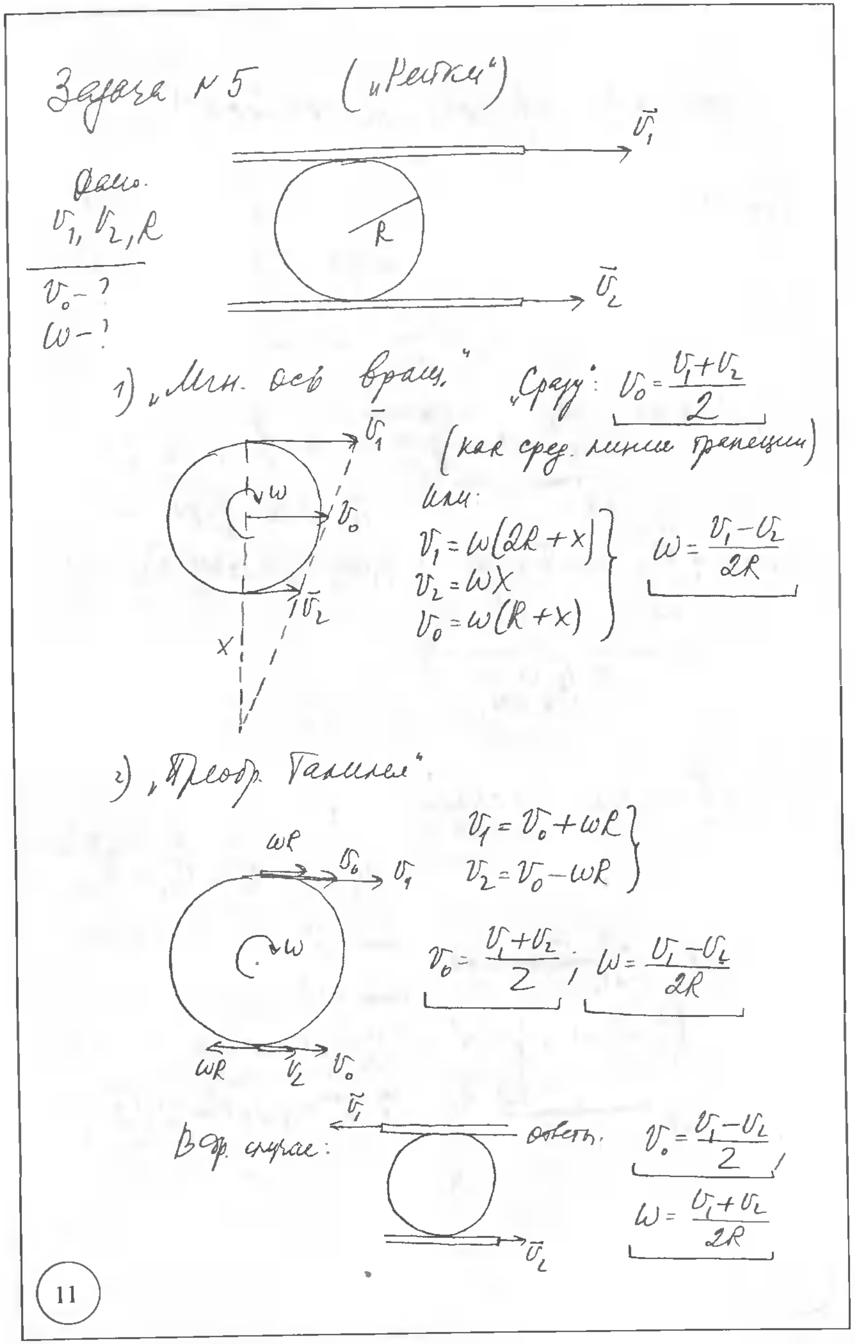
$v_{\text{относ}} = \omega R$



$$v_B = \omega R + v = \boxed{2v}$$

$$v_A = v_C = \sqrt{2v^2} = \boxed{v\sqrt{2}}$$

10



Глава 2
ДИНАМИКА

2.1. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

О месте динамики как раздела мы уже говорили: отыскание ускорений для подстановки в кинематические формулы и решение, таким образом, основной задачи.

Первый закон вызывает, как правило, устойчивое недоумение. О чем он? В чем смысл? «Есть такие системы отсчета, относительно которых тело, на которое ничего не действует или действия других скомпенсированы, движется равномерно». Ну и что? Во-первых, по возможности, не стоит — вслед за многими книжками употреблять «равномерно и прямолинейно» — это уводит от ясного понимания, что равномерно — это всегда прямолинейно («за любые равные промежутки времени равные перемещения» означает и «равные пути», и прямолинейность). Во-вторых, в этом виде (опять же взятом из школьных книжек) кроется недоразумение — *до* формулировки второго закона Ньютона и принципа суперпозиции сил понять, какие действия друг друга *компенсируют*, а какие — нет, принципиально невозможно. Таким образом, все после этого «или», за забывание какового педантичные учителя обычно снижают оценку, лишено какого-либо содержания. Именно от этого недоразумения свободна корректная — вузовская — формулировка «...относительно которых *изолированная точка* движется равномерно». То есть о компенсации ни слова — мы все равно без аппарата динамики об этом ничего говорить не можем, а его пока нет. Остается «отсутствие какого-либо действия со стороны других тел», гарантом чего выступает их бесконечная удаленность (аксиоматическая, конечно, идея). Итак, *существуют такие СО, в которых изолированная точка не имеет ускорения*. И зачем это?

Понятно, что изолированную точку никто никогда не видел и не увидит; таким образом, кстати, буквально «в лоб» проверить, есть ли все-таки эти самые СО, невозможно принципиально; все это ввергает ученика в замешательство еше более сильное, нежели схлопывание каких-то там треугольников и стремление сразу двух углов к девяноста. Идея проста — нам нужно выделить из всевозможных систем отсчета те, в которых у тел *не бывает беспричинных ускорений*, т.е. ускорений, *не обусловленных действием других тел*.

В первом законе аксиоматически утверждается, что такие СО есть. То есть существуют СО, ускорения тел в которых — *предсказуемы*, ибо *связаны со взаимодействием* тел. «Изолированная точка» —

только форма речи, способ выражения этой мысли. Является ли данная СО инерциальной, принципиально определяется тем, выполняются ли в ней наши предсказания относительно ускорений, полученные алгоритмически на основе описания данной системы взаимодействующих тел. Если на опыте ускорения «те» — мы можем сказать, что мы в инерциальной СО (ИСО). Естественно, тут все в точности, как с материальной точкой. Является ли тело точечным, определяется в конечном итоге не ситуацией как таковой, не тем, движется ли тело поступательно, и не тем, велики ли проходимые расстояния по сравнению с размерами, а *характером задачи*. Точно так же, если мы хотим найти дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, ситуация позволяет считать Землю ИСО, но только в том случае, когда ускорение, обусловливающее «беспричинное» отклонение тела на восток, в данной задаче может считаться пренебрежимо малым по сравнению с «предсказуемым» g. Если же отклонение на восток являет собой вопрос задачи — Земля для нас неинерциальная СО (НИСО), это очевидно. В первом случае задача была связана с «находимым» ускорением, и если мы получали его с удовлетворяющей нас точностью на опыте, это и являлось подтверждением, что система отсчета инерциальна. Во втором же случае задача изначально связана с ускорением, в данной СО «беспричинным и непредсказуемым». Пусть представят себе трамвай: всё — дома, деревья, столбы, пешеходы — получило вдруг одинаковое ускорение назад. Мы никогда не сможем указать его «причину», т.е. найти то тело (или тела), воздействием которого оно было вызвано. Оно возникло у тел *просто потому*, что такова выбранная нами для описания система отсчета, больше нипочему (Объяснение, что «трамвай тронулся», в СО «трамвай», разумеется, неприемлемо!) Вот и пример НИСО. ИСО здесь, к примеру, земля, в которой ускорение приобрел всего лишь трамвай. И главное — здесь мы без труда найдем силу (в данном случае — трения колес о рельсы), на которую «списывается» приобретенное трамваем ускорение, которое является, таким образом, *находимым и предсказуемым*. Итак, смысл — в выделении из всех СО тех, в которых мы и собираемся *решать задачи*, и о других СО — без отдельных оговорок — говорить не будем. Все последующее, сказанное нами, будет говориться для ИСО, в которых не бывает ускорений «просто так». Все, о чем говорилось, можно разбить на три пункта. Первый (закон инерции): *изолированная точка движется равномерно*. Второй (определение ИСО): *системы отсчета, в которых выполняется закон инерции, называются инерциальными*. И третий (собственно, первый закон — не в Ньютоновой формулировке, естественно): *ИСО существуют*. Для многих такая структура оказывается для осознания явно проще.

Далее — определение массы. Здесь, как ни странно, возможно, удобней не как коэффициент пропорциональности между силой и ускорением, а до силы (*Кикоин*). Обычно проглатывается первая фаза рассуждения — ссылка на опыт, говорящий, что для двух как угодно взаимодействующих (но только друг с другом) тел имеет место, что $a_1/a_2 = \text{const}$. Этого, конечно, недостаточно для введения массы как характеристики *каждого* тела в отдельности; обозвав эту константу как-нибудь m_{12}, можно ввести лишь характеристику данной двучастичной системы. Для опытного установления, что отношение ускорений не просто константа, а представимо в виде отношения двух других констант, требуется три тела и взаимодействия 1-го со 2-м, 2-го с 3-м и 1-го с 3-м. Опыт покажет, что всегда имеет место: $m_{12} = m_{13}/m_{23}$. Тогда мы будем иметь возможность записать $a_1/a_2 = m_{13}/m_{23}$ и далее, назвав m_{13} массой 2-го тела, а m_{23} массой 1-го, записать наконец общеизвестное $a_1/a_2 = m_2/m_1$. Лишь после этого — выбор *эталона* (пусть $m_1 = 1$ ед. массы) и окончательное определение. Во все это предлагается не вдаваться ни в коем случае и углубиться, только если кто-нибудь спросит. В отличие от 7-го класса масса у нас — не мера инертности (вернее, определением является не это), а «отношение модулей ускорений эталонного тела и данного при их взаимодействии, умноженное на массу эталона».

Второй закон Ньютона таит в себе для ученического недоумения не меньше оснований. Почему это не определение силы, а *закон*? А как тогда выглядит *определение* силы? Если $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ — *определение* силы, то, отыскивая ускорение, мы сможем получить лишь бессмысленное $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/m = m\boldsymbol{a}/m = \boldsymbol{a}$. Дело в том, что про силу мы должны знать *что-то еще*, кроме того, что она равна $m\boldsymbol{a}$, — *ее выражение*. Мы должны знать, какой функцией и от каких параметров рассматриваемой физической системы она выражена (*Фейнман*). То есть второй закон Ньютона логично сформулировать так: *произведение массы тела на его ускорение в любой момент времени равно значению некоторой функции параметров физической системы, вычисленному для этого момента*. Эта функция и будет называться *силой*. То есть силой *по определению* называется «правая часть» второго закона. Это все, естественно, приблизительный — сделанный для школы — пересказ идеи, состоящей в том, что *вторая производная радиус-вектора по времени в любой момент однозначно определяется нулевой и первой, взятыми для этого момента*, в чем и состоит суть второго закона. Это, разумеется, есть выражение в механике *принципа причинности*, утверждающего, что физическая система может быть описана «предсказательноспособно», т.е. знание состояния системы даст возможность предсказания ее эволюции (значения параметров системы в данный момент времени определяют их значения в следующий момент — вообще говоря, бесконечно близкий.) Говорить ли им это все? Как угодно. Лучше в каком-то объеме — да, иначе вы рискуете оставить их в большом недоумении (возможно, тайном) и с ощущением того, что второй закон очень странен: связывает операционально введенные $\boldsymbol{a}$ и m с какой-то невнятной $\boldsymbol{F}$, про которую ничего, кроме того, что это «мера взаимодействия», сказать невозможно. Что же требовать для «опроса»? Что $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/m$ и что силой называется мера взаимодействия, выражаемая в разных случаях взаимодействия по-разному (и потому не имеющая более конкретного универсального определения) — и всё.

Кстати, учителя часто ругают детей, которые говорят $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, и настаивают на $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/m$. Дети в ужасе затихают, переставая доверять алгебре: до этого момента они, безумные, полагали, что это — одно и то же. Учитель объясняет: ускорение зависит от силы и массы, а не сила — от массы и ускорения. В общем, понятно, о чем это он. Вторая производная радиус-вектора однозначно определяется нулевой и первой, а не нулевая и первая — второй.

Раз уж мы собрались договариваться до таких материй, снова может встать вопрос, а не ввести ли массу «естественней»: коэффициент пропорциональности между силой и ускорением (*Мякишев*). Вторая производная, как упоминалось, всегда равна некоторой функции, ей пропорциональной, т.е. отношение этой функции (силы) к этой второй производной (ускорению) постоянно для данного тела, и может, таким образом, это тело характеризовать. Это масса, т.е. коэффициент, для удобства вычленяемый из силы, — и всё. Нам представляется, что выгодность кажущаяся. Без эталона все равно не обойтись: единица массы появляется как отношение единицы силы к единице ускорения. Если с последним все понятно, то как быть с силой? Ответ тоже давно известен — постулировать закон Гука. Тогда единичная сила — сила со стороны *эталонной* пружины, растянутой на единичную длину. Методических преимуществ, в общем, нет.

Принцип суперпозиции должен быть осознан как базирующийся на опыте постулат о *независимости действия сил* — каждая действует так, как действовала бы одна. Отсюда сила, вызывающая у тела то же ускорение, что все, «вместе взятые» (назовем ее *равнодействующей*), находится простым суммированием всех (разумеется, геометрическим), т.е. не требуется учитывать влияние сил друг друга, ибо опыт говорит, что его нет.

Третий закон Ньютона для понимания не легче. Конечно, можно оставить формулировку «взаимодействующие тела действуют друг на друга силами, равными по модулю и противоположными по направлению». Главное, чтобы не «действие равно противодействию», — в этой формулировке потеряно главное: «друг на друга» — самое больное место, тот факт, что силы, составляющие

пару по третьему закону, приложены *к разным телам*. Именно здесь берет начало представление (крайне трудноискоренимое), что сила, парная по второму закону силе тяжести, — сила упругости. Если спросить сто подростков на улице — так ответят девяносто (зависит, правда, от того, в каком районе, — но несущественно). Процент будет, кстати, примерно тот же, что при ответе на вопрос, почему на Земле зима сменяет лето. Подавляющее большинство скажет, что зимой Земля дальше от Солнца, а летом — ближе. (Один наш выпускник, будучи преподавателем на геологическом (!) факультете МГУ, всегда в начале первой лекции просит студентов письменно ответить на этот вопрос — так что процент отнюдь не выдуман, так уж мы учим.) Несмотря на то что можно ограничиться «равными по модулю, противоположными по направлению» и обязательным «к разным телам», третий закон подразумевает еще кое-что. Эти силы одной природы (парная гравитационной может быть только гравитационная), одного вида (выражаются одной и той же функцией) и направлены вдоль одной прямой (это на самом деле потребуется при выводе закона сохранения момента импульса, но уже, к счастью, не нам).

Здесь перед задачами — место качественным вопросам, о них — ниже.

Принцип относительности Галилея формулируется двояко — все механические явления при одинаковых начальных условиях протекают одинаково. И как следствие этого — все законы механики во всех ИСО имеют один и тот же вид. Сознаемся: все это только плодит путаницу — потом будет якобы «принцип относительности Эйнштейна», где все то же самое будет сказано не о механике, но обо всех явлениях вообще. Интрига, понятно, состояла в том, распространять ли принцип относительности на электродинамику или нет; об этом говорить подробно придется, но не здесь. Конечно, принцип относительности всегда претендовал на всеобщность и так и мыслился Галилеем, в известном отрывке про корабль и каюту нет ни намека на выделение механических явлений. Так откуда же это странное выделение механики? Речь идет, естественно, о том, что принцип относительности — всеобщий, как он и мыслился Галилеем, объединяется с совершенно не необходимым для него постулатом об абсолютности времени — одинаковости хода часов в любых ИСО. И вот это объединение неких двух независимых положений и именуется *принципом относительности Галилея*.

Ясно, что добавление про абсолютность времени существует именно в классической механике, отсюда и возник некий странный принцип относительности, выделяющий механику из числа других разделов. Тут возникает извечный вопрос: как же учить? Лучше — по возможности (к этому, вероятно, нужно стремиться всегда) —

и так и так, т.е. объяснить, как это в учебнике, потом — как на самом деле, и вернуться к учебнику. Тогда они будут знать, что от них хотят на экзамене, опросе, зачете и т.д., но при этом будут осознавать и истинный контекст. Соединение знания о том, что надо ответить, с ясным представлением о том, что есть в действительности, и о том, почему отвечать надо так, не есть ли собственно понимание вопроса? Другое дело, что это все можно отложить на потом — до 11-го класса, ну тут уж кому как нравится.

Обратим внимание, что принцип относительности требует при переходе из одной ИСО в другую ковариантности уравнений (одинаковости вида), а отнюдь не инвариантности всех величин. То есть второй закон Ньютона должен быть того же вида — и всё. Входящие в него величины в другой ИСО, вообще говоря, могут быть другими. Подробности тут уж точно лучше оставить до магнитного поля, где всплывет этот аспект, тем более что в классической механике, где, как показывает преобразование Галилея, ускорение во всех ИСО одинаково и, стало быть, масса тоже (она определяется через ускорение), и сила должна оказаться неизменной, т.е. инвариантны и все величины.

2.2. ВИДЫ СИЛ

Остается рассмотреть виды сил, т.е. отыскать в каждом случае *функцию от параметров физической системы*, которая ее выражает, — ту самую функцию, которая, будучи вычислена в любой момент времени, равна по величине ma, вычисленной для этого момента. Именно здесь уместно сказать о прямой и обратной задачах механики. Сначала вычисляя на опыте ma и различные (вообще говоря, наугад) параметры системы, мы пытаемся угадать вид функции, затем, зная вид функции, т.е. сил, можем уже алгоритмически, по законам Ньютона предсказывать ускорение. Второе — и есть те самые динамические задачи, которые нам предстоят. Это и есть *прямая задача*. И именно прямая задача допускает строгие алгоритмы, но для этого силы принципиально должны быть известны. То есть выяснение (угадывание из опыта) вида сил, то, чем предстоит заняться сейчас, — не что иное, как *обратная задача* механики. Итак, измеряем ma — и что-то еще. И пытаемся понять, какая функция «чего-то еще» равна ma.

Замечательно это можно продемонстрировать на примере выяснения вида силы всемирного тяготения — имеется в виду наблюдение Луны. Сначала выяснится зависимость от расстояния между точками, затем — от масс. Про истинные соображения Ньютона, основанные на законах Кеплера, не стоит, это и будет совершенно неоправданная трата времени, притом что гипотетически можно ограничиться Луной. Действительно, ускорение, а значит, и сила при увеличении расстояния в 60 раз уменьшаются в 3600 раз, отсюда — «закон обратных квадратов». Дальше: из независимости ускорения свободного падения от массы тела следует то, что сила тяжести этой массе пропорциональна. Но «ответная» по третьему закону Ньютона действует на Землю — и она того же вида, т.е. также пропорциональна той массе, на которую действует, т.е. массе Земли. Кроме того, силы равны. Остается предположить, что сила эта пропорциональна обеим массам. Так и получается: «пропорциональна произведению масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними». Не забыть объяснить про опыт Кавендиша и почему это называется «взвешиванием Земли». Вывести из закона всемирного тяготения вид mg, не забыть про точечность тел или же — вывод этого, конечно, выходит за школьные рамки весьма — сферичность. Ученики должны понимать, почему мы спокойно будем применять закон всемирного тяготения для тела, к примеру, на поверхности Земли, — тело произвольной формы, но в задаче может считаться точечным, планета же считаться точечной не может, но зато она с удовлетворяющей нас точностью — шар. Никакими астрономическими отступлениями этот фрагмент сдабривать ни в коем случае нежелательно, дабы не отвлекать внимание от логической магистрали — отыскиваем виды разных сил, отложив все иные разговоры «про космос» до подходящего случая в конце одиннадцатого, где, кстати, можно будет затрагивать и астрофизические моменты, а не только небесную механику с наблюдательной астрономией. Естественно, если будет время...

Сила упругости. Ее вид составляет содержание закона Гука. Здесь не стоит отвлекаться раньше времени на виды деформаций и свойства твердых тел, оставив это для молекулярной физики, где все равно это придется затрагивать в связи с модулем Юнга и графиком $\delta(\varepsilon)$. Уместно же вспомнить градуировку динамометра из 7-го класса (и кстати, сам динамометр).

Сила трения. Предупредим, о чем мы будем говорить больше всего, — сухое трение. О вязком — после и совсем немного. Усвоить, разумеется, в первую очередь нужно то, что сила трения отнюдь не μN, а любая — от нуля до этого самого значения. Именно на этой неоднозначности величины силы трения и построены, как известно, задачи на случаи: скользит — не скользит.

Итак, вид сил, с которыми предстоят задачи, — выяснили. Но прежде чем на самом деле перейти к задачам, — поговорим подробно о так называемых качественных вопросах, которым даже посвятим

отступление 4-е

ВОПРОСЫ

Они, в принципе, бывают двух видов. Непосредственно проясняющие теорию и обсуждающие — в связи с этой теорией — различные «головоломки» в природе, технике и быту. Несмотря на кажущуюся «нераздельность», это разные типы качественных вопросов. Примеры первого типа: на тело действует сила, как показано на рисунке (больше ничего не дано), — куда движется тело? Разумеется, единственно верный ответ — неизвестно (даже неизвестно, движется ли оно вообще). Или вопрос: кто кого притягивает сильнее: карандаш Землю или Земля карандаш? (Ответ очевиден.) Примеры вопросов второго типа: почему внешний рельс на повороте выше внутреннего? как движется водометный катер? каковы причины приливов и отливов? и т.п. Короткие ответы здесь не приведешь — каждый раз это отдельное рассмотрение. Так вот, вопросы первого типа лучше разбирать *до* задач, они, в принципе, легче, а второго — *после*, они есть не что иное, как задачи, только весьма трудные. И даже когда ответ мыслится якобы в виде текста. Вопросы первого типа разбираются быстро, безо всяких пятерок или иных поощрений — и учитель всем своим видом показывает, что это всего лишь подготовительные упражнения и ошибаться здесь — немыслимо, а верный, причем даваемый моментально, ответ — нечто само собой разумеющееся. Это, разумеется, лукавство.

В начале темы, когда теория только-только пройдена и еще не обсуждалась применительно к задачам (это-то и делается при помощи таких вопросов), — ответить сразу правильно не так-то просто. И тем не менее учитель должен дать понять, что вот будут задачи — вот это да! А это — разминка. Ни в коем случае не стоит экономить время на этих вопросах — они важнейшее средство профилактики множества типовых (и в той же самой степени неизбежных) ошибок в задачах. Вопросы же второго типа — просим прощения за крамолу — в крайнем случае абсолютной нехватки времени можно не обсуждать вовсе. Разумеется, это не призыв, но, тем не менее, надо признать — ученик вполне владеет предметом и без виртуозного умения «распознавать» его в любом явлении природы. Да, владеет, если он умеет решать задачи. В задаче — простой или сложной — проглядывается некая модель (или предлагается ее придумать); и если с этой «упрощенной природой» он справляется хорошо — предмет усвоен. Ни в коем случае, на наш взгляд, не следует заниматься качественными вопросами второго типа *вместо* задач и *за счет* задач — ни в коем случае! При катастрофической нехватке времени существует вариант обсуждения таких вопросов — дабы сориентировать учеников «в жанре» — скопом в конце 11-го, перед экзаменом. Возможно — «на пятерки». Кстати, эти занятия вызывали подчас подлинный энтузиазм, что конечно же понятно. Кого не поразит, что выживание птичек на проводах можно вот так запросто объяснить. И почему деревья зеленеют, и почему солнышко блестит. Но вопросы эти годятся только «сверх» — ни в коем случае не «вместо»; они, в общем-то, не учат, они проверяют — *выучено ли*.

Вопрос о предъявлении алгоритма, как уже говорилось, чрезвычайно важный. Подобно тому как это было в кинематике, в динамике требуется предъявить алгоритм, на начальном этапе полемически заострив идею его универсальности, а потом уже рассматривать вариации. Здесь, понятно, это алгоритм «*силы — оси — система*». Разумеется, ни в коем случае не следует предъявлять эту схему как некоторую «вещь в себе», которую необходимо принять и усвоить. На простых — самых простых — задачах нужно раз и навсегда объяснить и показать, что предлагаемый алгоритм есть не что иное, как *способ применения законов Ньютона*. Строки системы — второй закон, записанный для каждого из тел, естественно, в скалярном виде через проекции на координатные оси. Конечно, все многообразие и тут — в строках системы: помимо второго закона, могут быть и уравнения кинематической связи, и третий закон, да и вообще любые формализованные соображения данной конкретной задачи, но сначала — «магистральный алгоритм». Итак, «силы — оси — система».

Предъявление алгоритма, доведенное до состояния «пароль — отзыв», рождает массу шуток в ученической среде. К примеру, при обсуждении какого-нибудь «Савченко со звездочкой» на этапе, когда они уже все понимают, многому научились и практически любого Бендрикова без труда решают, в ответ на вопрос, «что же тут предпринять», кто-нибудь с галерки иронически воспроизводит вам алгоритм. Это отличная шутка. Она показывает, что, во-первых, типовой алгоритм усвоен, во-вторых, что они прекрасно понимают: он один — все же не панацея. В алгоритме «силы — оси — система» есть что пояснить в отношении каждого пункта. Это надо сделать непременно и как можно четче.

«*Силы*». Еще раз напомним, как они рисуются, — теперь (в отличие от 7-го класса) рисовать их верно принципиально важно. Вообще, о невероятной важности верного изображения обсуждаемых векторов ученики должны были все понять еще в кинематике, где увидели, сколько всего в задачах продиктовано исключительно геометрическими соображениями, вытекающими из рисунка (какое-нибудь $\operatorname{tg}\beta = v_y/v_x$). Итак, стрелка изображается, приложенная к телу, *на которое* действует (а не «со стороны которого»). Сбои в этих материях непростительны совершенно, они однозначно говорят о том, что дети не научены абсолютно. И чтобы этого ни в коем случае не случилось, совершенно не позорно лишний раз (а то и много раз) проговорить все эти вещи совершенно явно, не смущаясь их элементарности и «очевидности». Какой куда направлен: ***mg*** — просто вниз (ну, разумеется, если в задаче Земля плоская, в противном случае, понятно, к центру шара); N — перпендикулярно опоре (все, конечно, тоньше — перпендикулярно касательной в точке соприкосновения поверхностей, не говоря уже о случаях, когда ее направление не определено, например шарнир). Сила трения — вдоль опоры (по касательной) против скольжения, возникшего или могущего возникнуть. Почему силы упругости и трения направлены так? По определению. *Нормальную* составляющую силы реакции (направленную, вообще говоря, как-то) *назовем* «силой упругости», проинтерпретировав поверхность как некую гипотетическую пружину с бесконечной жесткостью. Действительно, тогда бесконечно малые деформации вызывают конечные силы.

Тут надо объяснить, что «недеформированное» тело — это не то, которое не отвечает силой упругости на деформацию, а то, в котором не бывает конечной величины деформации. Силы упругости же, вызываемые бесконечно малыми деформациями, отнюдь не бесконечно малы, именно эти соображения и приводят к образу «бесконечного k». *Касательная* составляющая силы реакции *называется* «силой трения» также *по определению*. Отсюда ясно, что если поверхность объявлена в задаче идеально гладкой, сила реакции представляет собой исключительно «упругость» и направлена по нормали к поверхности. У нас получается, что N и $F_{тр}$ суть проекции силы реакции (она еще иногда именуется полной силой реакции). Тогда они формально *скаляры*. (В строгом смысле, конечно, нет — меняются при повороте осей, но для школьника — да.) Понятно, что можно поступить и иначе — мы так и будем делать, а именно разложить силу реакции на два взаимно перпендикулярных вектора $\boldsymbol{N}$ и $\boldsymbol{F}_{тр}$, и тогда это отдельные силы и — *векторы*. Понятно, что для решения задач последний момент совершенно непринципиален.

Как следует прикладывать силы? Ну, к примеру, брусок скользит по шероховатой поверхности к центру. Принятый в книжках способ, когда силы приложены «честно» и $\boldsymbol{F}_{тр}$, таким образом, к поверхности, часто неверен, ибо приводит к появлению вращающего момента. Если уж расставлять действительно честно, то и $\boldsymbol{N}$ нужно смещать с середины. Многие не делают эту ошибку интуитивно: кроме того, останавливает другое — неудобно изображать $\boldsymbol{F}_{тр}$ на поверхности, ибо при таком изображении не видно, *к какому телу* она приложена. Дополнительное неудобство возникает, если тут же требуется изобразить трение, действующее и на опору. Разумеется, это все совершенно необходимо делать правильно (т.е. не смещая точку приложения иначе как вдоль линии действия) *в статике*, но в динамике, где, несмотря на то что мы изображаем брусок «с размерами», реально относимся к нему как к материальной точке, проще все силы рисовать из центра.

Отдельную проблему представляет блок: почему именно так нужно изображать силы, действующие на нити со стороны него? Разумеется, мы изображаем сразу равнодействующие весьма сложно направленных сил, действующих со стороны поверхности блока, здесь при желании можно все показать честно, что равнодействующие получаются «по нитям». Но проще это понять, на мгновение представив фрагмент нити, охватывающий блок, частью самого блока — и поставить силы, действующие со стороны этого целостного «блока-с-нитью», на остальную нить. Сразу будет очевидно, что силы упругости — вдоль каждой нити от блока.

Еще одна деталь. Во избежание крайне частой путаницы при переходе к динамике лучше сразу (сказав об этом им) переучиться вот в какой важной мелочи. *К телу* лучше приучиться прикладывать исключительно *силы*, а кинематические векторы: скорость и ускорение — изображать *рядом*. Привычка рисовать от тела *все* векторы без исключения у плохо наученного клиента всегда так или иначе кончается одним — он просто складывает их все; не стоит даже косвенно провоцировать такое. Некоторые требуют от учеников изображать силы непременно карандашом и по линейке — зачем? Представляется совершенно излишним, в отличие от требования аккуратности, которое не только уместно, но совершенно необходимо. Нюансы и уточнения объяснять до задач и вне задач бессмысленно — все они прояснятся тогда и настолько, когда и насколько будут востребованы для решения.

«*Оси*». Понятно, что их *можно* направлять как угодно. Лучше сразу объяснить, как их направлять *удобно* и почему. Удобней по $m\boldsymbol{a}$ и перпендикулярно. Тогда вектор $m\boldsymbol{a}$ спроецируется на одну ось как ma, а на другую как нуль. В задачах, где ускорение предполагается «с потолка», лучше в этом же направлении и выбрать ось. Не в противоположном, ибо тогда вектор $m\boldsymbol{a}$ спроецируется как $(-ma)$ и именно этот минус и будет забыт. Чтобы о знаке перед проекцией ma не думать, ось лучше выбрать для каждого тела свою (ученик должен твердо усвоить, что это совершенно не возбраняется), направляя ее по возможности всегда по ускорению данного тела. Естественно, исключения бывают и здесь, но типовой подход — этот. Непременно надо приучить учеников изображать оси на рисунке. Первое время можно использовать известную уловку, применяемую всегда в подобных случаях. «Если оси не обозначены (или что-то там другое не сделано) — задача считается нерешенной». Не стоит злоупотреблять этой «дубиной» — ясно, что нормальный ученик после четырех-пяти уроков по решению динамических задач решит задачу про два груза, соединенных нитью, безо всяких сил и осей, но *на первом этапе* формирования навыка подобные «строгости» необходимы. А что касается дальнейшего — не надо давать не-адекватно простых задач. Задачи всегда должны быть такого уровня сложности, чтобы их невозможно было решить устно — на любом этапе. Чтобы расстановка сил и осей была *действительно необходимым* этапом. Снова в полном соответствии с упоминавшейся квинтэссенцией дидактики об идеальном обучении: «трудно, но посильно». Проблема будет все равно. Даже если всегда «кормить» их задачами, которые, не выполняя аккуратно все требования, не решишь, все равно найдется тот (а в ином случае и *те*), кто поймет все быстро, ибо *конкретно для него* эти задачи легки. Не свирепствуйте, не надо. Значит, конкретно он должен уже решать задачи сложнее. Вы ему их не дали — так что ж теперь! А то можно и охоту отбить. Все-таки, несмотря ни на что, занудства — не надо. Они должны понимать, что алгоритм — не каприз (к примеру, ваш), а так действительно удобно.

«Система». Прежде всего надо втолковать, что собой представляют ее строчки, об этом уже было — это второй закон для каждого тела в проекциях на каждую ось. Вскользь уже говорилось о бессмысленности записывания векторной строчки и всяческих текстовых пояснений. По расставленным на рисунке силам и обозначенным осям они должны записывать строчку *сразу в систему* — в *скалярном* виде, где соответствующие проекции векторов *уже выражены через их модули*. Кроме второго закона, в систему попадают, как мы опять-таки упоминали, самые разные соображения. Нам придется вернуться к связям и обсудить их не только кинематический, но и динамический аспект. Почему натяжение нити одно — на протяжении всей нити? Она *невесома*. Связь невесомости с одинаковостью натяжения на концах (и в любом сечении) надо показывать. Попутно стоит объяснить, что сила упругости нити (или сила натяжения) в принципе появляется и имеет некое реальное содержание только после того, как указано конкретное сечение, в котором ее нужно найти. Что это за сила? Это сила упругости, с которой правый фрагмент нити, деформировавшись («растянувшись»), действует на левый, а левый — на правый. Оба фрагмента, будучи «растянутыми», стремятся сжаться. «Растянутые» помещено в кавычки, поскольку здесь нас ожидает то же, что и в отношении абсолютно твердого тела, — это пружина с бесконечным «*к*», где конечные силы упругости обусловлены бесконечно малыми деформациями. Силы натяжения эти не нужно ни вычитать, ни складывать, ибо они приложены *к разным телам* — к правому фрагменту и левому. Разумеется, они составляют пару по третьему закону. Так вот, стоит рассмотреть силы, к примеру, на концах нити. Это силы, действующие со стороны грузов, — соответственно, парные по третьему закону силам натяжения, приложенным к грузам. Дальше — ясно. Если нить невесома, то равнодействующая сил, приложенных *к ней*, должна

быть равна нулю (иначе у нити было бы бесконечное ускорение); стало быть, силы, действующие на нить, равны. Стало быть, равны и парные им — т.е. силы, приложенные *к грузам*. Что и требовалось пояснить. Итак, если нить невесома, сила натяжения везде одинакова. В дальнейшем мы будем опускать индексы при T, но опасаться ставить векторы, поскольку векторы эти все-таки разные — они разнонаправленны. Впрочем, большинство учебников не обращают на это внимание — и ладно. Почему в простых задачах ускорения одинаковы, также ясно — нить *нерастяжима*.

Именно здесь, как правило, появляется *подвижный* блок. Существует «вузовский» способ нахождения кинематической связи, непосредственно эксплуатирующий условие нерастяжимости нити. Способ замечателен тем, что позволяет легко справиться с произвольным набором блоков и нитей. Но он подразумевает дифференцирование, и его лучше изложить в 11-м. За исключением, конечно, факультативного контингента, который можно обучить этому немедленно — хоть с производной, хоть без. Остальным — *массово* — в 9-м можно объяснить и проще. «Если свисает веревка и мы потянем вверх за свободный конец, то место перегиба поднимется на половину расстояния, пройденного концом». Несложно установить, что ускорения связаны так же. И главное: «вузовский» способ оперирует проекциями ускорений (не модулями, как мы), в соответствии с этим и строки второго закона должны записываться в проекциях на одну и ту же ось, и проекции должны быть оставлены именно проекциями, а не выражаться через модули, как мы привыкли. Знаки должны возникать «сами», а не браться из нашего разумения, что «если один вниз, то другой вверх». С более сложными задачами труднее. Для них либо придется объяснить-таки «вузовский» способ, либо прибегнуть к преобразованиям Галилея.

Затем — нет, не трение. К трению — весьма большой скачок. Пока скачок гораздо меньший — к динамике движения криволинейного, т.е. по окружности. Необязательно условно-равномерного. Единственное, что здесь надо втолковать исключительно внятно — алгоритм решения точно тот же, никаких изменений вообще. Единственное отличие — то, что ускорение начинает фигурировать в виде v^2/r, а еще чаще $\omega^2 r$, и время от времени нужно будет вспоминать об угловых величинах и их связи с линейными.

Наконец — задачи с трением. Они не вызовут каких-то совсем уж немыслимых затруднений, если алгоритм усвоен, и про силу трения все понятно. Понимать надо в основном то, что в большинстве задач «на трение» принципиально неизвестно, *есть скольжение или нет* (именно это, как правило, или требуется выяснить, или, хуже, впрямую не требуется, но это только камуфлирует проблему, решать которую придется все равно). И значение силы трения заранее не определено — она, как известно, может быть любой от 0 до μN. Преодоление трудностей достигается увеличением числа *очень простых*, иллюстративных задач, совместно разбираемых вначале. Отдельное затруднение — как отыскать условие «скольжения-нескольжения» в конкретной задаче. Возможное объяснение следующее. Постановим для себя, что тело *скользит* (соответственно, сила трения максимальна и равна μN), и находим ускорение, которое у тела будет *в этом случае*, после чего смотрим на ответ (эти задачи, естественно, делать «до системы» в большинстве случаев не выйдет!) и *по его виду решаем*, когда он имеет смысл, т.е. при каком условии он неотрицателен. Реально выражение для ускорения *приравнивается к нулю* — и таким способом находится, при каком соотношении задаваемых параметров происходит начало скольжения. Если условие не выполнено — тело находится в покое. (И в этом случае, конечно, не ускорение «в другую сторону», а просто сила трения не максимальная, а ровно такая, чтобы тело оставалось в покое.)

В конце — комбинированные задачи.

Ну вот, пройден некий «центральный» раздел механики, и конечно, идти дальше возможно, только если есть полная уверенность, что он усвоен (вот уж когда нельзя экономить на диагностике). Кроме того, уже накопилось сравнительно большое количество теории. «Сравнительно», поскольку в сравнении с какой-нибудь биологией, не говоря уже о географии, наш объем теории ничтожен (неплохо было бы, чтобы и они, исполнившись благодарности, это осознавали; даже в сравнении с относительно близкой во многих отношениях геометрией, мы — в выигрыше); спрашивается — как они это все учат? Этому посвящено следующее

отступление 5-е

НА ДОМ

Про «дом» придется рассказать подробно — тут, понятно, речь не только о теории и даже — если смотреть на затрачиваемое время — в первую очередь не о ней. Конечно, задачи. Вряд ли стóит задавать с урока на урок — у нас при нашем количестве часов все равно нет времени на уроке это проверять. А задавать без проверки — абсолютная нелепость, выдающая в учителе неисправимого любителя, и прежде всего для них. Не будем «передергивать», можно что-нибудь рассказать «на закуску» в последний урок полугодия — к примеру, как Максвелл придумал маятник Максвелла, но, конечно, спрашивать про это потом не стоит. Безусловно, речь здесь идет об основном материале. Ну так вот, если учитель задает задачи — он их непременно проверяет. И оптимальной при наших часах представляется следующая схема. Задается задание на неделю — 15 задач. Ученик получает листок с задачами. Либо — идеальный вариант — у каждого на руках сборник, все задачи задаются оттуда, каждый, в конце концов, решает его «от обложки до обложки». Здесь надо просто позаботиться о том, чтобы подыскать удобный задачник, и удобство его, в числе прочего, должно быть в том, что его можно эффектно решить весь. Каждый раз задание состоит из 10 задач на повторение (материал пройденный) плюс 5 на новый (т.е. текущий) материал. После того как «задач на прошлое» не останется — все 15 окажутся на изучаемое в настоящий момент. Задачник — это очень важно — не должен быть «решебником», там должны быть задачи, обязательно — ответы, может вполне быть и теория, но не должно быть решений. Если вариантов нет и в вашем распоряжении «решебник» — 15 задач, понятно, должны набираться лишь из тех, к которым приведены только ответы, нет даже «указаний»; «решебник» в полном смысле, где разобрано все, не подходит совершенно. Скажем точнее: «решебник» этот порекомендовать не только можно, но и непременно нужно — в качестве «учебника по решению задач», но те самые 15 задач на дом — не из него. То есть образцовая схема такова: ученик открывает 15 задач и решает; когда у него какая-то не получается, он открывает Бендрикова или Гольдфарба, ищет сравнительно похожую и смотрит, как она решается, после чего возвращается к своей. (Можно порекомендовать сочетание Бауманский + ВМК, по задачам первого пишутся самостоятельные работы, второй решается «от обложки до обложки» дома.) Разумеется, вариации возможны. Инвариантом является лишь основа — ученики делают дома задачи, заданные на неделю, не менее 15 каждый раз, и все проверяется.

О проверке: бессмысленно просто собирать тетради — все равно все спишут и «глазом не моргнут». Выискивать злобно «одинаковые решения» — абсурд. Они, естественно, скажут, что «решали вместе» (что, как ни странно, бывает и правдой), и крыть будет нечем. Вообще, ситуация представляется безвыходной, коль скоро все получают одно и то же задание. Некий выход представляется следующим: на дополнительные занятия (после уроков, по расписанию второй половины дня) приходят не только те, которым надо что-то переписать или которые проболели, а *все*. Криминала нет, все приходят на 10–15 минут, и поочередно сдают тетради *лично*. То есть ученик, пока учитель смотрит его «*дэзэ*», сидит рядом. С ним можно поговорить об этих задачах, что-то прокомментировать, спросить, все ли ему понятно, не пояснить ли что-либо. А заодно поинтересоваться, какую часть работы он списал. Поверьте, никто, кроме самых безнадежных, не врет в такой обстановке. Узнав, что такая-то и такая-то задача списаны, учитель интересуется, почему он не справился с ними самостоятельно, что ему неясно, что он хотел бы, чтобы ему объяснили. Если вдруг это надолго, он отсаживается и пропускает остальных. И не менее важно — если работа оформлена не надлежаще, бессмысленно писать ему об этом в тетради. Он не будет задним числом дорисовывать силы и оси, да и вы забудете посмотреть, дорисовал ли он, — уже другая неделя, другое задание. А здесь вы можете мягко попросить его остаться на десять минут, сказав, что силы поставлены не все, оси не обозначены, поэтому вы примете его работу на проверку после того, как он ее доделает. Если он затрудняется в этих самых силах и осях, это опять же выяснится немедленно: когда и он, и вы вместе, все вопросы можно незамедлительно разобрать. Таким образом, во-первых, ошибки и недоделки устранены, во-вторых — их работы уже на две трети проверены. После этого начинаются собственно дополнительные занятия. И еще. Если какая-то задача не получилась более или менее массово, ее, конечно, следует разобрать на доске, причем, не заменяя ее ни в коем случае; в противном случае выходит, что учителя устраивают только те ученики, которым учиться не требуется. Поистине прекрасен афоризм, что «воспитанию и образованию поддаются исключительно те, кто в них не нуждается»; только задача, разумеется, в том, чтобы по возможности опровергнуть его, а не подтвердить. Да, чуть не забылось: никаких оценок за домашнюю работу не ставится. За исключением разве что двойки за «забытую» тетрадь. Оцениваются эти задачи, лишь когда попадают в самостоятельные работы — не иначе.

Но мы совсем забыли о теории! Она задается по списку вопросов. Не по номерам параграфов. Ученикам надо к очередному уроку (это, кстати, отнюдь не обязательно следующий урок — скорее, урок после прохождения некоего законченного фрагмента) выучить эти вопросы. По какому учебнику — неважно. По любому. Можно вообще по тетради, и только. Главное — выучить. Списка у них два — физфаковская программа для поступления в МГУ и бумага под названием «К зачету». Список для зачета просто расшифровывает и уточняет программу физфака: что именно нужно знать наизусть, что нужно знать с выводом и т.д. Теория — повторимся, это очень важно — присутствует в каждой самостоятельной работе *только* как «на два — не на два». Приравниваются к ней в этом — также говорилось — только «задачи наизусть», которые, естественно, также задаются для выучивания на дом. При переписывании после урока все также начинается с «обязательного» блока — теории и «задач наизусть». Впрочем, мы уже углубляемся в то, как организуются дополнительные занятия; это напрасно, ибо тема обширная и, стало быть, отдельного отступления.

НА ДОСКЕ

листы № 12, 13, 14, 15,16, 17.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 97, 120, 123 (ЛРЩ);
2.21, 2.23, 2. 24, 2.26 (Баум);
54, 55, 56, 57 (Б);
275, 264, 296 (ЛРЩ);
2.6.14, 2.6.19 (С);
279, 277, 281, 274 (ЛРЩ);
2.9, 2.32 (1001);
43, 51, 47, 58, 59 (Б);
135, 137 (ЛРЩ);
2.34, 2.45 (Г);
3.34, 2.49 (Баум).

«САВЧЕНКО»

№ 2.1.35, 2.1.66, 2.1.49, 2.3.18, 2.1.60, 2.1.36, 2.1.43, 2.1.44, 2.2.26, 2.4.11.

I з-н Н. Существуют ИСО

Введение массы:

Опыт: $\dfrac{a_1}{a_2} = const$, $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{m_2}{m_1}$

$\dfrac{a_{эт}}{a} = \dfrac{m}{m_{эт}}$, $\underline{m = \dfrac{a_{эт}}{a} m_{эт}}$

II з-н Н. $\underline{\vec{F} = m\vec{a}}$

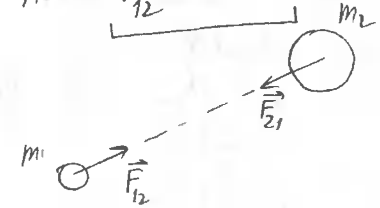
Смысл: $m\vec{a}\big|_t = \underbrace{\vec{f}(\ldots)\big|_t}_{\vec{F}}$

$\vec{f}(\ldots)$ — ф-ция, описывающ систему тел

Пр-п суперпозиции:

$\underline{\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i}$

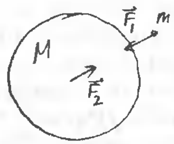
III з-н Н. $\underline{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$



12

1. Сила Всемирного Тяготения

Опыт: $a = const = g \Rightarrow \frac{F_{тяж}}{m} = const \Rightarrow \underline{F_{тяж} \sim m}$



$F_1 \sim m;\quad F_2 \sim M;$

$F_1 = F_2$ (III з-н Н.)

$\Downarrow$

$\underline{F \sim mM}$

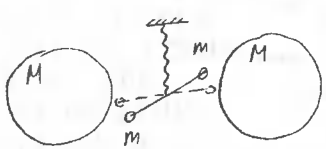
r	a
R	g
$60R$	$\frac{g}{3600}$ (луна)

$\Rightarrow a \sim \frac{1}{r^2} \Rightarrow \underline{F \sim \frac{1}{r^2}}$

Итак, $\underline{F \sim \frac{m_1 m_2}{r^2}}$

$\underline{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$, где $G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$

$M_{тяг} = M_{упр}$



$\underline{G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}}$

„Взвешивание Земли".

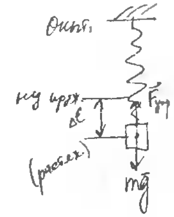
$F = G\frac{Mm}{R^2}$, $\underline{M = \frac{gR^2}{G}}$ $(M \sim 10^{26}\ т)$

$a = \frac{F}{m} = G\frac{M}{R^2} = g$, $g \approx 9{,}8\ \frac{м}{с^2}$

13

2. Сила упругости.

Опыт.

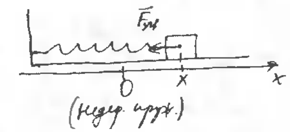


$mg = F_{упр}$ $(a=0)$

$F_{упр}(mg)$	Δl

$\Rightarrow \frac{F_{упр}}{\Delta l} = const$, $F_{упр} = k\Delta l$

$(F_{упр} \sim \Delta l)$ $\underline{k = \frac{F_{упр}}{\Delta l}}$ – коэфф. упругости (жесткость)

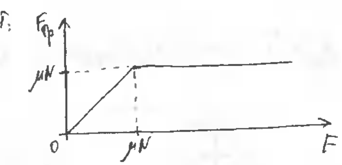


$\underline{F_{упр_x} = -kx}$ – з-н Гука

$[k] = \frac{[F]}{[l]} = \frac{Н}{м}$

3. Сила трения (сухое трение)

Опыт:



Опыт.

N	$F_{тр\,max}$

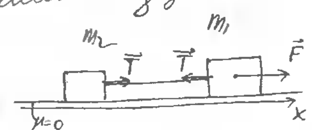
$\Rightarrow \frac{F_{тр\,max}}{N} = const$, $F_{тр\,max} = \mu N$

$(F_{тр\,max} \sim N)$ $\underline{\mu = \frac{F_{тр\,max}}{N}}$ – коэфф. трения

Итак. $\underline{0 \le F_{тр} \le \mu N}$

14

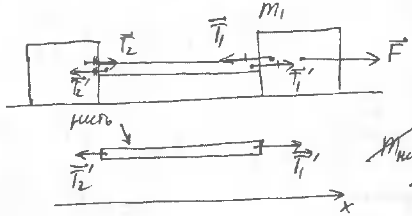
К решению задач:



$$\left.\begin{aligned} m_1a &= F - T \\ m_2a &= T \end{aligned}\right\}$$

$a_1 = a_2 = a$ — „нерастяжимость"

$T_1 = T_2 = T$ — „невесомость".



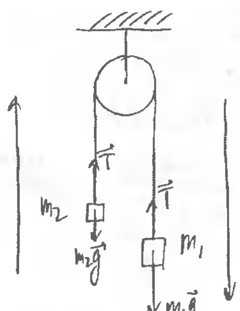
$\overset{0}{\cancel{m_{нити}}}a = T_1' - T_2' \Rightarrow$

$T_1' = T_2'$

но $T_1' = T_1$; $T_2' = T_2$ (III з-н Н) $\Rightarrow$

$\underline{T_1 = T_2}$

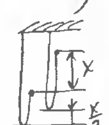
Задача №1 („Грузы и блоки")

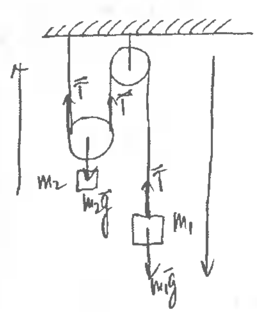


$$\left.\begin{aligned} m_1a &= m_1g - T \\ m_2a &= T - m_2g \end{aligned}\right\} \quad a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$

Задача №2 („Подвижный блок")

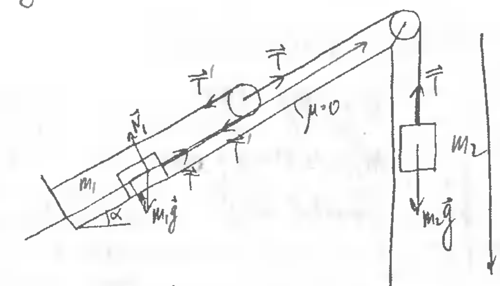
$$\left.\begin{aligned} m_1a_1 &= m_1g - T \\ m_2a_2 &= 2T - m_2g \\ a_2 &= \frac{a_1}{2} \end{aligned}\right\}$$





15

Задача №3



$$\left.\begin{aligned} m_1a_1 &= T' - m_1g\sin\alpha \\ m_2a_2 &= m_2g - T \\ a_2 &= \frac{a_1}{2} \\ T &= 2T' \end{aligned}\right\}$$

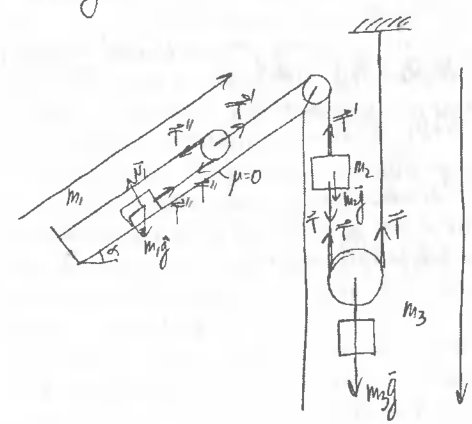
$\rightarrow$ II з-н Н. для подвижн. блока:

$\overset{0}{\cancel{m_б}}a_2 = T - 2T'$

$T - 2T' = 0 \Rightarrow \underline{T = 2T'}$

(„невесомость блока")

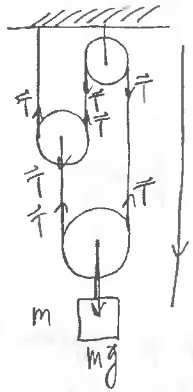
Задача №4



$$\left.\begin{aligned} m_3a_3 &= m_3g - 2T \\ m_2a_2 &= T + m_2g - T' \\ m_1a_1 &= T'' - m_1g\sin\alpha \\ a_3 &= \frac{a_2}{2} \\ a_2 &= \frac{a_1}{2} \\ T' &= 2T'' \end{aligned}\right\}$$

16

Задача № 5



$ma = mg - 2T$

$\overset{0}{m_{бл}}a_{бл} = T - 2T \Rightarrow T - 2T = 0$

(левый блок)

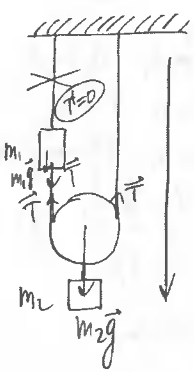
$T = 2T$

$\underline{T = 0}$

$ma = mg - \cancel{2T}^{\,0}$

$\underline{a = g}$

Задача № 6. („Сразу после обрыва")



$\left.\begin{aligned} m_2a_2 &= m_2g - 2T \\ m_1a_1 &= m_1g + T \\ a_2 &= \frac{a_1}{2} \end{aligned}\right\}$

$\underline{\text{Обрыв} - T' = 0}$

$(a_1 > g(!))$

17

Глава 3
ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

3.1. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Последняя, если не считать «Статику», тема механики (про «Статику» еще большой вопрос, успеете ли вы ее здесь, а то и до одиннадцатого). Не стоит слишком много уделять внимания тому обстоятельству, что до закона сохранения импульса, вообще говоря, в принципе неясно, зачем мы вообще вводим эту величину — импульс (с энергией, разумеется, будет то же самое). Надо откровенно и сразу сказать о том, что с этой величиной впоследствии будет связан соответствующий закон сохранения, и исключительно *этим* осмысливается само ее введение. Полезность же законов сохранения тоже должна быть осознана по возможности ясно — они позволяют нам сделать предсказания в отношении физической системы в обход основного — динамико-кинематического — алгоритма. Это исключительно актуально во всех ситуациях, где применение основного алгоритма сопряжено с теми или иными затруднениями. К примеру, неясен вид сил. Актуальное для школы — если движение не равноускоренное и, стало быть, уже не описывается элементарной математикой. Едва ли не самым распространенным примером ситуации, вынуждающей нас обращаться за предсказаниями к законам сохранения, является *удар*. Если мы замечаем, что, как бы ни взаимодействовали тела, некая величина, описывающая систему, остается неизменной (при соблюдении, разумеется, определенных условий), мы сделаем требуемые предсказания с помощью этого. Зная состояние тел в какой-то момент времени («до») и хотя бы какие-то параметры в последующий («после»), оставшиеся характеристики движения мы можем найти. Они найдутся именно из того соображения, что некая включающая в себя эти параметры величина не изменилась. И естественно, как и всегда, окончательно и внятно усвоить это возможно только на задачах, причем на тех, которые решат по данной теме уже сами клиенты. И тем не менее, полезно направить их внимание, обрисовав некую «прелюдию» общими словами.

Итак, импульс. Сразу можно сказать, что первый его вывод можно оформить так, как это сделано в базовом учебнике: «тележки». При этом надо четко объяснить им, что он, в общем, плох. Из базового вывода непосредственно вытекает, что сохраняется суммарный импульс замкнутой системы *из двух тел*. Понятно, что лучше бы дальше привести вывод для замкнутой системы *из произвольного числа тел*, после первого вывода — «вспомогательного» — он будет усвоен без особых усилий, и даже несмотря на непривычное изображение суммы. Во втором — «нормальном» — выводе используется то обстоятельство, что операции суммирования и дифференцирования можно поменять местами; этот момент, как понятно, сейчас лучше «проскочить», не останавливая их внимание, по крайней мере, если не спросят.

Не надо прерываться на отдельное длительное обсуждение второго закона «в импульсной форме» и, тем более, на решение на это задач. Это сильно отвлечет от сути — импульс выдуман постольку, поскольку в связи с ним, как уже говорилось, возникает некий *закон сохранения*. Импульсный вид второго закона — лишь вспомогательный шаг, необходимый в школьной логике, где данный закон сохранения появляется не как первый принцип, а выводится из законов Ньютона. Мало того, получив закон сохранения импульса, надо ради, если можно так выразиться, нерассеивания внимания решать задачи именно на него — простые, потом сложные; вместе, затем самостоятельно. И лишь потом вернуться к ситуациям, когда система незамкнута и закон сохранения импульса применить невозможно, но, тем не менее, решение в ряде случаев удобно записывать «импульсно», а именно применяя закон *изменения* импульса, т.е. второй закон Ньютона в импульсной форме. И уже тогда — решить в каком-то количестве и эти задачи.

К ЗАДАЧАМ

Типовой алгоритм здесь вполне очевиден и, главное, одинаков — для всех законов сохранения. После обязательной проверки условий (в данном случае — условия) применимости (в данном случае — замкнутость системы) надо записать сохраняющуюся величину (здесь — суммарный импульс) слева от знака равенства для какого-то одного момента времени, справа — для второго, т.е. сначала проверяем, *можно ли применять*, далее записываем «*было — равно — стало*». В случае импульса — дополнительные комментарии о необходимости осей — точь-в-точь как в кинематике и динамике. Подробно повторяться не будем, причина та же: работаем с векторной величиной, притом что выражения требуется написать *скалярные*, и фигурируют здесь *проекции*, причем *выраженные через модули*, которые именно и даются в условиях.

Даже перед простыми задачами следует разобрать подробно два момента. Первый. В большинстве случаев мы применяем отнюдь не закон сохранения импульса (применить его мы не можем, суммарный импульс не сохраняется, система не замкнута), а закон сохранения *проекции суммарного импульса на координатную ось*. Очевидно, на ту координатную ось, проекция внешних сил на которую отсутствует. Здесь имеется в виду в первую очередь огромное

число задач про движение в поле тяжести, где используется сохранение *проекции* суммарного импульса на любую горизонтальную ось. И второй. В ряде случаев мы используем закон сохранения импульса в проекции на ось, вдоль которой действует внешняя сила, т.е. тогда, когда, на первый взгляд, уж точно не можем это делать (застревание пули, летевшей вверх). Дело в том, что время между двумя моментами, для которых записывается равенство, *очень мало* и, стало быть, очень мал импульс внешней силы, действующей на систему. Сила-то вполне конечна, но бесконечно мал промежуток времени, на который она умножается. Таким образом, суммарный импульс системы меняется пренебрежимо мало — «не успевает поменяться» — и к системе можно отнестись как к замкнутой. Отдельное внимание нужно обратить на то, что сохраняется — в случае выполнения условий — именно *суммарный* импульс системы, ни в коем случае не импульсы тел в отдельности, поэтому нужно отдельно следить, чтобы «до» и «после» был бы записан импульс *всей системы*. Кроме того, в каждом случае надо четко представлять себе, *для каких* двух моментов записывается суммарный импульс слева и справа, не менее важно это будет и с энергией.

НА ДОСКЕ

листы № 18, 19.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 149, 146, 150, 148, 151, 154, 155, 158 (ЛРШ);
2.2.13, 2.2.15, 2.2.30 (С);
3.4 (М);
2.2.36, 2.2.42 (С).

«САВЧЕНКО»

№ 2.2.4, 2.2.5, 2.2.22.

3.2. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

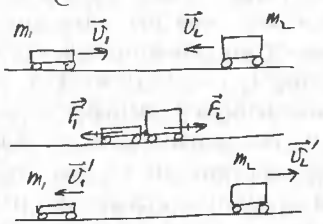
Желательно в смысле предъявления алгоритма все повторить как можно ближе к импульсу, дабы они «прочувствовали» все общие места законов сохранения как единого раздела. Механическая работа — очередная величина, имеюшая вспомогательный смысл и позволяюшая вывести очередной закон сохранения из законов Ньютона, поскольку, повторимся, в школьном изложении законы сохранения не имеют статуса первых принципов с непосредственной ссылкой на опыт. Обратим внимание: мы определяем работу лишь *постоянной силы*, т.е. той, которая «на протяжении» всего перемещения неизменна. В ином же случае известная формула определяет

Закон сохранение импульса

$\vec{p} = m\vec{v}$

$\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$ (II з-н Н. в имп. форме)

1) „Два тела".



$$\left.\begin{aligned} &\vec{F}_1\Delta t = m_1\vec{v}_1' - m_1\vec{v}_1 \\ &\vec{F}_2\Delta t = m_2\vec{v}_2' - m_2\vec{v}_2 \\ &\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\underline{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'} \\ &\underline{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = const} \end{aligned}$$

2) „Общий случай" i-ое тело: $\vec{F}_i = \dfrac{\Delta\vec{p}_i}{\Delta t}$

$\dfrac{\Delta\vec{p}_i}{\Delta t} = \vec{F}_i' + \vec{F}_i$ $\qquad$ $\vec{F}_i'$ – равнод. внутр. сил, $\vec{F}_i$ – равнод. внешн. сил.

$$\sum_i \frac{\Delta\vec{p}_i}{\Delta t} = \overbrace{\cancel{\sum_i \vec{F}_i'}}^{0\ (\text{III з-н Н.})} + \underbrace{\sum_i \vec{F}_i}_{\vec{F}} \qquad \sum_i \frac{\Delta\vec{p}_i}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}, \text{ где } \underline{\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i}$$

$\underline{\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}}$ (для системы)

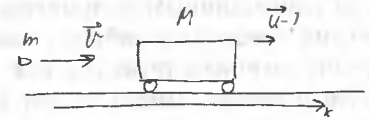
При $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = 0$ („замкнутость")

$\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = 0 \Rightarrow \underline{\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = const}$ (ЗСИ)

При $F_x = 0$ $\quad \underline{p_x = \sum_i p_{i_x} = const}$ (сохранение проекции)

18

Задача № 1 („Застревание")

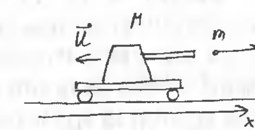


Дано: m, M, v

u – ?

$mv = (m+M)u$, $\quad \underline{u = \dfrac{mv}{m+M}}$

Задача № 2.

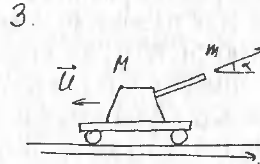


Дано: m, M, v

u – ?

$0 = mv - Mu$; $\quad \underline{u = \dfrac{mv}{M}}$

Задача № 3.

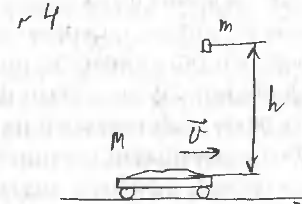


Дано: m, M, α, v

u – ?

$0 = mv\cos\alpha - Mu$; $\quad \underline{u = \dfrac{mv\cos\alpha}{M}}$

Задача № 4.



Дано: m, M, v, h

u – ?

$Mv = (m+M)u$; $\quad \underline{u = \dfrac{Mv}{m+M}}$ (h – лишнее данное!)

19

лишь так называемую *элементарную*, т.е. *бесконечно малую*, работу, где неизменность силы мы предполагаем на основании бесконечной малости перемещения. Конечно, надо отдельно подчеркнуть, что работа совершается *силой*, а не телом, причем, разумеется, в случае действия нескольких сил можно говорить о работе каждой (а отнюдь не обязательно только лишь равнодействующей, как почему-то упорно считают ученики). Далее — выводы самого закона. Во множественном числе, поскольку опять сначала следует школьный вывод, где сила единственная (тяжести), и, таким образом, получается закон сохранения конкретной величины $mv^2/2 + mgh$ — и не более того. На этом элементарном выводе можно «пощупать», что за закон сохранения у нас получился. Тело падает — растет его скорость и уменьшается высота. Мы угадали некоторую величину, зависящую от скорости, которая растет в точности так, как уменьшается другая, зависящая от высоты. (Для «угадывания» этих величин нам и требовалась, собственно, вспомогательная величина «работа».) Понятно, что сумма этих двух величин будет оставаться неизменной весь полет, т.е. *сохраняться*. Далее — система из многих тел. Во-первых, требуется обобщить формулу связи работы равнодействующей с изменением кинетической энергии (так называемую *теорему о кинетической энергии*) на произвольную систему; во-вторых, обобщить понятие *потенциальных сил*. На примере силы тяжести нужно показать независимость работы силы между двумя точками от формы траектории (и соответственно, равенство ее нулю на любой замкнутой траектории) и объяснить, что именно в этом случае, когда работа независимо от траектории может быть представлена как разность двух значений некоторой функции, возможно ввести понятие потенциальной энергии — ею и будет эта самая функция.

Понятно, что функций таких будет столько, сколько нам встретится сил, удовлетворяющих сформулированному условию. Далее надо рассмотреть систему тел — в общем случае незамкнутую и непотенциальную, разложить работу равнодействующей на несколько работ и осуществить замену: работы равнодействующей — на изменение кинетической энергии системы, а работы внутренних потенциальных сил — на изменение потенциальной энергии системы с обратным знаком. После перегруппировки слева окажется изменение *полной механической энергии* системы, справа — работа внутренних непотенциальных сил и внешних. Это, если можно так выразиться, закон *изменения* механической энергии, закон сохранения снова (как и в случае с импульсом) получается как частный случай. Условия выполнения очевидны: должны быть равны нулю эти работы: внешних сил (*замкнутость*) и внутренних непотенциальных (*потенциальность*).

Вот здесь требуется чуть задержаться и обратить внимание на нюансы. Каким образом получается так, что работа равнодействующей равна изменению кинетической энергии, тогда как работа внутренней потенциальной силы (какой — неважно, к примеру тяжести) равна изменению соответствующей потенциальной энергии, но с минусом. Как так выходит? Надо сразу объяснить, что мы просто-напросто подгадываем так *специально*. То есть мы называем потенциальной энергией *по определению* именно ту функцию параметров системы, для которой выполняется условие: работа силы, совершенная на любой траектории между двумя точками, равна ее изменению *с обратным знаком*. Делается это для того, чтобы в самом законе сохранения фигурировала *сумма* энергий, а не разность. В противном случае некий закон сохранения у нас получился бы все равно, но полной энергией в нем нам пришлось бы, очевидно, назвать не сумму кинетической и потенциальной, а разность (такая величина тоже есть — это, как известно, лагранжиан). Уловка же наша конкретно в случае mg состояла в том, что ось мы предусмотрительно направили так, чтобы работа оказывалась $mgh_1 - mgh_2$, а не наоборот. Запомним это и так же будем поступать в задачах, т.е. координату h отмерять всегда вверх, и произвола в выборе оси *здесь* у нас не будет.

Конечно, в действительности все несколько сложнее и проще одновременно. Просто надо вспомнить, что не только координата — величина со знаком, но и проекция $\boldsymbol{g}$ на ось — со знаком тоже: $W_p = -mg_y y$. И тогда возможно все записать так, что не придется делать странного вида оговорку, что ось, мол, у нас непременно вверх. Так вот именно этого делать, на наш взгляд, и не стоит. Поверьте, им пока проще запомнить, что «для того чтобы в законе сохранения была сумма, ось h направляем вверх» — и все. И при этом g — всегда положительное число. Иной подход, поверьте, лучше отложить до следующего года, у вас еще будет возможность (и, собственно, необходимость) к этому вернуться, а именно в электростатике, когда речь пойдет «о связи напряжения и напряженности» (или потенциала и напряженности), а покуда учеников не путать.

Ну вот, финал теории близок. Надо кратко сказать, что из трех всего лишь сил, известных нам пока, энергетический аспект одной — тяжести — мы разобрали, а именно убедились в ее потенциальности и ввели соответствующую потенциальную энергию, найдя ее вид. Две других — упругости и трения — на очереди. Алгоритм выяснения, потенциальна ли та или иная сила, ясен — нужно посчитать работу данной силы между двумя точками и посмотреть, одинакова ли она на разных траекториях. Если да, она непременно выразится как разность двух значений некоторой функции чего-то, причем сделаем так, чтобы из значения этой функции в *первой* точке вычиталось ее значение во *второй*, а не наоборот; найденная функция — потенциальная энергия, соответствующая данной силе. Если работа *зависит* от формы траектории, она так выражаться не будет и потенциальную энергию не ввести.

На самом деле, по виду самой силы ясно, потенциальна ли она. Работа силы между двумя точками не будет зависеть от траектории, а по любой замкнутой траектории будет всегда нулевой, если сама сила не зависит от того, как движется тело. То есть сила может не быть постоянной, может зависеть от каких-то координат, но не от *скорости*. Если сила зависит от скорости, ее работа будет зависеть от выбора траектории. Так что по самому виду закона Гука понятно, что сила упругости — потенциальна. А из того, что сила трения зависит от скорости (хотя бы по направлению), сразу следует ее непотенциальность. О чем тут на самом деле идет речь? Ну, конечно, о том, что потенциальной сила будет в том случае, если она представима как градиент (с обратным знаком) некой скалярной функции (собственно, и называемой потенциальной энергией). Но так ученикам это все равно не объяснить, равно, как и то, что работа должна, мол, быть полным дифференциалом... Придется лукаво уповать в этом моменте на несуществующую очевидность (всем в педагогическом говорили когда-то, что обучение есть «непрерывный поиск компромисса между научностью и доступностью», — вот-вот).

Нам, по сути, остается вывести вид потенциальной энергии упругости. Очень важно, чтобы здесь, на этом вопросе, ученики «намертво» усвоили бы совершенно универсальный алгоритм, который не будет ни отменяться, ни исправляться уже никогда. Он таков: чтобы посчитать некую энергию, вывести ее вид, надо подсчитывать работу. Либо — работу, которую совершит *данная сила* при перемещении тела из точки 1 в точку 2, в которую эта энергия *потратится*, либо минимальную работу, которую требуется совершить *над системой* внешней силе, чтобы эту энергию в системе *накопить*. Появившаяся при подсчете функция, как уже много раз говорилось — им, увы, это надо будет рассказать еще большее число раз, — как раз то, что нам нужно.

Разумеется, в связи с силой упругости возникает проблема вычисления энергии *переменной силы*. Так или иначе, она разрешается «площадью под графиком» (в хорошем классе этот вопрос вообще можно сделать просто «задачей на пятерку»); вы еще раз комментируете графические методы и их роль в нашем предмете (вспомнив нахождение проекции перемещения при равноускоренном движении) — и потенциальная энергия упругости получена. Уже давно должно быть понятно, что в задачах будут фигурировать фактически не энергии, а изменения их, посему на задаче никак не отразится, если мы поменяем уровень, где считаем потенциальную энергию нулевой (и откуда отсчитываем h),— пресловутый «произвол в выборе

нуля потенциальной энергии», воплошение суждения о том, что «потенциальная энергия определена с точностью до произвольной постоянной»; не беспокойтесь, как раз это на задачах усвоится весьма даже быстро.

К ЗАДАЧАМ

Итак, потенциальные энергии тяжести и упругости известны. Про потенциальную энергию тяготения для случая неоднородного поля не упоминаем (разве что на факультативе), подождав до следующего года, где это все быстро появится по аналогии с электростатикой. В связи с задачами нужно еще раз, особо, напомнить: «*было — равно — стало*». И перед этим — про необходимость убедиться в том, что «*замкнута и потенциальна*». Помнить, что энергия записывается для системы *в целом* и что надо ясно представлять себе, *для каких моментов* времени пишутся левые и правые части. Еще раз нужно оговорить, что перед величинами $mv^2/2$ и $kx^2/2$ — всегда плюс, перед mgh может быть и минус — в том случае, если высота отсчитывается вниз — под уровень, выбранный за нулевой. С задачами — как в импульсе: сначала не на вычисление работ — это отвлекает, а непосредственно на то, что является сутью, а именно *сам* закон сохранения. После — пожалуйста: вычисление всяческих работ; энергетическое решение в ситуациях, когда механическая энергия не сохраняется, — это все после, когда сам закон сохранения будет достаточно осмыслен. И эффектнее всего здесь начать с глубоко затверженного, а именно с кинематических задач. Естественно, тех, которые можно решить энергетически, где время не задается и не спрашивается; особенно поучительно попутно вспомнить *кинематические* их решения, дабы было наглядно видно, сколь короче новые.

Кратко прокомментируем *комбинированные задачи*. Ученикам надо обязательно объяснить, что представляют эти задачи собой не что иное, как компиляцию хорошо известного, как правило, это комбинация законов сохранения или же какого-либо закона сохранения с динамикой. При этом ученики должны прочно усвоить, что если в задаче присутствует, к примеру, динамический фрагмент, то типовой алгоритм динамики (пресловутое «силы — оси — система») необходимо воплотить *в полном объеме*. Если фигурирует закон сохранения импульса, не обойтись без осей (оси) и т.д. Короче, все нюансы используемых методов должны быть воспроизведены безупречно. Здесь, как нигде, много задач, которые совершенно без ущерба для предмета можно решать *до системы*, и именно здесь встретятся задачи, наиболее близкие к вступительным. Они подчас весьма отличаются от олимпиадных, ибо не столько трудны, сколько громоздки, и именно сейчас самое время к ним приспособиться и привыкнуть. Как и в других больших разделах, на комбинированных задачах по механике будет понятно, не зря ли прожит учебный год, который к моменту этих задач уже должен казаться (в самом лучшем смысле этого слова и безо всяких отрицательных коннотаций) бесконечным.

Здесь, как нигде, требуется тщательная и, что не менее важно, своевременная диагностика, потому — самостоятельные работы и как можно чаще. И — переписывания, переписывания, переписывания. И конечно (о ужас!), таки после уроков — как это ни вероломно! Тут, очевидно, надо объясняться отдельно, чему и будет посвящено уже анонсировавшееся

отступление 6-е

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ

Если учитель и вправду хочет учеников научить (а не дождаться конца шестого урока), от него требуется, извиняемся за очередную банальность, нет, не терпение — оно в правильном случае придет само, а энтузиазм. Все начинается с *учительской*, а отнюдь не ученической готовности сидеть после уроков. Известная жалоба учителя, что, мол, «это нужно ему и совсем не нужно им», поверьте, на деле выдает то, что как раз *ему* — нужно не особенно. Ученик редко остается уж совсем равнодушным к страстному учительскому желанию его научить — только вот симулировать это желание почти невозможно. Дело за малым — хотеть этого надо *на самом деле*. Известны многие случаи, когда дети так и не научались решать задачи. Во всех без исключения случаях учитель был, мягко говоря, не большой охотник — по тем или иным причинам — лишний раз оставаться после уроков. Но тут все понятно: «я такого не хочу даже вставить в книжку». Поговорим о *хорошем* учителе. Он может бояться перегрузки для них — пусть не боится. Если он думает об учениках, он никого не перегрузит. И не потому, что ему досконально известно, сколько им, бедным, задано по другим предметам, нет. Просто если у них *на самом деле* наступает перегрузка — он это увидит. Он вообще *видит*, что с ними происходит. Если у них тяжелая полоса — они ему об этом скажут. Дело в том, что с нормальным учителем — можно договориться. Но в любом случае — лучше перегрузка, нежели безразличие и учительская лень, которые видны ученикам яснее ясного и развращают их так, как ничто другое.

Итак, система дополнительных. Заинтересованный и посвященный в тему читатель уже, должно быть, понял: главное — чтобы все было приведено в систему. Ученикам так проще — они не запутываются и понимают, что если что-то действительно хорошо и вдумчиво организовано, значит, *дело*. Недаром словосочетание «система работы» — едва ли не самое затертое в профессиональном лексиконе. Дополнительные — раз в неделю (факультатив — это другой раз, а если повезет, *разы*) — и начинаются, как уже говорилось, для *всего класса* со сдачи недельных домашних заданий — в отдельных толстых тетрадях. Это — минут пятнадцать—двадцать. После остаются те, кому нужно что-то исправлять, либо энтузиасты, желающие задать вопросы в преддверии следующей самостоятельной (дабы из своей категории не перебраться в предыдущую). Переписывающим, а это те, у кого за самостоятельную было два или три с минусом, дается задание. Оно в три-четыре раза превышает по объему ту самую самостоятельную, какая переписывается (и, кстати, полностью включает ее в себя). То есть вместо 2–3 задач — 8–10. Работа объемнее, но не сложнее! Даже проще, поскольку первая ее половина — сплошь из задач проще или даже много проще, нежели были на самостоятельной. И только потом — задачи ее уровня (знаменитые когда-то «принципы коллективизации» — *добровольность* и *постепенность*). Кстати, о добровольности: можно переписать и тройку, но это действительно не обязательно.

Есть на дополнительных и так называемая группа постоянного реагирования. Она из участников, для которых дополнительные, увы, являются обязательными независимо от того, «завалена» или нет конкретно последняя самостоятельная работа. «Группа постоянного реагирования» формируется просто: если речь идет о классе, где аттестация по четвертям, то в группу эту попадают те, у кого в четверти тройка, соответственно, на четверть. Если дальше «четыре» — из группы выбываешь; снова за четверть «три» — остаешься в группе. В классе, где итоговые оценки по полугодиям, критерием может выступать число «проваленных» самостоятельных: если три самостоятельные подряд пишутся так, что их приходится переписывать, то начиная с этого момента ученик в группе — до конца четверти, или полугодия, или пока не будет хотя бы одной четверки, или до момента отдельного учительского решения — кому как нравится. Дело вкуса. И ни о чем не беспокойтесь. Если на занятиях нормальная человеческая обстановка, если учителя в любой момент обо всем можно спросить, он никогда никого не обидит и вообще — очень хочет научить их решать задачи — изо всех сил! — они не будут тяготиться послеурочным общением с ним, поверьте, даже будучи в этой самой группе!

Далее, по мере то как работа заканчивается (или же появляются вопросы), ученики подходят, *садятся рядом с учителем*, как при сдаче домашних заданий, и он проверяет их работу. Комментирует, исправляет, подсказывает. Короче, учит. Кричит — куда уж без этого. Если он даже мысли не имеет унизить ученика, почему бы не покричать, не дать волю чувствам, тем более что переписывающий вот уже в третий раз путает в этом месте знак, «а ему же миллион раз говорили!!» — ну и так далее... Потом, после двойки или тройки, ставится четверка или пятерка — в зависимости от того, как тот выступил, и он свободен. Ученики, кстати, очень быстро понимают отчетливую выгодность переписывания — картина в журнале вполне выравнивается и никогда не бывает чрезмерно минорной. В особенно завидном положении оказываются как раз участники «группы постоянного реагирования» — каждые без исключения дополнительные у них появляется какая-то хорошая оценка в журнале. А получить ее вот так, после урока — куда проще, чем на уроке за самостоятельную. А если учесть, что одновременно с этим и задачи постепенно из совершенно непонятных делаются понятными, так и вообще роскошь! Маленький, но важный нюанс: если в самостоятельную работу входили теория, либо же «задачи наизусть», они входят и в переписывание; если не входили — в переписывание они могут войти все равно.

Напоминаем: у не написавшего теорию либо «задачу наизусть» задачи принципиально не проверяются. Нигде — ни на уроке, ни после. Конечно, на дополнительных он не получает за это еще одну двойку, а просто отсаживается учить — все равно, он делает задачи, лишь выучив. Длятся дополнительные часа полтора–два. И хотя ученики любят порассуждать, как хорошо было бы «хотя бы сегодня» закончить до программы «Время», в реальности все выглядит, поверьте, вполне приемлемо. А все потому, что перегрузка детей — ужасная вещь и автор, как, наверное, уже понятно из текста этих записок, ненавидит ее всей душой!

Особо — для ревнителей строгого порядка и полной открытости. Расскажите об этой вашей системе работы на родительском собрании — сами. Скорее всего, возражений не будет. Помнится, неоднократно встречались сетования, но отнюдь не на то, что ребенка перегружают, а на то, что так долго недогружали раньше. Хороший родитель, как правило, имеет совершенно адекватное представление не только о том, как его ребенок учится, но и кое о чем более важном — что он по каждому предмету *знает*. Если учат плохо, ученик жалуется прежде всего родителям — в нормальных семьях.

Еще родителей, признаемся, очень часто волнует вопрос учебника: почему не задаются конкретные параграфы с урока на урок, учебников несколько, по какому читать и т.д. «Задачи задачами — но параграф?» Вопрос учебника, признаться, весьма тонкий — если у вас мало часов. Так что, пожалуй, сделаем его темой отдельного — следующего — отступления.

НА ДОСКЕ

листы № 20, 21, 22, 23.

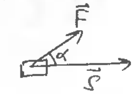
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 64, 216, 244 (ЛРЩ);
113, 94 (Б);
4.28, 4.13 (Ф);
5.2, 5.3, 5.6 (Баум);
282, 284, 224, 225, 234, 235 (ЛРЩ);
1.78, 1.77, 1.71 (М);
4.23, 4.22, 4. 11 (Баум);
76.75 (Б);
2.3.6, 2.3.48, 2.3.49, 2.3.34 (С);
5.18, 5.19, 5. 21, 5.24, 5.25 (Баум).

«САВЧЕНКО»

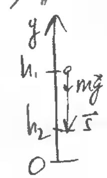
№ 2.5.23, 2.5.9, 2.4.9, 2.4.20, 2.4.10, 2.3.47, 2.3.36, 2.3.32, 2.3.33, 4.3.10, 4.3.20, 2.6.39, 2.4.13.

Закон сохранение энергии



$A = (\vec{F}, \vec{S}) = FS\cos\alpha$ — работа постоянной силы

1) „Частный случай"



$\downarrow \vec{g}$ $\quad A = FS = ma\dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \underbrace{\dfrac{mv_2^2}{2} - \dfrac{mv_1^2}{2}}$

$$\frac{mv^2}{2} = W_k$$

$$A = FS = mg(h_1 - h_2) = \underbrace{mgh_1 - mgh_2}$$

$$mgh = W_p$$

$$\underbrace{\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2} \; ; \; \underbrace{\frac{mv^2}{2} + mgh = const}$$

$$A = \sum_i A_i = \sum_i mg\,\Delta h_i = mg\underbrace{\sum_i \Delta h_i}_{h_1 - h_2} = mg(h_1 - h_2)$$

Вообще: $A = f_1(\ldots) - f_2(\ldots) = -\Delta f(\ldots)$ на любой траектории.

$f(\ldots) = W_p$ — пот. энергия.

2) „Общий вывод"

$$A = A_{вн.пот} + A_{тр} + A_{внеш}$$

$$\Delta W_k = -\Delta W_p + A_{тр} + A_{внеш}$$

$$\underbrace{\Delta(W_k + W_p) = A_{тр} + A_{внеш}}$$

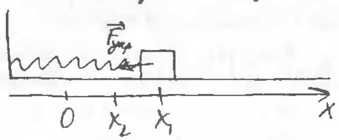
При $A_{тр} = 0$ („потенциальность")
$A_{внеш} = 0$ („замкнутость")

$\Delta(W_k + W_p) = 0$, $\quad \underbrace{W_k + W_p = const}$ (ЗСЭ)

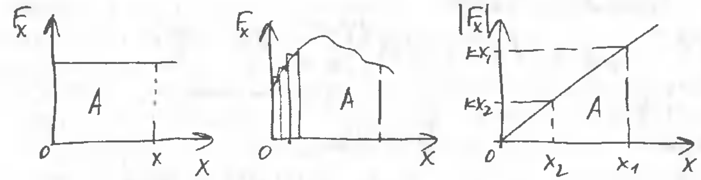
20

Потенциальная энергия упругости

$F = k|x|$



$\Delta A_i = F_{ix}\,\Delta x_i$

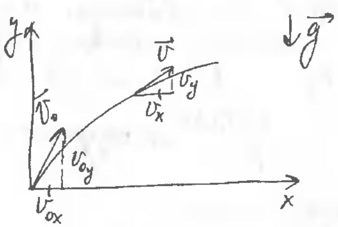


$$A = \frac{kx_1 + kx_2}{2}(x_1 - x_2) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}\ ; \quad W_p = \frac{kx^2}{2}$$

Задача № 1 („Кинематическая")

Дано:
$v_0,\ h$

$v - ?$



1) Кинематическое решение.

$$\left.\begin{aligned} v_0^2 &= v_{0x}^2 + v_{0y}^2 \\ v^2 &= v_x^2 + v_y^2 \\ v_x &= v_{0x} \\ v_y^2 &= v_{0y}^2 - 2gh \end{aligned}\right\} \quad v^2 = v_x^2 + v_y^2 = \underbrace{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}_{v_0^2} - 2gh = \underline{= v_0^2 - 2gh}$$

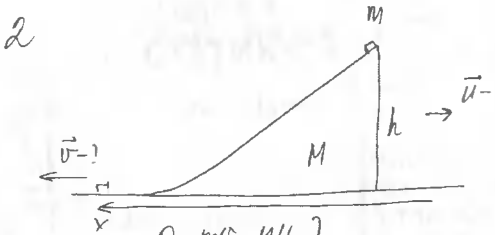
2) Энергетическое решение.

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh\ ; \quad \underline{v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}}$$

Задача № 2

Дано:
m, M, h

$v - ?$
$u - ?$

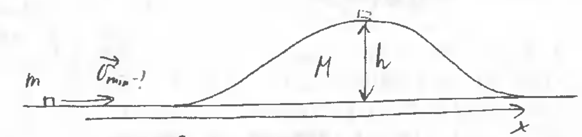


$$\left.\begin{aligned} 0 &= mv - Mu \\ mgh &= \frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} \end{aligned}\right\}$$

Задача № 3

Дано:
m, M, h

$v_{min} - ?$

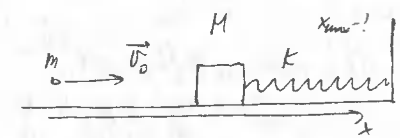


$$\left.\begin{aligned} mv_{min} &= (m+M)u \\ \frac{mv_{min}^2}{2} &= \frac{(m+M)u^2}{2} + mgh \end{aligned}\right\}$$

Задача № 4.

Дано:
m, M, k, v_0

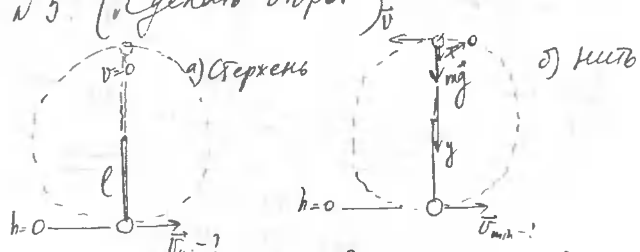
$x_{max} - ?$



$$\left.\begin{aligned} mv_0 &= (m+M)u \\ \frac{(m+M)u^2}{2} &= \frac{kx_{max}^2}{2} \end{aligned}\right\}$$

Задача № 5. («Сделать оборот»)

Дано:
l
———
v_{min} — ?
(«Сделать оборот»)



$$\frac{mv_{min}^2}{2} = mg2l$$

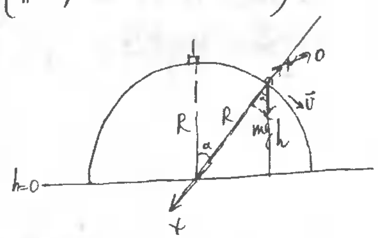
$$\boxed{v_{min} = \sqrt{4gl}}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{mv_{min}^2}{2} &= \frac{mv^2}{2} + mg2l \\ m\frac{v^2}{l} &= mg + T^{\to 0} \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{v_{min} = \sqrt{5gl}}$$

Задача №6 («Отрыв от горки»)

Дано
R
———
$h_{отр}$ — ?



$$\left.\begin{aligned} m\frac{v^2}{R} &= mg\cos\alpha - N^{\to 0} \\ mgR &= \frac{mv^2}{2} + mgh \\ \cos\alpha &= \frac{h}{R} \end{aligned}\right\}$$

$$v^2 = gR\cos\alpha = gR\frac{h}{R} = gh$$

$$2gR = v^2 + 2gh$$

$$2gR = gh + 2gh$$

$$2R = 3h$$

$$\boxed{h = \frac{2}{3}R}$$

23

Глава 4
СТАТИКА

В принципе сохраняется, конечно, динамический алгоритм, т.е. пресловутое «силы — оси — система». Понятно, что ко второму закону Ньютона добавляется правило моментов. Как возможно подойти? Сначала объяснить, что тело наконец-то становится неточечным (про его «абсолютную твердость» — было). Далее рассмотреть (вообще-то, вспомнить из 7-го) условие равновесия рычага — и тут же: понятие момента и это условие — уже в записи через моменты. Дальше представляем, что тело закрепленной оси не имеет, возвращается необходимость записывания строчек второго закона (где ускорение, разумеется, ноль), к которым и добавляется строчка «правила моментов».

Получаются те самые два условия: *«сумма сил — ноль»*, *«сумма моментов — ноль»*. Лукавство — в виде определенной недоговоренности — состоит в том, что суммарный момент (который ноль) может быть посчитан относительно *любой* оси. Это весьма неочевидно. Само условие равновесия мы взяли из рычага, где была закрепленная ось вращения, и именно относительно нее записывались моменты сил. Теперь ее нет — почему моменты могут записываться относительно любой, какой угодно оси? На самом деле, относительно какой оси записывать моменты, становится безразличным — ответ всегда один и тот же — тогда, когда равнодействующая — ноль, *только* в этом случае. Но доказывается это достаточно внятно, только если вспомнить, что момент — вектор; объяснять это, разумеется, не призываем. (Векторное произведение в 9-м, вообще, забава для факультатива, да и на факультативе-то потратить время можно полезней — еще одну задачу решить, например.) Можно сказать, что если относительно какой-либо оси сумма моментов не ноль, то это будет означать ускоренное вращение вокруг этой оси, по условию же твердое тело находится в равновесии (статика!). Во избежание недоразумений оговорим (это стоит объяснить ученикам отдельно), что под равновесием подразумевается отсутствие линейного и углового *ускорений*, а не *скоростей*, т.е. отнюдь не покой. Равномерное движение и равномерное вращение допускаются — в этом случае суммарные сила и момент — также нули!

Остановимся на вопросах, традиционно относящихся к этому разделу: о центре тяжести и центре масс. Ввести центр тяжести не проблема: точка приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на точечные элементы тела (равнодействующая эта должна относительно любой оси иметь тот же момент, что и все эти силы). Вопрос о центре масс: мы же не вводили его там, где, по идее, ему место, — в разговорах про импульс. Ввести-то его можно и там и даже решить через него задачу про лодку и рыбака, но все же основной смысл введения этого понятия проявляется только в связи с энергией. Имеется в виду то, что именно в отношении энергии проявляется основное «удобство», связанное с ним. Если помимо лабораторной системы отсчета вторую систему выбрать связанной с центром масс, то кинетическая энергия твердого тела в состоянии плоского движения представляется как сумма кинетической энергии его поступательного движения (энергия движения точки этой же массы) и кинетической энергии его вращения вокруг центра масс (как вокруг неподвижной оси). Это — в виде некоторого отступления — можно рассказать здесь, вполне хорошо отложится, поскольку энергия уже позади. Тут же можно объяснить и показать совпадение с центром тяжести в однородном поле (и предупредить, что, начиная с этого момента, мы не будем особо обращать внимания на то, как эту точку называть). Можно вспомнить — в качестве иллюстрации к сказанному — энергетическую задачу с катящимся без проскальзывания обручем. Впрочем, можно ввести понятие центра масс и в импульсе, «протянуть» через энергию и «дотянуть» сюда. Нет уверенности, что так лучше, всегда хочется «не распыляться», по возможности «бить в одну точку», дабы хотя бы что-то усвоилось прочно. А для этого лучше, чтобы все было последовательно, а не параллельно, хотя в этом есть и свои минусы.

К ЗАДАЧАМ

Алгоритм ясен: снова «*силы — оси — система*», только вот в систему войдет, кроме строчек про силы, строчка про моменты, и ось для этой строчки нужно также вдумчиво выбрать. Имеет смысл выбирать, понятно, ту, через которую проходят линии наибольшего количества сил, тогда моменты этих сил в строчке «не участвуют», и она получается наиболее простой. В ряде случаев для решения достаточно только строчки моментов, иногда — только строчки сил. Все это, как и все на свете, понято и усвоено может быть только на примерах, т.е. на самих задачах. Напомните ученикам: теперь силы, разумеется, нужно прикладывать «верно», т.е. та̂м, где приложены. «Двигать» нельзя иначе, нежели вдоль линии действия. Данная манипуляция правомерна, ибо не меняет плеча (относительно любой оси), а стало быть, момента.

Именно здесь, в статике, встретится задача про мотоциклиста на повороте (под каким углом к горизонту он должен быть наклонен, чтобы не падал). Проблема возникает тогда, когда мы, памятуя о том, что правило моментов можно записывать принципиально относительно любой оси, вдруг решим записать его не относительно центра тяжести (центра масс), как предлагает любой решебник, а относительно, к примеру, нижней точки. Провал наступит незамедлительно — мы убедимся, что, стоит нам сместиться с центра масс, суммарный момент тут же окажется ненулевым. Разумеется, никакого противоречия нет, он и не должен быть нулевым — мотоциклист же не в равновесии, его движение по окружности — «падение», поворот вокруг горизонтальной оси. Удивляться стоит другому — тому, что мы в принципе можем что-то про него решить в рамках *статики*. Почему мы вообще решаем эту задачу как статическую? Он что, где-то в равновесии? Конечно — в НИСО, вращающейся вместе с ним. *Там* он в равновесии, и там задача действительно чисто статическая, но там требуется добавление *сил инерции*, чего мы первоначально не сделали. Так вот, если мы это сделать забыли, нам это «не простится» нигде, кроме одной точки — центра масс. Дело в том, что сила инерции приложена именно туда и, стало быть, не имеет относительно этой точки плеча и момента, поэтому при рассмотрении равновесия относительно этой точки «забывание» пройдет безнаказанным, относительно же любой другой — нет. Так что, если сделать все «честно» — с силами инерции, то, разумеется, действительно безразлично, относительно какой точки проводить рассмотрение.

Именно здесь и именно в связи с этой задачей, никак не раньше, не в динамике, можно кратко рассказать про НИСО и силы инерции. Разговоры об этих материях в динамической части сопряжены с огромным риском получения опаснейшей путаницы. Ученики в результате могут упустить самое важное: силы инерции эти существуют *только* в НИСО — в ИСО их нет в помине! Останавливая на них внимание сверх меры и, главное, преждевременно, вы рискуете получить «центробежную силу, действующую на спутник», в системе отсчета, связанной с Землей; «центробежную силу, отклоняющую пассажира на повороте», и снова в земной СО; и конца этому не будет уже никогда! Еще при рассмотрении в динамике ученики твердо должны усвоить: в ИСО нет вообще никакой силы, отклоняющей пассажира вправо при повороте трамвая влево, *ее нет*; мало того, нет и *самого отклонения* вправо, пассажир отклоняется исключительно влево, правда «не успевая» в этом за трамваем. Потом он хватается за поручень, и сила упругости, действующая со стороны поручня, сообщает наконец ему центростремительное ускорение, какое существует у той точки пола, в которой он находится. Если пассажир и оказывается у правой — внешней по отношению к повороту — стенки трамвая, то отнюдь не потому, что он *отклонился вправо*, а потому, что стенка трамвая *сама сместилась влево* (поворот трамвая), а он, стремясь вследствие своей инертности продолжить первоначальное движение — прямолинейное, за ней «не успел». Есть понятие «центробежного эффекта» — то, что он оказался у правой стенки, но нет в ИСО никаких центробежных *сил* и никакого «отклонения вправо». Лишь после того, как в их картине мира эксцесс с поворачивающим трамваем будет выглядеть именно *так*, можно позволить себе роскошь, выдержав паузу, рассказать о том, как все это выглядит в НИСО, множество раз проговорив, что так — только в НИСО! Конечно, это полезно. Ученики должны понимать, что существует типовое «ухищрение», для того чтобы использовать формализм Ньютона там, где законы Ньютона, вообще говоря, неверны. Надо только к действующим силам добавить силы инерции и в дальнейшем, воплощая наш алгоритм, учитывать их наравне с остальными. Не стоит, на наш взгляд, уделять большого внимания пространным (и, в общем, бесполезным) обсуждениям того аспекта, являются ли они «фиктивными».

Эта «философическая» часть, в общем, ничего не добавит. Речь, понятно, идет о том, что сила инерции принципиально отлична от остальных тем, что мы не сможем указать то тело (или тела), воздействие которого на данное тело ею выражается. Таковых нет. Сила инерции в этом смысле отнюдь не «мера взаимодействия тел», а просто некая формальная дань тому, что мы собираемся применить законы, сформулированные для ИСО, в НИСО. И в этом смысле она — «фиктивна». Но «реальны» ли другие? В конце концов в природе нет «сил», как мы их себе представляем: отрезки со стрелочками. В природе есть некое *взаимодействие*, силы-то, в принципе, все «у нас в голове» — и в этом смысле «фиктивно» все, чем мы пользуемся. Эти «кантианские» разговоры — в общем, блажь и проститься могут лишь большим любителям философии, у которых, возможно, они и будут получаться интересными, хотя времени все равно жалко. Вводить же силы инерции «добросовестно» уж точно смысла никакого нет (разве что опять же на факультативе), тем более что при выводе опять встретится векторное произведение. Кроме того, общий принцип мы бы сформулировали так: тратить некое «макроскопическое» время учитель может на то и только на то, на что не просто «есть задачи» (в нашем предмете задачи есть на все), но задачи, *которые он собирается решать с ними*, т.е. подробно обсуждается в теории то, что им встретится в задачах. Так что центробежная, кориолисова и т.д. — вполне подождут до первого курса. Да, это есть в учебнике, если он у вас для физматклассов, но об этом отдельный разговор. Впрочем, непрокомментированных моментов про учебник набралось довольно — и потому пора, по-видимому, предпринять

отступление 7-е

УЧЕБНИК

Невероятная важность того, по какому учебнику учиться, явно преувеличена. Лучше для маткласса, как ни странно, базовый, без увлекательных цветных картинок. Аскетичный. Без вывода сложных формул. С минимумом заимствований из вузовского курса (лучше вообще без этого). Короче, *базовый* во всех смыслах. Другие учебники — «углубленные» — не «вместо», а «сверх». Читают пусть как кому удобно — кому-то сначала простой, затем усложненный, кому-то — наоборот.

Поэтому-то мы не видим смысла в задавании конкретных параграфов из конкретного учебника с урока на урок. И главное, повторимся: проверять это все равно будет некогда — задачи решаем. Теория, как уже говорилось, очерчивается по физфаковской программе и уточняющим бумагам «К зачету». Но очерчивается абсолютно точно: что надо, что не надо, что наизусть, что своими словами, что с выводом, что без — здесь ясность должна быть абсолютной. И еще раз: «степень подробности» (вопрос возникает особенно при наличии нескольких учебников) — как на уроке. И в таком виде это все проверяется на самостоятельных. В режиме «на два — не на два» — об этом тоже было весьма подробно. Что же, в результате они не читают ни один учебник «по-человечески» — от и до? Читают. После прохождения раздела (иногда темы) задается (чаще на каникулы) *краткий конспект* пройденного фрагмента. Вот здесь оговорить учебник уместно вполне конкретно: мол, не по базовому (или же наоборот). И вот здесь-то он и будет прочитан, причем относительно внимательно. Если делать все аккуратно от темы к теме, за все годы в одной толстой тетради оказывается краткий конспект всего курса. Естественно, возможны и всяческие «игры» вокруг вроде предложений проинтерпретировать различия того, как это в учебнике, и того, «как это было у нас», поиска всяческих «некорректностей», «ошибок» и т.д. и т.п. Но для дела решения задач — мы убеждены — выбор учебника практически неважен, ибо решать задачи, увы, все равно не учит ни один. В этом смысле — опять-таки, вскользь говорилось — куда полезнее чтение (даже не решение!) того, что именуется *«решебниками»*. Гольдфарб, Бендриков, любые аналоги — где предложенные задачи *разобраны*. Обычные учебники, даже те, где какие-то задачи и приведены, бесконечно от них в этом смысле далеки. Еще раз подчеркнем: приведенная схема работы с учебником не единственная — это ясно, но она представляется оптимальной для тех, у кого экономия времени есть вещь абсолютно приоритетная. Вообще, в финале было бы, наверное, нелишним обобщить все уловки, явно и неявно перечисленные здесь, с помощью которых в итоге и получается «свести концы с концами», но это, пожалуй, тема отдельного и, видимо, несколько отсроченного отступления.

НА ДОСКЕ

листы № 24, 25, 26.

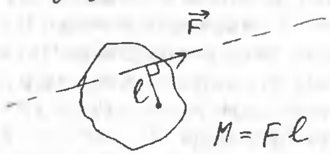
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 8.11, 8.30, 8.16, 8.17 (Г);
6.17 (Баум);
4.52 (1001);
182 (ЛРЩ);
96 (Бух);
8.22. 8.40 (Г);
6.5, 6.2 (Баум);
8.19 (Г).

«САВЧЕНКО»

№ 2.8.44, 2.4.43, 2.8.25, 4.2.4, 2.8.31, 2.7.20.

Момент силы



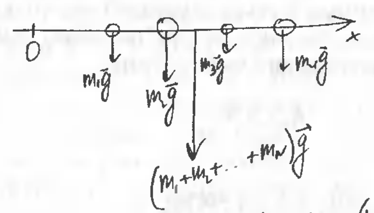
$\underline{M = Fl}$

Условие равновесия тв. тела: $\left.\begin{aligned}&\sum_i \vec F_i = 0\\ &\sum_i M_i = 0\end{aligned}\right\}$ (относ. любой оси)

Центр масс

$$X_{ц.м.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

Центр тяжести. Одном. модель



$$m_1gx_1 + m_2gx_2 + \dots + m_ngx_n = (m_1 + m_2 + \dots + m_n)gX_т$$

$$X_т = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} = X_{ц.м.}$$

(в однородном поле)

24

Импульс через центр масс

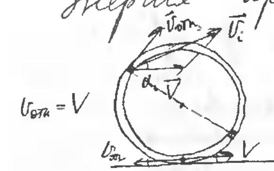
$$X_{ц.м.} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, \quad Y_{ц.м.} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, \quad Z_{ц.м.} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

$$\vec R_{ц.м.} = \frac{\sum_i m_i \vec r_i}{\sum_i m_i}; \quad \vec V_{ц.м.} = \frac{\sum_i m_i \vec v_i}{\sum_i m_i}$$

$$\vec P = \sum_i \vec p_i = \sum_i m_i \vec v_i = \underbrace{\sum_i m_i}_{M} \vec V_{ц.м.} = \underline{M \vec V_{ц.м.}}$$

$$\underline{\vec F = \frac{\Delta \vec P}{\Delta t} = M\frac{\Delta \vec V_{ц.м.}}{\Delta t} = M\vec a_{ц.м.}}$$

Энергия через центр масс



$$W_i = \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m_i}{2}(\vec v_{отн_i} + \vec V)^2 = \frac{m_i}{2}(v_{отн}^2 + 2\vec v_{отн}\vec V + V^2) =$$

$$= \frac{m_i v_{отн}^2}{2} + m_i v_{отн} V \cos\alpha_i + \frac{m_i V^2}{2}$$

$$W = \sum W_i = \sum_i \frac{m_i v_{отн}^2}{2} + \overset{0}{\cancel{\sum_i m_i v_{отн} V \cos\alpha_i}} + \sum_i \frac{m_i V^2}{2} =$$

$$= \frac{v_{отн}^2}{2}\underbrace{\sum_i m_i}_{M} + \frac{V^2}{2}\underbrace{\sum_i m_i}_{M} = \frac{M v_{отн}^2}{2} + \frac{MV^2}{2} = 2\frac{MV^2}{2} = \underline{MV^2}$$

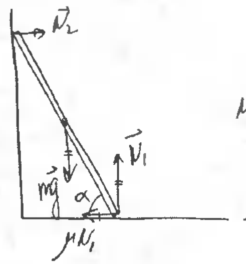
Вообще:

$$\underline{W = W_{пост} + W_{вращ}}$$

25

Задача №1 («Лестница»)

Дано:
μ
α – ? (min)



$$\left.\begin{aligned} \mu N_1 &= N_2 \\ mg &= N_1 \\ N_2 l \sin\alpha &= mg\frac{l}{2}\cos\alpha \end{aligned}\right\}$$

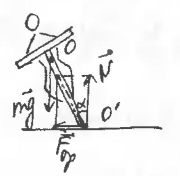
$$\mu N_1 \sin\alpha = \frac{N_1}{2}\cos\alpha$$

$$\mu = \frac{1}{2}\,\mathrm{ctg}\,\alpha$$

$$\alpha = \mathrm{arcctg}\,(2\mu)$$

Задача №2 («Проблема мотоциклиста»)

Дано:
μ
α – ? (max)



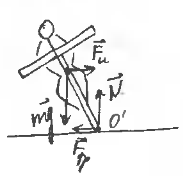
т. O: $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{\mu N}{N} = \mu$

$\alpha = \mathrm{arctg}\,\mu$

т. O' — отличен от нуля момент $m\vec{g}$.

НИСО:

$\vec{F}_и = -m\vec{a}$ — сила инерции



Относительно O' момент $m\vec{g}$ скомпенсирован моментом $\vec{F}_и$.

26

Раздел II
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Эклектичный раздел, но и здесь можно отыскать некую удобную логику рассмотрения. Вначале — механическая модель, на основе которой вводятся новые величины и делаются некоторые предсказания («Основы МКТ»), далее на это накладывается некий феноменологический аппарат, выработанный независимо и содержащий собственные новые понятия («Термодинамика»); основная масса задач решается именно здесь. Далее этот выработанный (и «опробованный» на идеальном газе) статистически-феноменологический аппарат применяется для описания реального газа и жидкости («Агрегатные состояния», «Поверхностное натяжение»).

Глава 1
ОСНОВЫ МКТ

Вопрос вопросов: сколько времени уделять повторению механики? Все зависит от того, что удалось, что не удалось. Для хорошего учителя исключительно важно (извиняемся!), он ли их учил в прошлом году. В зависимости от этого ученики либо все более или менее помнят, либо не знают ни йоты. Читатель должен понять нас правильно: дело не в снобизме, просто, если рассматривать учителя первого попавшегося, лучше, на всякий случай, исходить из того, что дети не научены ничему вообще. Суждение сие, поверьте, выстрадано опытом. «Горькость» опыта заключается в том, что установка эта, увы, оказывалась оправданной практически всегда; так, скорее всего, будет и у вас. Зато в случае счастливой ошибки вас ждет не разочарование, а приятное нечаянное удивление. Что делать, у нас часто — и ни для кого это не секрет — учат плохо. Последнее не относится, как правило, к разного рода специализированным школам, имеется в виду первая попавшаяся — и первый попавшийся учитель. Он окажется замечательным вряд ли, скорее всего, он будет *обычным*, т.е. плохим. Ибо учитель должен быть особенным, увы, *непременно*. Он *обязан* быть необыкновенным просто в силу специфики самой профессии, априори. Скатившись в эту банальность из банальностей, перейдем-таки к делу.

Повторять механику необходимо — хотя бы немного. В любом случае за спиной первый и единственный пока год «большой», «взрослой» физики; как бы благополучно, безоблачно и результативно он ни прошел — бдительность утрачивать нельзя, повторение необходимо. Лучше как можно меньше теории, как можно больше задач: повторить — повторите, а время будет сэкономлено. Кстати, именно сюда, к повторению, весьма уместно «пристегнуть» прохождение статики, если пройти ее в прошлом году почему-либо не получилось (если не вышло и здесь — уже до одиннадцатого).

Переход к «молекулярке» от механики — каков он? На наш взгляд, лучше никакого: то закончилось — это началось. Иной класс явлений: так называемые «тепловые явления» — иной раздел. Переход типа «разберем механическую систему, где частиц бессчетно и проследить за каждой невозможно, и выработаем соответствующий аппарат...» достаточно надуман и времяемок одновременно. Не стоит.

С каких же позиций будут «предсказательно» описываться тепловые явления? С позиций МКТ. Далее — три положения. Далее — «опыт с маслом». Молекулярные характеристики по порядку величины. Здесь неплохо было бы объяснить ученикам, что пресловутые диффузия и броуновское движение в строгом смысле — не опытные *доказательства*, а опытные *основания* молекулярной гипотезы. Ибо доказывает научную теорию и вправду опыт, но только не тот, который был поставлен *до* ее формулирования и в противоречие с которым она конечно же не входит (в чем нет никакой особой доблести — понятно, она уже придумывалась так, чтобы всему известному соответствовать). Доказывает ее лишь тот, который был поставлен *после*, исход которого на момент создания теории известен не был. Другими словами, теорию доказывает опыт, лишь *предсказанный из нее*, но ни в коем случае не легший в основу. Броуновское движение было бы в строгом смысле *доказательством* МКТ, если бы оно *известно не было* и на основе молекулярных представлений была бы высказана гипотеза, как именно должны вести себя взвешенные в жидкости или же малые частицы, а *после* — поставлен опыт, показавший, что они ведут себя ровно так, как было *предсказано*. Диффузия и броуновское движение — опыты, исходы которых были известны, и послужили они *основой* молекулярных представлений о строении вещества — не более.

А вот, забегая вперед, уравнение состояния (как его выводим мы) таким доказательством считаться может. Дело в том, что оно *сначала* выведено (из основного уравнения МКТ — имеется в виду в таком случае строго эта логика), а *потом* — подтверждено экспериментально, в том смысле, что предсказываемый им третий параметр при двух известных будет численно совпадать с тем, что удастся измерить. Измерить *после* того, как он был посчитан из этого уравнения! (Этим методологическим материям будет посвящено отдельное отступление — в свое время.)

Но мы забежали вперед. Продолжим.

Далее — в жанре справки — «молекулярные формулы»: A_r, M_r, M, N_A, ν. Далее — разговор (короткий!) о том, что ввиду сложного характера взаимодействия жидкость и твердое тело нам «не по зубам» — остается газ. Создаем упрощенную модель. Упрощение состоит в том, что взаимодействие, которым можно пренебречь ввиду его малости, будем считать отсутствующим. Мы, как понятно, получаем «идеальный газ» (опять же оговорим: идеальным газом в строгом смысле называется не тот газ, взаимодействием между молекулами которого, как сказано в учебнике, можно пренебречь, — это не идеальный газ, а реальный, близкий к идеальному, а тот, взаимодействием между молекулами которого *пренебрегли*). Основное уравнение МКТ лучше вывести (ни в коем случае без вывода не оставлять, если это, конечно, не гуманитарный класс), но самым что ни на есть простым образом (хотя, возможно, и не самым корректным).

После вывода становится окончательно понятно, каковы допущения, которые делают объект идеальным газом. Это отнюдь не только отсутствие взаимодействия, а именно:

1) частицы не взаимодействуют;
2) они точечные;
3) соударяются абсолютно упруго;
4) их много.

Прокомментируем кратко. Мы не учитываем взаимодействие молекул на расстоянии, считая, что его нет (под словом «молекула» как понятие — ученикам на это также следует указать — понимается синоним слова «частица», а совсем не то, что подразумевается в химии, т.е. слово «молекула» используется не как термин). Мы нигде не учитываем (в отличие — опять же забегая вперед — от Ван-дер-Ваальса), что объем, предоставленный частицам, отнюдь не есть объем сосуда (некоторый объем занимают они сами), поскольку считаем, что такового объема нет. Считаем, что удары молекул друг о друга никак не влияют на картину их ударов о стенки сосуда (т.е. механическая энергия молекул в процессе их соударений между собой сохраняется), стало быть, считаем удары упругими. И наконец, используем статистические соображения при возникновении множителей 1/2 и 1/3, что приемлемо лишь в том случае, когда частиц много.

Последнему пункту уделим внимание особое, и вот почему. Нам предстоит второе начало термодинамики и его статистический смысл. Подберемся к этому постепенно, начав уже сейчас. Мы вводим множители 1/2, полагая, что половина молекул движется вправо, половина — влево. Но ведь это не так? Не так. Пусть их (возьмем что-то совершенно произвольное, но представимое: не надо брать десять в двадцатой, как оно есть на самом деле, ибо представить как раз ничего не удастся), две тысячи. Пусть вправо — 1002, влево — 998. Ученики сразу скажут, что этот перевес незначителен и его можно проигнорировать — именно это мы и делали, считая, что «половина вправо, половина влево»! А если молекул мало, скажем четыре. Если перевес по-прежнему в две: вправо три, влево одна, то теперь это перевес огромный. В этом все дело: два — число малое по сравнению с двумя тысячами, но оно немало по сравнению с четырьмя, и стало быть, вклад в импульс, передаваемый стенкам от двух молекул, мал в сравнении с импульсом, передаваемым двумя тысячами, но не с импульсом, передаваемым четырьмя. Поэтому мы «не замечаем» две в первом случае — большого числа — и не могли бы не замечать их во втором случае, когда частиц мало. Аналогично объясняется то, что они движутся «одинаково во всех направлениях» — происхождение одной трети.

Итак, для того чтобы эти наши рассуждения были корректны, частиц должно быть много. Но это еще не конец разговора. Почему бы, собственно, не возникнуть — случайно! — *большому* перевесу и в случае большого числа частиц. К примеру, вправо — 1500 и 500 — влево. Этот перевес в тысячу уже не мал по сравнению с общим числом, и игнорировать его уже невозможно. Ответ, понятно, в том, что такой большой перевес просто не наступит, посему и ситуацию эту можно просто не рассматривать, и все: такого не будет. Почему? И вот здесь — именно здесь — имеет смысл подробно разобрать, в чем дело. Оказывается, большой перевес (как «макросостояние»), увы, реализуется существенно меньшим числом конкретных молекулярных комбинаций («микросостояний»), нежели перевес малый. Исключительно удачен ставший уже «обшим местом» пассаж со столом (*Мякишев*): представим себе письменный стол и два макросостояния — «хаос» и «порядок». Предметы переставляются случайно — непрерывно меняются микросостояния. Все микросостояния равноправны. Хаос будет наблюдаться по той причине, что макросостояние «порядок» реализуется одним-единственным микросостоянием (все предметы на своих местах), тогда как для макросостояния «хаос» подходят все остальные, — понятно, что их больше! По этой причине постоянный беспорядок на столе гарантирован, причем тем надежнее, чем больше предметов, т.е. чем больше число микросостояний, воспроизводящих «хаос», отличается от числа микросостояний, воспроизводящих «порядок». То же и с молекулами в сосуде. Будет лучше, если как можно больше скажут они, как можно меньше — вы; впрочем, как и всегда, и это тоже порядочная банальность.

Оставим подобные материи на этом этапе, будем считать, что мы добились понимания того, почему большой перевес, который бы все нам сбил в наших выкладках, во внимание можно не принимать. Они сами должны будут — сами! — вспомнить весь этот разговор, его логику, образы и выводы, когда речь зайдет о том, что теплота (почему-то!) не может самопроизвольно перейти от холодного тела к горячему, а стоящее на шероховатой поверхности тело не разгонится само за счет остывания и перехода теплоты в работу. Пока же — до второго начала — тему следует оставить, мы и так потратили на нее порядочно времени. Чтобы без крайней необходимости не тратить еще большее, мы бы не вводили строго понятия сочетаний и перестановок с выписыванием соответствующих формул с факториалами (если, конечно, они не проходили это недавно и подробно на математике или каком-нибудь спецкурсе по программированию).

Но из изложенного следует, что система, представленная сама себе, самопроизвольно, меняя равноценные молекулярные комбинации (микросостояния), окажется в том макросостоянии, которое реализуется *наибольшим* количеством микросостояний, и, будучи предоставленной самой себе, из него не выйдет. Комбинации в расположении и движении молекул, разумеется, будут непрерывно сменять друг друга, но вот параметры, характеризующие макросостояние, сколь угодно долго не изменятся. Понятно, что речь идет о некоем выделенном состоянии, и оно-то и есть «термодинамическое равновесие». Логично ввести характеристику его, дабы можно было отличать различные «равновесия». Заметим: характеристикой различных тел эта величина являться не будет, тела в одном и том же термодинамическом равновесии она различить как раз-таки не позволит (и в этом смысле это ни в коем случае не характеристика тела), но описывать термодинамические равновесия — в смысле отличать *их* — она и призвана. Ясно, что этим макропараметром может быть величина, принципиально одинаковая у различных тел, находящихся в одном и том же термодинамическом равновесии. Введем аксиому, что если тела A и B находятся в термодинамическом равновесии с C, то они находятся и в термодинамическом равновесии друг с другом (одна из редакций так называемого «нулевого начала термодинамики»). Тогда гарантом того, что различные тела находятся в термодинамическом равновесии друг с другом, может выступать их равновесие с некой средой.

Понятно, что далее следует известный опыт с тремя сосудами, погруженными в тающий лед. Опыт покажет, что такой величиной — одинаковой у разных газов, находящихся в одном и том же термодинамическом равновесии, является та самая комбинация pV/N. Именно она и может, таким образом, стать характеристикой термодинамического равновесия. И называется эта величина, понятно, температурой. Учебник может предложить для нее отдельное обозначение, мы бы этого не делали, присвоив отдельное обозначение уже температуре в кельвинах. Величину уместно подробно обсудить: то обстоятельство, что микроскопически она интерпретируется как $\bar{E}$, и то, что измеряется она в джоулях (таким образом, температура имеет размерность энергии, что любопытно). Здесь (или раньше — неважно) можно вдаться в подробности относительно одноатомности газа: если газ не одноатомный, то $m_0\langle v^2\rangle/2$ не средняя кинетическая энергия, а лишь «поступательная» ее часть — средняя энергия *поступательного* движения (полная содержит и другие слагаемые: $\bar{E} = \bar{E}_{пост} + \bar{E}_{вр} + \bar{E}_{кол}$); в случае же одноатомного газа другие слагаемые отсутствуют и $\bar{E} = \bar{E}_{пост}$. Об этом надо не забывать при записи формул, записывая $m_0\langle v^2\rangle/2$ как полную $\bar{E}$ в случае одноатомности или же как $\bar{E}_{пост.}$ — в случае произвольного газа (можно было обсудить этот вопрос еще на этапе перехода от $1/3m_0n\langle v_0^2\rangle$ к $2/3n\bar{E}$). После — шкала Кельвина, связь со шкалой Цельсия, и в связи с этим (для того чтобы выполнилось $\Delta t = \Delta T$) — вычисление значения постоянной Больцмана, а также выяснение «сдвига шкал», т.е. вывод формулы $T = t + 273$.

Введя три макропараметра: p, V, а теперь еще и T, запишем уравнение, содержащее их все, выводя его из основного уравнения МКТ, — так называемое «уравнение состояния».

Изопроцессы — процессы при фиксированном параметре. И газовые законы, описывающие их, — законы, устанавливающие связь двух изменяющихся параметров идеального газа при фиксированном третьем. Обратим отдельное внимание: газовые законы в этой логике, представляющиеся нам оптимальной для школьного изложения этой темы, получаются не как эмпирические, а строго как частные случаи уравнения Менделеева–Клапейрона.

Итак, изопроцессы. Крайне важно, чтобы ученики уяснили, что собой представляет каждый, *на опыте*. Если с изохорным все ясно — жесткий сосуд («закрепленный поршень»), то с изобарным и, особенно, с изотермическим дело обстоит тоньше. Изобарный — газ под постоянным давлением. Ученики должны запомнить установку, безошибочно и мгновенно идентифицировать которую как «изобарную» им предстоит в задачах. У них должно сложиться четкое понимание: газ под массивным поршнем (без пружины!) — изобара.

Изотермический процесс — это не просто теплопроницаемые стенки и термостат (про термостат подробно предстоит выяснить в термодинамике, пока это лишь «среда, температуру которой изменить невозможно никакими манипуляциями с газом»). Дело еще и в том, *как* мы дальше должны производить процесс: изотермическое расширение или изотермическое сжатие. Образ может быть, к примеру, такой: легкий поршень с насыпанным на него песком. Песок мы медленно убираем (расширение) или же досыпаем (сжатие). Именно здесь — в процессе этих разговоров — предстоит выяснить раз и навсегда вопрос о квазистатичности (равновесности, обратимости) процесса. Процесс достаточно медленный, для того чтобы температура и давление в любом случае успевали выравниваться по всему объему, занятому газом, благодаря чему только, собственно, и можно говорить о том, что газ имеет некую определенную температуру и определенное давление. В результате столь медленный (в идеале — бесконечно медленный) процесс («квазистатичность») имеет своими промежуточными состояниями состояния равновесные («равновесность»), которые ввиду этого останутся теми же самыми и при обращении процесса вспять, только пройдет их газ в обратном порядке («обратимость»). Только с такими процессами (идеализированными) мы будем иметь дело в дальнейшем. Только такие процессы могут быть изображены на диаграммах — действительно, мы рисуем линию, стало быть, изображаем последовательность точек, т.е. в любой момент состояние газа таково, что ему можно приписать определенные температуру и давление (почему состояние и возможно изобразить точкой), стало быть, мы имеем дело с процессом равновесным. (Отметим: любой обратимый процесс — квазистатичен, но не любой квазистатичный — обратим: примером может служить бесконечно медленное деформирование пластичного тела.) Нам еще придется вернуться к этим понятиям в термодинамике — неизбежно.

До каких бы то ни было задач разумно вначале заняться графиками. Пусть научатся перерисовывать циклы замкнутые и незамкнутые — из одних координат в другие — без формул и быстро. Этот навык окажется нужным при решении нескольких типов задач (процесс задан в (V, T), тогда как решать предстоит в (p, V) — к примеру, графически считать работу или что-нибудь в этом духе). Это, как, вероятно, и все на свете, дается упражнениями и тренировкой, тренировкой и упражнениями. К примеру — изобарное расширение в (V, T) — «родных» координатах изобары — пробуем изобразить в (p, V). Изобара — следовательно, горизонтально; расширение — следовательно, вправо. Теперь в (p, T). Горизонтально — это ясно, только — куда? Это — расширение. Если объем увеличивается, а давление, «несмотря на это», не падает (изобарное!) — следовательно, нагреваем. То есть снова вправо... И так далее и тому подобное — без формул!

К ЗАДАЧАМ

Как всегда, по обычному сценарию: сначала совсем простую — вместе, затем средней сложности — вместе. Затем — самостоятельно средней сложности — «на пятерку». Затем — «на пятерку» сложные. Впрочем, зачем: если все в порядке, можно сразу «на пятерку» прямо с самых простых, суть не в этом. Главное — повторимся — в конечном итоге не в том, чтобы что-то непременно показывал учитель, главное — «не перепрыгивать» через этапы! После самых простых — простые. Затем — средние. Затем — сложные, но по-прежнему типовые, вся сложность которых разве что в некоторой громоздкости и, возможно, завуалированности условия. И лишь затем — сложные на самом деле: нестандартные и требующие особой «догадки». Олимпиадные, короче говоря. Но не перепрыгивать ни в коем случае!

Подавляющее — так уж вышло — количество задач здесь на изотермический процесс, при обсуждении их и придется предъявлять алгоритм. Он здесь прост: газовые законы необходимо осознать — «структурно». По виду они такие же, как законы сохранения, а именно: *«было — равно — стало»*. И это — одна из строчек системы. Вторая строчка — строчка про равновесие, по сути — второй закон Ньютона, где ускорение равно нулю — поршень замер, ртуть перестала вытекать и т.д. Ученик должен уяснить (а уяснит на самом деле он это исключительно в процессе упражнений и тренировок, что, однако, не запрещает подсказать ему это сразу и явно): когда он записывает строчку равновесия, он думает о поршне, ртути и т.п. Когда же он пишет тот или иной газовый закон, он думает не о них, а о газе! Какое у него было давление, какой объем — какие давление и объем стали. После того как навык более или менее сформирован, начинают примешиваться задачи на изохорные и изобарные процессы. И постепенно на первый план выступает как самая главная проблема верно — еще до начала решения — идентифицировать процесс.

Наконец, задачи, процессы в которых не являются изопроцессами вообще. Ученик должен твердо понимать, что это никакие не другие задачи, просто вместо соответствующего газового закона следует использовать уравнение состояния (как правило, в редакции Клапейрона — так называемый *объединенный газовый закон*). Твердое понимание этого (так же, как и всего остального) придет только с опытом и никак иначе. Именно здесь встретится пружина, подчиняющаяся, понятно, закону Гука, и соответствующие задачи, где давление пропорционально объему и о которых мы поговорим подробней в термодинамике. И наконец, задачи, где в процессе, происходящем с газом, меняется масса газа. Ученик должен понимать, что здесь объединенный газовый закон неприменим и, стало быть, следует решать, применяя единственно уравнение состояния в редакции Менделеева, куда масса, изменяющаяся нынче, входит явно.

НА ДОСКЕ

листы № 27, 28, 29, 30, 31.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 419, 420, 421, 423, 425, 427, 429, 431, 433, 426, 436, 442 (ЛРЩ);
12.32, 12.37 (Г);
450, 446, 482, 472 (ЛРЩ);
260, 332, 335, 334 (К);
5.5.30, 5.5.11, 5.5.12 (С).

«САВЧЕНКО»

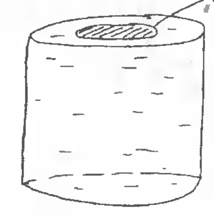
№ 5.1.11, 5.1.8, 5.5.10.

Основные положения МКТ

1) Всё — из молекул;
2) Молек. непрерывно хаотич. движутся;
3) Молек. взаимодействуют

«Опыт с маслом»: S «слой в одну молекулу»

m, ρ, V



$d \sim \frac{V}{S}$, $d \sim 10^{-10}$ м (атом)

$N \sim \frac{V}{V_0} \sim \frac{V}{d^3}$, $N \sim 10^{23}$ (N_A)

$m_0 \sim \frac{m}{N} \sim \frac{\rho V}{N}$; $m_0 \sim 10^{-26}$ кг (молекула)

«Молекулярные формулы»

$A_r = \frac{m_0 \text{ (атом)}}{\frac{1}{12} m_{0C}}$ — относ. атомн. масса

$M_r = \frac{m_0 \text{ (молекула)}}{\frac{1}{12} m_{0C}}$ — относит. молекул. масса

$\nu = \frac{N}{N_A}$ (моль) — кол-во в-ва, $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ — число атомов в 12 г углерода

$M = m_0 N_A$ $\left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$ — молярная масса

$M = m_0 N_A = \frac{1}{12} M_r N_A m_{0C} \approx 10^{-3} M_r$ $\left(\frac{\text{кг}}{\text{моль}}\right)$, $\frac{1}{12} N_A m_{0C} \approx 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

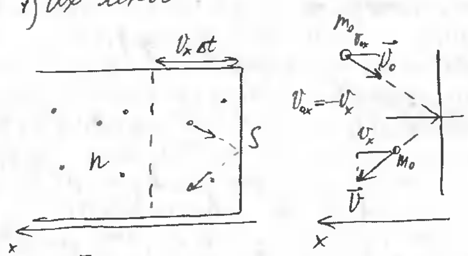
$$\underline{M \approx 10^{-3} M_r}$$

$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{N m_0}{N_A m_0} = \frac{m}{M}$

27

Идеальный газ:

1) част. не взаимодействуют;
2) удары упругие;
3) част. точечные;
4) их много



$\Delta p_0 = m_0 v_x - m_0 v_{0x} = m_0 v_x - (-m_0 v_x) = 2 m_0 v_x$

1) $p_д = \frac{F_x}{S}$; 3) $\Delta p_x = Z \Delta p_{0x}$;

2) $F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t}$; 4) $\Delta p_{0x} = 2 m_0 v_x$

$$\Delta p_x = \Delta p_{0x} Z = 2 m_0 v_x \frac{1}{2} n S v_x \Delta t = m_0 n S \Delta t\, v_x^2$$

Переходим к $\overline{v_x^2}$; $\overline{v_x^2} = \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \ldots + v_{Nx}^2}{N}$

Итак: $\Delta p_x = m_0 n \overline{v_x^2} S \Delta t$

$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = m_0 n \overline{v_x^2} S$

$p = \frac{F_x}{S} = m_0 n \overline{v_x^2}$;

Движ. хаотичное: $\left.\begin{array}{l}\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} \\ \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}\end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$

Итак: $\boxed{p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2}}$ – „осн. ур-е МКТ"

$\frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \overline{E}_{пост}$; $p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{E}_{пост}$

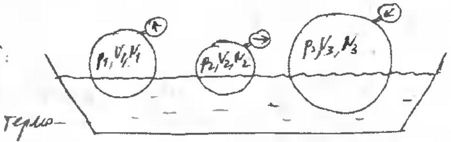
Для одноатомного газа $\overline{E}_{пост} = \overline{E}$, т.о. $p = \frac{2}{3} n \overline{E}$

28

Абсолютная температура („абсолютный нуль не зависит от рода в-ва")

1) в Дж.

Опыт:



В сост. термодинамич. равновесия:

$\frac{p_1 V_1}{N_1} = \frac{p_2 V_2}{N_2} = \frac{p_3 V_3}{N_3} \Rightarrow \frac{pV}{N}$ – абс. температура в Дж.

$p = \frac{2}{3} n \overline{E} = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{E} \Rightarrow \frac{pV}{N} = \frac{2}{3}\overline{E}$ (газа одноатомн.)

Т.о. в состоянии термодин. равновесия:

$\overline{E_1} = \overline{E_2} = \overline{E_3}$

2) в К: $\frac{pV}{N} = kT$; T – абс. температура в К

Пусть $\Delta T = \Delta t \Rightarrow$

$$\left(\frac{pV}{N}\right)_{100°C} - \left(\frac{pV}{N}\right)_{0°C} = k\underbrace{(T_{100°C} - T_{0°C})}_{\text{пусть } 100К \text{ (т.к. } 100°C)}$$

Тогда: $k = \frac{\left(\frac{pV}{N}\right)_{100°C} - \left(\frac{pV}{N}\right)_{0°C}}{100К}$; $k \approx 1{,}23 \cdot 10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана

$\left(\frac{pV}{N}\right)_{0°C} = k T_{0°C}$; $T_{0°C} = \frac{\left(\frac{pV}{N}\right)_{0°C}}{k}$; $T_{0°C} \approx 273$ К – „абсолютный нуль"

„Сдвиг шкал":

$T = t + 273$

29

Уравнение состояния ид. газа. Ид $\frac{pV}{N}=kT$

$pV=NkT$; $N=\nu N_A=\frac{m}{M}N_A$

$pV=\frac{m}{M}\underbrace{N_A k}_{=R}T$, $R=N_A k$, $R\approx 8,31\,\frac{Дж}{моль\,К}$ Универс. газовая постоянная

$\boxed{pV=\frac{m}{M}RT}$ Ур-е сост. ид. газа (Менделеева–Клапейрона)

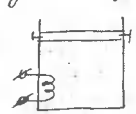
При $m=const$ $\frac{pV}{T}=\frac{m}{M}R=const$

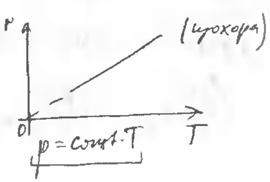
$\boxed{\frac{pV}{T}=const \text{ при } m=const}$ «Универсальный газовый закон» $\left(\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}\right)$

Изопроцессы и газовые законы.

1) $V=const$ (изохорный)

$\left(\frac{p_1V}{T_1}=\frac{p_2V}{T_2}\right)$ $\frac{p}{T}=const$ (з-н Шарля)

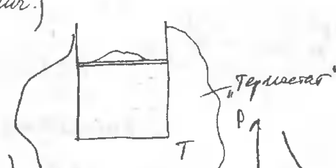


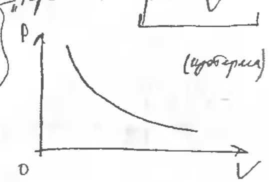


2) $T=const$ (изотермич.)

$\left(\frac{p_1V_1}{T}=\frac{p_2V_2}{T}\right)$

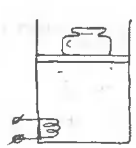
$pV=const$ (з-н Бойля–Мариотта)

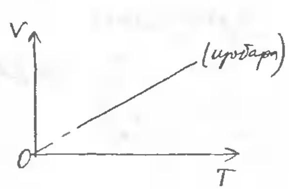




3) $p=const$ (изобарный)

$\left(\frac{pV_1}{T_1}=\frac{pV_2}{T_2}\right)$ $\frac{V}{T}=const$ (з-н Гей-Люссака)

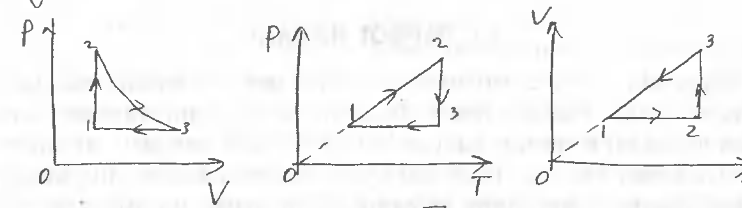




$V=const\cdot T$

30

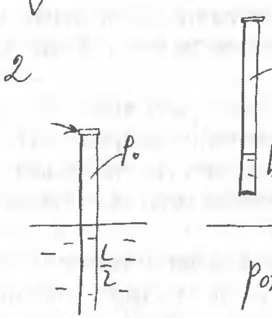
Задача №1. («Графики»)



Задача №2

Дано: $p_0, \rho, \frac{L}{2}$

h — ?

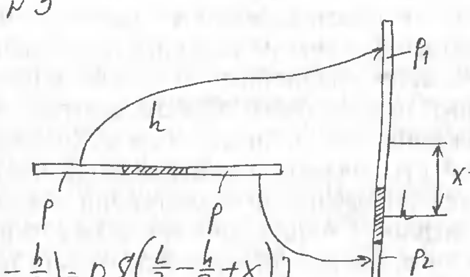


$$\left.\begin{aligned} p_0 S\frac{L}{2}&=pS(L-h)\\ p_0&=p+\rho g h\end{aligned}\right\}$$

Задача №3

Дано: p, L, h, ρ

x — ?



$$\left.\begin{aligned} pS\left(\frac{L}{2}-\frac{h}{2}\right)&=p_1 S\left(\frac{L}{2}-\frac{h}{2}+x\right)\\ pS\left(\frac{L}{2}-\frac{h}{2}\right)&=p_2 S\left(\frac{L}{2}-\frac{h}{2}-x\right)\\ p_2&=p_1+\rho g h\end{aligned}\right\}$$

31

Глава 2
ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. ПЕРВОЕ НАЧАЛО

Объясняя про «термодинамический метод», лучше обозначить сразу, что у нас, как это сейчас принято, будет присутствовать, естественно, не он в чистом виде, а некая «смесь» термодинамического и статистического, что подходы будут совмещены, нет никакого резона запутывать учеников, пугая их строго термодинамическим введением внутренней энергии и обсуждая независимость ее изменения от пути на p, V-диаграмме.

Совмещая подходы, нужно сразу вывести $^3/_2\nu RT$ из статистических соображений и молекулярного представления о строении вещества и перейти к первому началу (по-прежнему обсуждается лишь идеальный газ как единственная модель, математически доступная для рассмотрения в школе).

Первое начало на самом деле формализует вполне известную им из 8-го класса (известную, если их учили хорошо) идею о том, что внутреннюю энергию тела или системы тел можно изменить двояко: совершением работы и иными способами, не сводимыми к работе. Иные способы — не что иное, как пресловутая триада «теплопроводность — конвекция — излучение». Эти способы по остаточному принципу, как «не работа» объединены словечком «теплопередача» (или «теплообмен»), с учетом чего идея про изменение внутренней энергии выражается лаконичнее: совершением работы или теплопередачей. Первое начало, таким образом, содержит в себе аксиоматическое утверждение, что эти иные способы, которые «не работа», наряду с работой, суть способы изменения внутренней энергии. То есть в процессе «теплопроводности — конвекции — излучения» меняется *внутренняя энергия* — точь-в-точь как если совершать работу. Это и есть не что иное, как идея об «эквивалентности теплоты и работы», фиксируемая первым началом. Непосредственно отсюда следует, что если они — *теплота* и *работа* — суть равноправные слагаемые, они, безусловно, могут измеряться в одних единицах, которые, разумеется, не обязательно Джоули. (Увлекательную историю о калории, крахе «теории теплорода», знаменитых опытах Джоуля и «механическом эквиваленте теплоты» лучше поместить в 8-й класс, где этому самое место, сейчас же нам не до этого — задачи!) Непосредственно из изложенного следует бессмысленность утверждений о запасе в теле некоторого количества теплоты или некоторой работы. Дело в том, что джоули теплоты, как мы выяснили, неотличимы от джоулей работы и, полученные путем теплообмена, они могут быть потрачены в виде работы, и наоборот. Имеет смысл говорить лишь о том, сколько таких «неразличимых» джоулей (полученных так или иначе, неважно) запасено, т.е. о запасенной *внутренней энергии*. Из возможности потратить энергию, запасенную при теплопередаче, на совершение работы следует принципиальная возможность тепловой машины — устройства, которое, независимо от конструкции, осуществляет именно это.

Наконец, следует обсудить адиабатный процесс. Определяется он, конечно, не как изопроцесс (это, как известно, изоэнтропа), поскольку энтропия не введена, а как процесс, в котором $Q = 0$, что и становится его определением. Отсюда немедленно следует невозможность получить бесконечную работу, не затрачивая энергии, т.е. не передавая тепла. Действительно, при $Q = 0$ имеет место $A' = -\Delta U$. Из конечности запасенной U следует и конечность получаемой работы; таким образом, мы делаем заключение о невозможности так называемого вечного двигателя первого рода. Далее рассмотрим ситуацию, когда система теплоизолирована ($Q = 0$) и выразим работу, совершаемую системой через изменение механической энергии тех тел, над которыми она совершалась, $A' = \Delta W_{мех}$. Тогда:

$$\Delta W_{мех} = -\Delta U;$$

$$W_{мех2} - W_{мех1} = U_1 - U_2;$$

$$W_{мех2} + U_2 = W_{мех1} + U_1;$$

$$W_{мех} + U = \text{const}.$$

Мы получили для замкнутой и теплоизолированной системы закон сохранения энергии — не механической, а *полной*, т.е. механической плюс внутренней. Это будет крайне полезно при решении задач на адиабатические процессы.

И еще — в связи с будущими задачами (и особенно вопросами первой части ЕГЭ). Две формулировки первого начала, понятно, следует «намертво» выучить *обе* — через A и через A' — и не путать. Важно еще и другое: которую вспоминать. Если в вопросе речь идет о работе системы (A') — одну, над системой (A) — другую. Так же и в задачах. Не секрет, что именно путаница в этом — источник самых глупых и одновременно едва ли не самых распространенных ошибок.

Итак, некие условные пункты относительно смысла, заключенного в первом начале: *эквивалентность теплоты и работы, принципиальная возможность тепловой машины, невозможность вечного двигателя первого рода.* Осознание этих смыслов — при желании можно выделить иное число пунктов, иначе сформулировать — в общем, блажь, для задач это совсем не нужно. Однако скажем, озвучивая мысль, в некотором смысле небесспорную: наш предмет — это же не только задачи! Но дальше, к счастью, собственно они. И еще. «Под занавес» надо объяснить, что первое начало — уже отнюдь не про идеальный газ, а про все на свете. Этот переход ко «всему на свете» в смысле неких доказательств вообще не может обсуждаться: *начала* не выводятся, это аксиомы. Можно упомянуть, что термодинамика (в отличие от статической физики) — теория, как уже говорилось, феноменологическая, как механика, т.е. зиждется на первых принципах, которые суть аксиомы в геометрии и не выводятся принципиально. А вот задачи — да, они у нас будут снова про идеальный газ, и снова по причине недостаточности нашего математического аппарата для описания чего-либо другого.

2.2. ВТОРОЕ НАЧАЛО

Его можно предъявить сразу в двух формулировках, ни одна из которых опять-таки не выводится. Первая: невозможно осуществить процесс, единственным результатом которого является переход тепла от более холодного тела к более нагретому (Клаузиус). Вторая: невозможно осуществить процесс, единственным результатом которого является перевод всей полученной теплоты в работу (Кельвин). (Понятно, что формулировок больше, ограничимся этими.) В связи со второй формулировкой придется непременно обсудить блок-схему работы любой тепловой машины, указав на то, что холодильник — вот то, без чего она не может существовать исходя из второго начала в формулировке Кельвина. Затем можно обсудить, какое место эти формулировки занимают. Оказывается, можно себе представить явления, которые почему-то никогда не происходят, хотя и не запрещены первым началом.

Первое начало — в сущности, закон сохранения энергии (о чем говорилось) — «следит» только за тем, чтобы энергия не появлялась и не исчезала, направления ее переходов безразличны ему. Если теплота — без приобретений и потерь — перешла бы от холодного тела к горячему, первое начало было бы соблюдено. То же самое с полным преобразованием теплоты в работу. И тем не менее ни того, ни другого никогда не случается. И вот именно это и закрепляет в своих формулировках второе начало, для этого-то оно и нужно. Далее следует заметить, что формулировки, несмотря на кажущуюся различность, выражают одну и ту же глобальную идею. Какую? Прежде всего обсудим их «идейную близость», показав их «эквивалентность» друг другу. Что под этим понимается в данном случае? То, что нарушение одной непременно обеспечивает возможность нарушения другой. Действительно, если «нарушен Кельвин»

и мы можем сделать тепловую машину без холодильника, то при помощи этой машины возможно совершением работы (трением, к примеру) нагреть некое тело до температуры, большей температуры нагревателя. И это, ввиду отсутствия потерь в холодильнике, будет единственный результат — «нарушен Клаузиус». Если же изначально «нарушен Клаузиус», теплота перетечет самопроизвольно (без участия других тел и без изменений в них) от холодного тела к горячему. Тогда можно соединить непосредственно холодильник и нагреватель тепловой машины и тепло, отданное холодильнику, «вернется» в нагреватель, благодаря чему потери окажутся устраненными, и совершенная работа сравняется с теплотой, полученной (с учетом возврата) от нагревателя, — мы получим нарушение формулировки Кельвина.

Вообще, вторая формулировка, вполне возможно, потребует комментариев развернутых. Ну, действительно, почему же нельзя без холодильника? Возьмем и произведем, к примеру, изотермическое расширение (или адиабатическое — неважно). Все в порядке, все Q перешло в A' полностью — и в чем дело? Тут-то и важно понять, что результат этот не единственный, состояние газа (p_1, V_1) поменялось, теперь оно иное (p_2, V_2). Значит, газ нужно вернуть в прежнее состояние — сжать. Но попытка сжать без охлаждения, т.е. по той же изотерме, приведет к тому, что полная работа после обеих манипуляций окажется нулевой, что изобразится на диаграмме отсутствием площади «внутри петли». Значит, надо оставить такую площадь — сжать не до конца. Но тогда газ снова не возвращен в начальное состояние! Единственный выход — сжимать по более низкой изотерме (предположим для простоты, что сжимать мы хотим также изотермически). Тогда газ будет при сжатии давить на поршень слабее, нежели при расширении, и мы-таки получим ненулевую работу за цикл, что изобразится на графике петлей с ненулевой площадью внутри этой петли, что и есть работа A' за цикл. Но для того, чтобы ее получить, нам требуется охладить газ перед сжатием (к примеру, изохорно), а после — перед расширением — снова нагреть, дабы вернуть его в исходное состояние. Мы получили «двигатель с холодильником» и попытались «почувствовать» (понятно, что никакой ровным счетом доказательной силы наши иллюстративные разговоры не имеют) неизбежность холодильника для циклической тепловой машины. (Заметим, кстати, во избежание недоразумения: и холодильником, и нагревателем в нашем примере будут, конечно, не только изохоры, но и изотермы.) Можно поупражняться и убедиться, что если мы хотим получить замкнутый цикл с ненулевой площадью внутри петли, без холодильника не обойтись. Дальше нам остается лишь сообразить, что охлаждать выгоднее по адиабате, чем по изохоре, на которой вообще не совершается работы, и, заменив «переходные» изохоры адиабатами, мы и получим цикл Карно, являющийся самым оптимальным из разрешенных циклов. Его, конечно, не следует путать с запрещенным вторым началом двигателем без холодильника — так называемым вечным двигателем второго рода, гораздо более правдоподобно выглядящим, нежели вечный двигатель первого, но, тем не менее, столь же невозможным.

Тут можно ввести КПД цикла. Обсудить циклы, не останавливаясь, однако, на доказательстве оптимальности цикла Карно, поскольку самое изящное и простое доказательство — через энтропию и прямоугольник в координатах (T, S) — разобрать в школе все равно не получится. Желательно избежать неверных утверждений, например, что цикл Карно — единственный обратимый, поскольку один состоит лишь из обратимых процессов — изотермы и адиабаты. Напомним: обратимы все процессы, которые когда-либо нами обсуждались и изображались графически, про необратимые процессы в рамках равновесной термодинамики вообще ничего сказать невозможно. Речь может идти о том, что машина Карно с двумя термостатами неизменных температур может быть названа *обратимой машиной* в том смысле, что для реализации цикла Карно в ней не придется ничего менять при переходе от прямого цикла (режим двигателя) к обратному (режим холодильника или теплового насоса), тогда как для реализации любого другого обратимого цикла — кроме Карно, это не так; во всех других машинах требуются, вообще говоря, термостаты с меняющимися температурами. Провести прямой и обратный циклы в одной и той же машине с термостатами неизменных температур оказывается невозможным. В машине Карно это выглядит примерно так: медленное убирание песка с поршня вызовет квазистатическое расширение и начало прохождения цикла по часовой стрелке (прямой цикл), добавление же песка — квазистатическое сжатие и начало обхода цикла против часовой стрелки (обратный цикл) — в той же самой машине. Именно этого — «в той же самой», повторимся, и не получится с любым другим циклом, кроме Карно.

Именно здесь возникает со всей ясностью вопрос: вводить ли энтропию — термодинамически? Скорее, нет. Дело в том, что в школе — это до некоторой степени бессмысленная формализация, поскольку вводить более или менее строго хочется лишь то, на что потом будут задачи, иначе — зачем? Разве что «достичь понимания» — это, очевидно, имеет смысл и без задач; вроде как договорились, не на них одних сошелся свет клином в нашем предмете, но мы и так именно на это и тратим время сейчас. Так вот, продолжим.

Зададимся вопросом: нельзя ли понять причины указанных асимметрий: асимметрии теплообмена, а также преобразования

«теплота–работа»? Асимметрии видятся в том, что тепло переходит от горячего к холодному самопроизвольно и никогда самопроизвольно в обратном направлении, а механическая энергия может перейти во внутреннюю целиком (брусок остановился из-за трения), внутренняя же в механическую — лишь отчасти (потери в холодильнике машины). Понятно, что в рамках термодинамики, где утверждения эти аксиоматичны, объяснение «причин» невозможно, однако возврат к статистическим представлениям и молекулярной доктрине позволяет нечто понять. Что? После подробного рассмотрения статистического аспекта при выводе основного уравнения МКТ ученики (в идеале!) некую объяснительную модель (хотя бы идею) должны предложить сами. Ну, конечно, можно гипотетически представить переход тепла от холодного тела к горячему на микроуровне.

Модель будет выглядеть примерно так: в холодном теле много медленных молекул, но есть, конечно, и сравнительно небольшое число быстрых. В горячем наоборот: быстрых много, медленных существенно меньше (этим и обусловливается, собственно, «холодность» первого и «нагретость» второго). Предположим для простоты, что теплопередача осуществляется исключительно теплопроводностью. Прислоняем холодное к горячему. Неужто не может быть так, что крайне немногочисленные быстрые молекулы холодного «толкнут» немногочисленные же медленные горячего, разгонят их, сами «затормозятся», что и будет передачей тепла от холодного тела к нагретому, ибо холодное в результате этого станет еще чуть холоднее, а горячее — чуть горячее? Случится ли это? Вполне возможно, если молекул мало, и почти невероятно, если их много. Молекулярных комбинаций, обеспечивающих *такое*, несопоставимо меньше, нежели комбинаций, реализующих обратное. В такой модели немногочисленные быстрые молекулы холодного должны самопроизвольно собраться у границы одновременно с тем, что у нее же соберутся также немногочисленные медленные горячего. Понятно, что комбинаций подобного расположения гораздо (а при большом числе частиц несопоставимо) меньше, нежели остальных, обеспечивающих «разрешенное» направление теплообмена. Запрет Клаузиуса имеет статистическую природу, как и запрет Кельвина. Холодильник был бы не нужен, если бы газ, давивший на поршень в процессе расширения, почему-то не давил бы при сжатии, — тогда сжатие не было бы сопряжено ни с какой работой над газом. Это можно себе представить, к примеру, как то, что молекулы, при расширении распределенные по всему цилиндру равномерно, перед сжатием случайно слетелись бы все к задней стенке, благодаря чему мы бы и вернули поршень в исходное положение безо всякого усилия. Но подобное распределение молекул крайне маловероятно, ибо опять же обеспечивается малым числом комбинаций по сравнению с состоянием, когда «молекулы всюду». И там, и там — одно и то же: *просто реализуется то макросостояние, которое воплощается большим числом микросостояний*, — причина чисто статистическая. Если бы молекул в цилиндре тепловой машины было четыре, мы бы в принципе время от времени обходились без холодильника, поджидая для сжатия удобное их расположение, что в случае четырех частиц не такая уж невыполнимая задача. Но понятно, что если число частиц в макротеле порядка числа Авогадро, запреты «статистической природы» становятся практически строгими, что и фиксируется, правда, путем привлечения различных образов — формулировками второго начала.

Именно со статистической природой второго начала связана идея о гипотетическом устройстве, различающем молекулы и, допустим, пропускающем через отверстие в перегородке (сосуд разделен надвое) быстрые молекулы и не пропускающем медленные. Действительно, тогда статистические соображения будут этой селекцией «отменены». Газ в одной половине сосуда нагреется, в другой — охладится. Благодаря этой селекции появится разность температур, отсутствующая изначально, или же увеличится, а не уменьшится с течением времени та разность, которая была. Это будет означать не что иное, как нарушение второго начала в формулировке Клаузиуса. Удастся ли такое? Нет, поскольку, если устройство велико, оно не сможет распознавать отдельные молекулы, а если достаточно мало — размером броуновской частицы, то будет само охвачено заметным броуновским движением и будет функционировать, таким образом, случайно и для осуществления «селекции» снова окажется, пусть и по другой причине, непригодным. Описанное невозможное устройство, призванное нарушить второе начало, — это, разумеется, знаменитый «демон Максвелла», о котором (при наличии времени) также можно рассказать. (Клиент приходит в полнейшее недоумение от одной только мысли, что Максвелл (!) всерьез занимался выдумыванием неких гипотетических чертиков.)

Именно здесь возникает с еще большей ясностью вопрос: не ввести ли опять-таки энтропию — на этот раз статистически? И снова, вероятно, ответ: не стоит — все по той же причине, которая была сформулирована выше: формализация «повисает», если на это нет задач. Ну, а привлечь задачи на энтропию (заимствовав из вузовского курса) — на это конечно же нет времени. И вообще, есть, сознаемся, что-то искусственное в стремлении как можно больше вопросов из общей физики перетащить в школьную. Зачем? Будут лучше знать школьную? Не факт. Студенту, как многие знают по себе, знание общей (и даже теоретической) физики отнюдь не мешало не уметь решать сколько-нибудь сложные задачи из школьной. Чтобы лучше знали школьную, надо просто лучше учить школьной,

как ни скучно это звучит. Конечно, о том, что есть такая величина «энтропия», сказать вскользь можно. И формулу Больцмана написать тоже можно и даже (как же жалко времени!) объяснить, почему там не число доступных состояний, а его логарифм. Ну, тогда уж, коли вы «пустились во все тяжкие», и показать эквивалентность термодинамического определения статистическому — по крайней мере, красиво, чем отчасти это и будет оправдано. Тогда уж и неравенство Клаузиуса. И само второе начало через энтропию как закон ее возрастания, а иначе — зачем? Два слова о том, что касается столь любимого в стародавнее время «мировоззренческого аспекта»: есть учителя, которые именно в этом месте любят объяснять своим ученикам доходчиво, почему, исходя из второго начала, мы все, в конце концов, заболеем и умрем. Действительно, рассмотрим клетку. Нормальное ее функционирование на уровне молекул, понятно, обеспечивается заведомо меньшим числом вариантов, нежели патология, причем дело в том, что патология подходит любая, какая угодно — вариантов все равно больше! Дальше ясно — клетка самопроизвольно переходит в состояние, где комбинаций больше, — всего-то. Всегда сломается новая кофемолка, стиральная машина, телевизор — и мы. (Хорошо еще, если, философствуя в таком духе, он произносит «мы», а не «вы», в противном случае загробность этого отступления вообще не поддается описанию.) Кому эти беседы кажутся совершенно ненужными и даже несколько вульгарными, могут вполне их не вести — больше времени останется для задач, к которым мы — как всегда с большой поспешностью и готовностью — переходим.

К ЗАДАЧАМ

«Добровольность и постепенность» здесь, как и везде, ориентиры незыблемые. Алгоритм здесь, в общем-то, очевиден — применение непосредственно первого начала. Сначала что-то самое простое и фундаментальное — вроде вывода формул для C_V, C_p. Единственное, клиенты должны помнить совершенно твердо: если газ не одноатомный, «3/2 — писать не моги!» Как правило, в задачах указание на одноатомность — это гелий (что по-своему забавно: в таких количествах — в России...) Иная же конкретика «кислород, азот» — даже когда для решения не требуется молярная масса — указание на неодноатомность и на невозможность, стало быть, трех вторых. Где-нибудь здесь (можно, собственно, и раньше, но не позже) надо объяснить, что молярную массу могут сплошь и рядом не давать, рассчитывая на знание того, что $M \approx 10^{-3} M_r$ кг/моль; это, разумеется, один раз нужно вывести. Хотя, почему «разумеется»? Выводите, что хотите, что хотите, давайте без вывода — совершенно неясно, почему вот эту формулу рекомендуется непременно вывести, а ту — записать так. Все условно, каждый проводит границу где-то, ибо нельзя вывести все и глупо все писать без вывода (даже в гуманитарном классе). Принцип понятен: все, что *можно* вывести, в ваших обстоятельствах, — непременно выводить. Вопрос только, где провести границу этого «можно»...

Вернемся. Дальше — «комбинированные» задачи. Наряду с первым началом, требуется записать что-либо еще — как правило, тот или иной газовый закон.

Вообще, термодинамические задачи можно условно разделить на две группы: задачи *с рисунками* и задачи *с графиками* — просто для удобства. Как правило, это выглядит так: ситуация задается либо непосредственно рисунком, где изображена экспериментальная установка (или же описанием ее), либо графиком и циклом на нем. То есть информацию о том, какие обсуждаются процессы, мы получаем в обоих случаях «косвенно», но различно. Начнем с «задач с рисунком». Ученики должны *по рисунку* верно идентифицировать процесс, и по идее, это должно уже быть отработано в прошлой теме. На это умение должно накладываться владение термодинамическим аппаратом — и здесь появляются свои «общие места», которые лучше затвердить до автоматизма (подобные места есть в любой теме — нельзя всерьез размышлять над чем-то совсем уж элементарным!). Если процесс изобарный, газ одноатомный (!) и требуется искать теплоту — коэффициент $^5/_2$ должен всплывать у них сразу, глупо «додумываться» до этого снова и снова отдельно в каждой задаче. Если процесс адиабатный, они должны — как минимум в половине случаев — вспоминать не $A' = -\Delta U$, а следующий из этого закон сохранения полной энергии в виде $W_{мех} + U = \text{const}$ и сразу применять его. Если, кстати, $W_{мех}$ не изменяется и закон принимает вид закона сохранения внутренней энергии $U = \text{const}$, из этого, как понятно, вытекает так называемое уравнение теплового баланса, хорошо (нужно надеяться) известное им из 8-го класса.

И еще — про адиабатный процесс, не проходившийся с остальными и возникший только здесь. Его, так же как и те, необходимо научиться опознавать в задачах. На первый взгляд, на него должно указывать наличие эдакого термоса. И действительно, иногда — не так уж часто — *адиабатическая оболочка* и оговаривается явно. Но гораздо чаще на адиабатичность — и они должны это четко понимать — указывает слово «быстро».

«Задачи с циклами». Во-первых, надо отлично *читать графики* и быстро, при необходимости, перерисовывать их «в других координатах» — именно для таких задач этот навык и формировался. Во-вторых, задачи с КПД лучше начинать с выписывания его определения, независимо от того, его ли требуется искать, или он в числе величин известных; ученики быстро поймут, что так действительно удобней. И наконец, они должны четко и быстро определять в любом цикле нагреватель и холодильник. Им надо объяснить, что это не сложно. Во-первых, и то и другое обязательно есть

(второе начало). Во-вторых, адиабатный процесс, в котором $Q = 0$, — единственный не является ни тем, ни другим. Дальше просто: если в данном процессе $Q > 0$ — это нагреватель, $Q < 0$ — холодильник. Алгоритм предельно прост и построен на применении ко всем процессам цикла последовательно первого начала. Итак, $Q = \Delta U + A'$. Знак ΔU определяется знаком ΔT ($\Delta T > 0$ — нагревание, $\Delta T < 0$ — охлаждение), знак A' определяется знаком ΔV ($\Delta V > 0$ — расширение, $\Delta V < 0$ — сжатие). Случаи, когда ΔU и A' имеют разные знаки, (но не равны по модулю), в типовых задачах им практически не встретятся, но и здесь типовой алгоритм ясен — надо выяснить, какая из величин больше по модулю и каков, таким образом, знак Q. Полезно отдельно рассмотреть упоминавшийся выше процесс в установке с пружиной, когда $p \sim V$, и решить несколько задач подряд именно на него. В конце — в качестве повторения — уместно хотя бы кратко вспомнить задачи на уравнение теплового баланса, дабы «дотянуть» мостик из 8-го класса в 10-й, где, по сути, и отыскивается место этому уравнению, являющемуся частным случаем первого начала. В конце, как всегда, комбинированные задачи.

Все, позволим себе некоторую передышку, а именно

отступление 8-е

ОЦЕНКИ

Косвенно то там, то там о них уже шла речь. Но так как, признаться, мы уже плохо помним, что и где успели сказать, начнем на всякий случай сначала. Оценок должно быть много. Нет, есть, конечно, умницы, которые учат без них, вспоминают о них в конце «отчетного периода» и наскоро что-то ставят, поскольку надо же вывести ученику хоть что-то в полугодии, и все у них хорошо. Нам приходилось видеть такого лишь одного — да и то не по физике. По программированию, а у них там, знаете ли, все другое — и дети по одному сидят, и компьютер сам по себе завлекает, короче, они — не мы. Но дело не в этом. Допустим, у вас получается без оценок — и прекрасно. Дети экзамен пишут, на олимпиадах побеждают — ну не любите вы оценок, ну что тут поделать... На это, естественно, можно сказать одно-единственное: всякое бывает. Бывают большие таланты, тут, как говорится, «ученого учить — только портить» — у него все хорошо и так. Мы, собственно, не о нем, такой самородок — всегда исключение, о нем что говорить. Что же касается правила, вернемся — оценок должно быть много. Во-первых, это поддержание мотивации. Той самой «низменной», внешней, когда ученик замотивирован не интересом к предмету, а приметой формально, ничего не значащего успеха, «победы», мы вот об этой мотивации. Безумие ее недооценивать. Ни в какой школе, ни в каком предмете, и ни на каком уроке ученику не будет интересно *всегда*, непрерывно. И мотивация исключительно на интересе строиться не может. Нужны «подпорки». Кроме той самой *внутренней* мотивации, *внешняя* — совершенно необходима. Так вот оценки, как понятно, к ней имеют отношение первостепенное.

Во-вторых — диагностика. Оценки — ее показатели, то, в чем она выражается: поняли — не поняли. И главное: решают — не решают. Все эти аспекты моментально и исчерпывающе прояснены — и для вас, и для ученика. В-третьих: это инструмент моментального реагирования для исправления ситуации. *Два* — самостоятельная, как уже говорилось, переписывается обязательно, *три* — по желанию. Без оценок — где этот инструмент регулирования, каков он? Наконец, если угодно, в-четвертых, хотя этот пункт, можно сказать, все же в иной весовой категории (несомненно, более легкой) — элементарное учительское удобство. Отсутствие в конце четверти или полугодия мучительной и в общем-то нелепой проблемы, «где взять оценки», проблемы, о которой вначале уже было... Но, для того чтобы это все было возможно, требуется, как все мы любим им повторять, «потрудиться». Самостоятельные работы, как уже говорилось, — не реже чем через два урока на третий. Лучше — через урок. Любую проверять непременно к следующему уроку. Приучить детей, что у вас иначе и быть может! На дополнительных за переписывание оценку ставить, но не вместо той самой, которая переписывается, а после. О пятерках «за доску» уже говорилось: если оценок в принципе много, «много колонок», пятерки картину существенно не изменят, ну а несущественно — конечно, для этого и ставятся.

Еще раз о критериях. Итак, неделание «блока наизусть», т.е. невоспроизведение фрагмента теории или же задачи наизусть (задач) — немедленно *два*. Если с этим в порядке — уже не *два*, *три* минимум. К задачам наизусть можно при желании приравнять задачи, задававшиеся на дом. Дальше несложно: все задачи — *пять*, две — *четыре*, одна — *три*: исходим из того, что самостоятельная, как правило, из трех задач (пользуясь случаем, напоминаем — все абсолютно решаются без чисел и при малейшей для этого возможности — «до системы»). Если самостоятельная, за исключением «блока наизусть», включает две задачи — по ситуации. Сложные — можно *четыре* и за одну решенную поставить, простые — за одну только *три*. То же самое — по ситуации — можно сказать про отношение к «недочетам». Смотря какие. При малейшей возможности лучше не снижать, т.е. поставить пять с минусом, а не четыре, дабы обозначить, что кардинальных ошибок нет, задача решалась правильно, однако некая мелкая оплошность допущена и формально ответ, конечно, неверен — и тем не менее. Таким образом, можно заметить, оценивается, как и на любой практически олимпиаде, не число задач, решенных безупречно, а гораздо более гибко, когда и за нерешенную задачу можно получить некий балл в зависимости от того, насколько все-таки удалось «продвинуть» ее решение. Сказанное особенно относится к задачам сложным и многоступенчатым, с несколькими пунктами или если есть необходимость рассматривать случаи в процессе решения.

Итоговая — за четверть, полугодие или год — по среднему арифметическому, т.е. максимально примитивно. Таким образом, любой ученик и, главное, в любой момент времени может самостоятельно, ничего в принципе не спрашивая у вас, понять, «на каком он свете» в смысле полугодовой, достаточно подсчитать среднее арифметическое текущих к настоящему моменту. Округление — по правилу (т.е. 4,5 округляется в 5),

что автоматически делает эту операцию проведенной «в пользу ученика», ну и прекрасно! Не мелочимся. Если он говорит, что у него «за доску» шесть *пятерок*, — верить. Если на самом деле у него их было пять, а одну он приписал «по вдохновению» — простить. Если он учится хорошо — неважно (вариант-то, скорее всего, этот). Во-первых, ему будет очень приятно, что вы ему доверяете, вы поступаете по отношению к нему по-человечески. Не родилось еще такого ученика, который бы это не оценил.

Во-вторых, если он соврал, ему будет стыдно и без вас. А кроме того, страшно — пятерки за доску выставляются публично — всегда есть опасность, что заметят. Наконец, следующее простое соображение. Допустим, все так, пятерка выдумана. Забудьте. Ничего не поменялось. Судя по тому, что пятерок за доску он пять все-таки получил, учится он неплохо, иначе не получил бы и этих. А тогда все в журнале неплохо, и пять там пятерок или шесть — в общем, не так важно. Ну и ладно. Если же у него пятерка за доску вообще одна, нежданное появление второй, разумеется, ощутимо. Этот, видимо, «не очень», и у него действительно существенна каждая. Не беспокойтесь. Такой и сам на эту уловку решится едва ли, тут история совсем другая, он же сам чувствует: главное «не зарваться». У такого ученика вообще совершенно другое к этому отношение. Трудно даже вообразить, как он гордится этой — единственной. И правильно делает. И молодец. Ему в некотором смысле не до приписок, поверьте!

Конечно, эта система будет работать четко, если в классе безукоризненная дисциплина и в принципе нормальные отношения с учениками. Любая система — оценивания ли, чего-либо еще — будет нормально работать тогда и только тогда, когда названное условие выполнено, тут даже и говорить не о чем.

Кстати, оценки — можно так договориться (т.е. принять такое решение — и после «договориться» с ними) — вполне могут зарабатываться и на факультативе, не обязательно на уроке. Тем более что там и задачи сложнее. Ну, разумеется, речь идет про «пятерки за доску» — на факультативе им самое место, почему нет. Впрочем, факультатив — тема отдельного разговора и, соответственно, отдельного отступления, до которого мы его и оставляем.

НА ДОСКЕ

листы № 32, 33, 34, 35, 36, 37.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 518, 521, 522, 524, 525, 527, 528 (ЛРЩ);
2.2.8, 2.2.7, 2.2.21, 2.2.22, 2.2.16, 2.2.17 (ВМК);
2.62, 2.60, 2. 61, 2.64 (М);
5.6.27, 5.6.6, 5.6.7 (С);
2.223, 2.224, 2.226, 2.227, 2.221, 2.217, 2.225. 2.228 (Б);
2.2.79, 2.2.80 (ВМК).

«САВЧЕНКО»

№ 5.6.30, 5.6.31, 5.9.18, 5.6.22, 5.6.28, 5.9.19.

Внутренняя энергия. $U = \sum_i E_{k_i} + W_p$

Ид. газ (одноатомный): $W_p = 0$, $U = \sum_i E_{k_i}$

$$U = N\bar{E} = \nu N_A \frac{3}{2}kT = \frac{m}{M}\overbrace{(N_A k)}^{=R}\frac{3}{2}T = \underline{\frac{3}{2}\frac{m}{M}RT}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T$$

I-ое начало термодинамики

Изм. вн. эн.

- соверш. работы
- теплопередача
  - теплопроводн.
  - конвекц.
  - излучен.

$$\boxed{\Delta U = Q + A}$$

$$A' = -A$$

$$\boxed{Q = \Delta U + A'}$$

Смысл:
1) „эквивалентность Q и A";
2) возможность „тепл. маш.";
3) невозможн. в. д. I-го рода.

В изопроцессах:

1) изохорный: $V = const$, $\Delta V = 0 \Rightarrow A = A' = 0$; $\underline{Q = \Delta U}$
2) изотермическ.: $T = const$, $\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$; $\underline{Q = A'}$
3) изобарный: $p = const$, $\Delta p = 0$; $\underline{Q = \Delta U + A'}$
4) адиабатный: $Q = 0$; $\underline{A' = -\Delta U}$ (При $Q = 0$ A' не может быть больше $|\Delta U|$ — невозможность „вечн. двигат. I-го рода")

<u>При адиаб. процессе:</u> $A' = -\Delta U$

$A' = \Delta W_{мех}$ (тел, <u>над кот.</u> соверш. раб.)

$$\Delta W_{мех} = -\Delta U$$

$$W_{мех_2} - W_{мех_1} = -(U_2 - U_1)$$

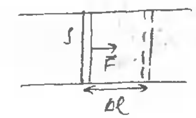
$$\underline{W_{мех_1} + U_1 = W_{мех_2} + U_2}, \quad \underline{W_{мех} + U = const}$$

(З-н сохранения <u>полной</u> энергии)

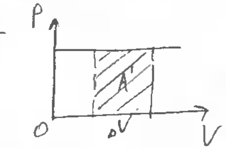
„Теплота и работа"

1) A'

Изобарный процесс: $p = const$



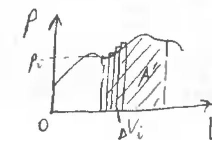
$$A' = F\Delta l = p\underbrace{S\Delta l}_{\Delta V} = p\Delta V \quad (A = -p\Delta V)$$



— площадь под граф. $p(V)$

Произвольный процесс.

$$\Delta A'_i = F_i\Delta l_i = p_i\underbrace{S\Delta l_i}_{\Delta V_i} = p_i\Delta V_i \quad (\Delta V_i \to 0)$$



$\Delta A_i = p_i\Delta V_i$ — площадь под гр. $p(V)$

$\underline{A = \sum_i \Delta A_i}$ — тоже площадь $p(V)$

2) Q

$\underline{C = \frac{Q}{\Delta T}}$ — теплоёмкость; $\underline{c = \frac{Q}{m\Delta T}}$ — удельная теплоёмкость

Пусть $\nu = 1$ моль („молярная тепл."). Газ одноатомный

$$C_V = \frac{Q_V}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2}R\cancel{\Delta T}}{\cancel{\Delta T}} = \underline{\frac{3}{2}R}$$

$$C_p = \frac{Q_p}{\Delta T} = \frac{\Delta U + A'}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2}R\Delta T + p\Delta V}{\Delta T} = \frac{\frac{3}{2}R\cancel{\Delta T} + R\cancel{\Delta T}}{\cancel{\Delta T}} = \underline{\frac{5}{2}R}$$

$$\underline{C_p = C_V + R} \quad \text{(ф-ла Майера)}$$

$$C_T = \frac{Q_T}{\Delta T} \to \infty \quad \text{(„термостат")}$$

$(\Delta T \to 0)$

$$C_{Q=0} = \frac{\cancel{Q}^{\,0}}{\Delta T} = 0 \quad \text{(„адиаб. оболочка")}$$

$Q = \Delta U + A'$

$\Delta U = Q + A$

система замкнута: $A = 0$ } $\Rightarrow \Delta U = 0$; $U = const$
теплоизолирована: $Q = 0$ }

i-ое тело $\Delta U_i = Q_i + A_i$ Пусть $A_i = 0$ (тела обмениваются энергией только в теплопередаче)

Тогда: $\underline{\Delta U_i = Q_i}$

$\Delta U = 0$

$\Delta U_1 + \Delta U_2 + \ldots + \Delta U_N = 0$; $\sum_i \Delta U_i = 0$

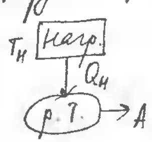
$$\underbrace{Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_N = 0 \;,\; \sum_i Q_i = 0}_{}$$

Ур-е теплового баланса.

II-ое начало термодинамики

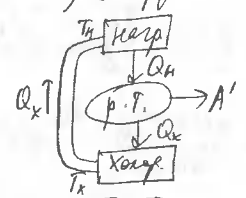
„эквивалентность формулировок"
(нарушение одной обеспечивает возможность нарушения второй)

1) „Нарушение ф-ки Кельв."



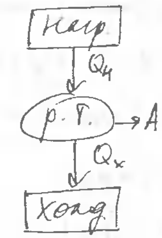
(холодильн. нет)
нагреваем рабочее („горячее") тело до $T > T_H$ $\Rightarrow$
„У. результат" —
— нарушение ф-ки Клаузиуса

2) „Нарушение ф-ки Клауз."

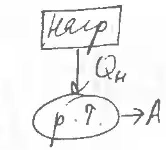


$T_x < T_H$
Тепло перетекает и обнес горячему телу $\Rightarrow$
$\Rightarrow Q_x = 0$ —
— „холодильника нет" —
— нарушение ф-ки Кельвина.

Тепловая машина



$Q_H \neq 0$
$Q_x \neq 0$; $A' = Q_H - |Q_x|$



$Q_x = 0$
„вечный дв. II-го рода"
запрещен II-ым нач. термодин.

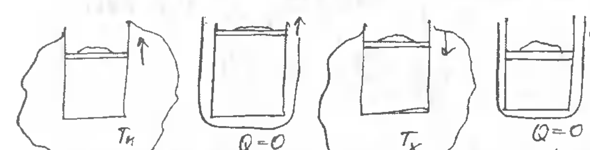
$Q_H = 0$

$Q_x = 0$
„вечный дв. I-го рода"
запрещен I-ым нач. термодин.

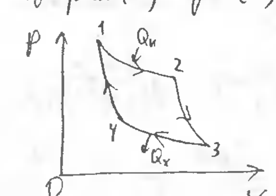
КПД тепл. машины

$$\eta = \underbrace{\frac{A'}{Q_H}}_{} = \frac{Q_H - |Q_x|}{Q_H} = \underbrace{1 - \frac{|Q_x|}{Q_H}}_{}$$

Цикл Карно (максим. η) — „наибольшая эффективность"

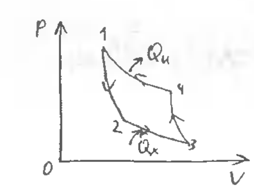


изотерм. (1-2) адиаб. (2-3) изотерм. (3-4) адиаб. (4-1)

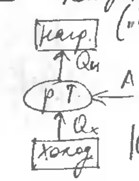


„Режим двигателя"

$$\underbrace{\eta_K = \frac{T_H - T_x}{T_H} = 1 - \frac{T_x}{T_H}}_{}$$



„Режим холодильника"
(„тепловой насос")



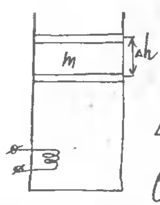
$\eta = \frac{A}{|Q_H|}$

$|Q_H| = Q + A$.

Задача №1

Дано:
$m, \Delta h$ $(p_0 = 0)$
$\nu = 1$ моль

$A' - ?$ $\Delta U - ?$
$Q - ?$ $\Delta T - ?$



$p = const$ (изобарный процесс)

$$A' = p\Delta V = \frac{mg}{S} S\Delta h = \boxed{mg\Delta h}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}p\Delta V = \boxed{\frac{3}{2}mg\Delta h}$$

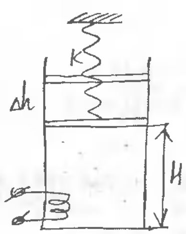
$$Q = \Delta U + A' = \boxed{\frac{5}{2}mg\Delta h}$$

$$p\Delta V = \nu R\Delta T; \quad \Delta T = \frac{p\Delta V}{\nu R} = \frac{p\Delta V}{R} = \boxed{\frac{mg\Delta h}{R}}$$

Задача №2

Дано:
$m, \Delta h, k, S$
$(p_0 = 0), H$

$Q - ?$

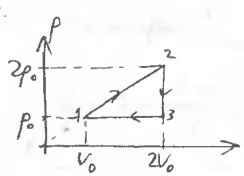


$$\left.\begin{aligned}
&Q = \Delta U + A' \\
&A' = mg\Delta h + \frac{k(\Delta h)^2}{2} \\
&\Delta U = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) \\
&p_2 = \frac{mg + k\Delta h}{S}, \; V_2 = S(H + \Delta h) \\
&p_1 = \frac{mg}{S}, \; V_1 = SH
\end{aligned}\right\}$$

Задача №3

Дано:

$\eta - ?$



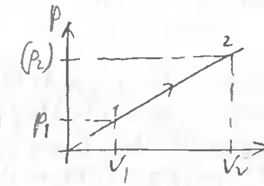
$$\eta = \frac{A'}{Q_H} = \frac{\frac{1}{2}(2p_0 - p_0)(2V_0 - V_0)}{Q_{1-2}} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\Delta U_{1-2} + A'_{1-2}} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{3}{2}(2p_0V_0 2 - p_0V_0) + A'_{1-2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{3}{2}(2p_0V_0 2 - p_0V_0) + \frac{2p_0 + p_0}{2}(2V_0 - V_0)} = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{3}{2}\cdot 3p_0V_0 + \frac{3}{2}p_0V_0} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

Задача №4.

Дано:
p_1, V_1, V_2 $(\nu = 1$ моль$)$

$A' - ?$
$\Delta U - ?$
$Q - ?$
$C - ?$



$$\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2}$$

$$p_2 = \frac{p_1V_2}{V_1}$$

$$A' = \frac{p_2 + p_1}{2}(V_2 - V_1) = \frac{p_1V_2 + p_1V_1}{2V_1}(V_2 - V_1) =$$

$$= \frac{p_1}{2V_1}(V_1 + V_2)(V_2 - V_1) = \boxed{\frac{p_1}{2V_1}(V_2^2 - V_1^2)}$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}\left(\frac{p_1V_2^2}{V_1} - p_1V_1\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{p_1V_2^2 - p_1V_1^2}{V_1}\right) =$$

$$= \boxed{3\frac{p_1}{2V_1}(V_2^2 - V_1^2)}$$

$$Q = \Delta U + A' = \cancel{4}^{2}\frac{p_1}{\cancel{2}V_1}(V_2^2 - V_1^2) = \boxed{\frac{2p_1}{V_1}(V_2^2 - V_1^2)}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

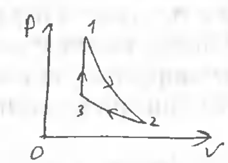
$$\Delta(pV) = R\Delta T, \quad \Delta T = \frac{\Delta(pV)}{R} = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{R} =$$

$$= \frac{p_1V_2^2 - p_1V_1^2}{V_1R} = \frac{p_1(V_2^2 - V_1^2)}{V_1R}, \quad C = \frac{2\cancel{p_1}\cancel{(V_2^2 - V_1^2)}\cancel{V_1}R}{\cancel{V_1}\cancel{p_1}\cancel{(V_2^2 - V_1^2)}} = \boxed{2R}$$

Задача №5

Дано:
$A_{2-3}, \Delta T$

$\eta - ?$



$$\eta = 1 - \frac{|Q_x|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_{2-3}|}{Q_{3-1}} =$$

$$= 1 - \frac{A_{2-3}}{\frac{3}{2}\nu R\Delta T} = \boxed{1 - \frac{2A_{2-3}}{3\nu R\Delta T}}$$

Глава 3
АГРЕГАТНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Всамделишный переход к реальному газу будет выражаться, естественно, не в том, что вместо уравнения Менделеева–Клапейрона выпишется уравнение Ван-дер-Ваальса. Конечно, Ван-дер-Ваальсов газ всерьез рассматриваться не будет, хотя жаль, поскольку именно так становится понятно место так называемых метастабильных состояний — пересыщенного пара и перегретой жидкости, познакомиться с которыми придется в преддверии неизбежных в следующем году камер — Вильсона и пузырьковой. Реальный газ, приходящий на смену идеальному, от идеального будет отличаться лишь принципиальной возможностью конденсироваться. Причем — это крайне важно для задач — пока он этого не сделал и еще является газом, требуется относиться к нему как к идеальному. Это выразится, понятно, в применении к нему уравнения Менделеева–Клапейрона. Ну, до упомянутых метастабильных состояний еще далеко. Успеется ли, поверхностное натяжение, необходимое для обсуждения метастабильности — опять-таки непонятно, посему приступим к обсуждению насыщенности и насыщенному пару. Динамическое равновесие объясняется просто: скорость испарения (назовем так число частиц, покидающих жидкость в единицу времени) определяется, очевидно, температурой, скорость же конденсации (число частиц, в единицу времени возвращающихся) — давлением пара, находящегося над жидкостью (впрочем, с таким же успехом можно говорить и о плотности). В первый момент, когда сосуд закрывается крышкой, пара над жидкостью мало, стало быть, мало́ его давление (и плотность), значит, скорость конденсации меньше скорости испарения. С течением времени давление и плотность пара растут, ибо испарение преобладает над конденсацией, вместе с чем растет и скорость конденсации, рано или поздно «дорастая» до скорости испарения, которая все это время была неизменна по причине постоянства температуры.

Итак, наступает момент, когда скорость конденсации сравнивается со скоростью испарения (динамическое равновесие — предупредить учеников, чтобы ни в коем случае не путали с термодинамическим), что самопроизвольно уже не изменится. Действительно, допустим, что случайно молекул вылетело чуть больше, чем «надо», это приводит к увеличению давления и плотности пара, вместе с чем возрастет и скорость конденсации. Конденсация будет преобладать над испарением до тех пор, пока не восстановятся прежние значения p и ρ, т.е. пока «лишние» молекулы не вернутся в жидкость. Если молекул вылетело меньше, p и ρ упадут, скорость конденсации уменьшится, испарение начнет преобладать — опять же, до восстановления прежних значений p и ρ, соответствующих равновесию. Таким образом, состояние это устойчиво и придет в него система самопроизвольно. Это опять же стоит хорошо осознавать в преддверии задач, в которых сплошь и рядом пар прямо называться насыщенным не будет, а вместо этого будет сказано, что сосуд с жидкостью накрыли крышкой «давно»; ученик должен по одному этому понимать, что пар в сосуде — насыщен. Представим себе, что мы начинаем нагревать — изохорно. Давление возрастает, но быстрее, нежели это было с идеальным газом (где это, как известно, происходило линейно — закон Шарля). Объясняется это тем, что молекулы не просто начинают двигаться быстрее, отчего ударяются в стенки сильнее и чаще, но их еще и становится больше — нагревая, мы поддерживаем некоторое малое преобладание испарения над конденсацией. (Модель такая — пар все время насыщен, т.е. скорость конденсации равна скорости испарения, но вследствие нагревания обе растут, причем скорость конденсации, в принципе, «успевает» за скоростью испарения, но с некоторым малым «запаздыванием», вследствие чего число молекул в паре растет.) Формально это показывается банально: тогда как в идеальном газе в формуле $p = nkT$ константой было nk, в насыщенном паре (формулу к которому мы, как уже говорилось, считаем применимой) константа только k — n возрастает в месте с T. Мы изображаем ту самую экспоненту (естественно, не говоря, что это экспонента) в координатах (p, T) и получаем таким образом первый из двух графиков, которые они должны знать, — изохору реального газа. Заканчивается она либо моментом, когда «закончилась вода» и возможности для роста числа молекул пара больше нет, либо на сравнивании плотностей пара и жидкости, именуемом критическим состоянием и поясняемым вспомогательным графиком тут же. Если эту изохору мы именуем «изохорой насыщенного пара», то на критическом состоянии ее логично закончить, ибо после достижения этого состояния понятие насыщенного пара — пара, находящегося в динамическом равновесии со своей жидкостью, теряет смысл.

Изобразив изохору реального газа и сравнив ее с изохорой идеального, пойдем дальше и попытаемся изобразить изотерму. Представим себе, что мы уже не нагреваем, но поршень подвижен, и мы медленно вдвигаем его в цилиндр, начав изотермическое сжатие пара. В некоторой точке пар будет сжат настолько, будут достигнуты такие значения p и ρ, при которых начнет выполняться условие динамического равновесия, а это значит, что образующиеся капли перестают исчезать, ибо конденсация на них равна испарению с их поверхности, — и мы получаем начало «полочки». При дальнейшем сжатии p и ρ в первый момент возрастают — вместе с этим возрастает скорость конденсации, конденсация преобладает над испарением — до восстановления прежних значений p и ρ. Мы получаем изотерму, которая здесь выглядит одновременно и изобарой, — «полочку». Это происходит, понятно, до того момента, пока не сконденсируется весь имеющийся пар. Далее следует резкий (ввиду крайне малой сжимаемости жидкости) скачок — и перед нами вся изотерма реального газа, которую также необходимо сопоставить с изотермой идеального, которая есть просто гипербола (закон Бойля—Мариотта). Если температура будет выше, «полочка» сократится — начало ее отодвинется влево, поскольку при большей температуре динамическое равновесие наступит при больших значениях p, стало быть, условно-гиперболический участок продолжится выше и перейдет в «полочку» левее. Конец же «полочки» отодвинется вправо по причине теплового расширения жидкости. Осознав эту тенденцию в семействе изотерм, мы без труда представим полное исчезновение «полочки» на некоторой изотерме и отсутствие ее на всех, лежащих выше.

Если поршень закрепить и начать нагревание, что изображается в координатах (p, V) вертикальными изохорами, будет наблюдаться следующее. По мере нагревания будет происходить тепловое расширение жидкости, представляющее собой фактор сдвигания границы раздела вверх, и одновременно с этим преобладание испарения над конденсацией — фактор, обусловливающий движение границы раздела вниз. Если жидкости много, преобладать будет первый из этих двух факторов, и граница раздела исчезнет на «потолке», весь остающийся объем будет занят жидкостью. Если жидкости мало, преобладать будет второй фактор и граница раздела исчезнет на «дне», весь объем будет занят паром. Наконец, если эти факторы влияют одинаково, граница раздела исчезнет в пространстве внутри сосуда; это исчезновение обусловливается сравниванием плотностей: подверженная тепловому расширению жидкость уменьшает плотность до того значения, до которого возрастет плотность пара, становящегося все более и более плотным из-за преобладающего испарения в него. Произойдет это исчезновение границы раздела именно при температуре «исчезновения полочки», но это как раз температура, как мы выяснили, сравнивания плотностей, т.е. критическая. Теперь мы можем изобразить, как это принято, все семейство изотерм.

Пойдем дальше, об изобаре насыщенного пара благоразумно умолчав (ибо с ней все сложно, в своих «родных» (V, T)-координатах она представляет собой, как известно, не линию, а область, и вдаваться в это в школе не стоит). Следующий вопрос, стоящий несколько особняком, он же, в общем, последний в теории этого раздела — водяной пар в атмосфере. Вводятся понятия абсолютной

и относительной влажности, и в общем, это и было бы все, если б не довольно трудоемкая, как показывает практика, проблема понимания того, как эту относительную влажность измерять. Речь идет о принципе действия гигрометра. Учеников, к сожалению, слишком сильно отвлекают эфир, резиновая груша и прочие атрибуты. Им нужно объяснить суть: охлаждая некоторую поверхность и, стало быть, прилегающий к ней воздушный слой (температуру которых мы можем измерять), мы добиваемся того, что пар в этом слое становится насыщенным, судить о чем мы можем по капелькам воды, появившимся на поверхности. Так как охлаждение данного слоя воздуха происходило *изобарно*, давление в нем — и в том числе водяного пара — в процессе охлаждения не менялось. Следовательно, узнав из таблицы давление насыщенного пара при той температуре, при которой он стал насыщенным («точка росы»), мы таким образом узнаем давление водяного пара в атмосфере — «здесь и сейчас» — и это *числитель* дроби, выражающей определение относительной влажности. Воспользовавшись таблицей повторно и узнав давление насыщенного пара при температуре в комнате, мы узнаем *знаменатель*.

Важно осознать изобарность охлаждения, постоянство давления, благодаря которому, выделив некий фрагмент пара и охладив его до точки росы, мы с помощью таблицы и можем понять, каково его давление. Не стоит повторять ошибку некоторых учебников (особенно 8-го класса), где сказано, что после *изобарного* охлаждения следует заметить точку росы, по таблице *плотностей* найти соответствующую этой температуре *плотность* насыщенного пара и подставить в формулу для относительной влажности, записанную через плотности. Ясно, что при изобарном процессе плотность как раз поменяется: нужно обратиться к таблице именно *давлений*, найти *давление* насыщенного пара (оно-то осталось прежним) и подставить в формулу, записанную через давления. Делать же то, к чему призывает учебник, можно при охлаждении *изохорном*, в котором не меняется как раз *плотность*. Если ученик об этом задумывается, у него практически неизбежно возникает вопрос: но отношение давлений в определении относительной влажности — то же самое, что отношение плотностей по очевидной формуле $p = \rho RT/M$, почему же при изобарном охлаждении нельзя манипулировать с плотностью? Ответ: плотность поменяется. Да, но если мы охлаждаем до точки росы изохорно — плотность же не меняется? Не меняется. Непонятно: она то меняется, то нет — как такое может быть? Ответ прост: при изохорном охлаждении будет *другая* точка росы, нежели при изобарном. Первые капли появятся при *разных* температурах, в зависимости от того, *изобарно* или *изохорно* мы охлаждаем (это, собственно, можно понять, обратившись к (p, T)-координатам: мы достигаем изохоры насыщенного пара в *разных* точках в зависимости от того, двигаемся влево по изобаре или же влево и вниз по изохоре идеального газа). Поэтому при определении относительной влажности мы должны в первом случае воспользоваться таблицей давлений и узнать давление при «изобарной» точке росы, а во втором — таблицей плотностей и узнать из нее плотность при «изохорной» точке росы — иной.

К ЗАДАЧАМ

Прежде чем к ним переходить (а теория у нас, в принципе, исчерпана), лучше отдельно — специально для задач! — остановиться на самых главных моментах. Итак, давление насыщенного пара не прямо пропорционально температуре, как это было у идеального газа. Давление насыщенного пара определяется только температурой (таблица) и не зависит от объема, занимаемого паром. Еще раз повторимся: попытка сжать насыщенный пар (мы — на «полочке») приводит не к сжатию его, а к конденсации. У него в результате не давление возрастает (как это было бы у идеального газа), а уменьшается масса. Давление же в результате будет одним и тем же, а именно давлением насыщенного пара при данной температуре. И это — в любом объеме. Правая часть уравнения состояния, равная левой части $p\Delta V$, выглядит уже не как $(m/M)R\Delta T$, как это было у идеального газа, а как $(\Delta m/M)RT$ — температура и давление неизменны, меняется масса! На этом построены первые, еще несложные задачи на определение относительной влажности.

Далее — задачи сложнее. Прежде всего это задачи на «влажный воздух». Ученики должны ясно понять, что речь идет просто о смеси водяного пара и остальных компонентов (будем вслед за задачниками именовать их «сухим воздухом»). Решение *всех* этих задач — это в том или ином объеме одни и те же идеи, исчерпывающе выражаемые следующей системой (которую лучше просто выучить наизусть).

1. Давление смеси равно сумме давлений.
2. Плотность смеси равна сумме плотностей.
3. Уравнение состояния (связь давления и плотности) для пара.
4. Уравнение состояния (связь давления и плотности) для воздуха.
5. Определение относительной влажности.

На одном моменте задач этого типа остановимся, пожалуй, чуть подробней. Давление ненасыщенного пара увеличилось в α раз, тогда как объем, занимаемый им, уменьшился в β раз, причем $\beta > \alpha$. Как интерпретировать? Нужно понять, что пар стал насыщенным. Действительно, мы находились, очевидно, правее «полочки», в противном случае (если бы мы были на ней) α было бы равно единице, давление при сжатии не изменилось бы. Если бы мы, сжимая, «полочки» не достигли, β было бы равно α (участок до полочки считаем, как у идеального газа, гиперболой!). Из того, что $\alpha \neq 1$ и $\beta > \alpha$, однозначно вытекает, что мы перешли на «полочку». И если нам для решения задачи требуется, к примеру, давление в конечной точке, можем быть уверены — это давление насыщенного пара (которое, разумеется, известно). Клиент начинает испытывать невероятное удовлетворение, когда вдруг, сам себе не веря, научается решать эти задачи, в которых обычно и условие-то уразуметь немыслимо, не то что решить!

В заключение можно еще раз вспомнить все формулы и задачи с удельными теплотами из 8-го класса и решить некоторое количество задач (желательно посложнее, простые у них в идеале в достаточном количестве были в 8-м) на уравнение теплового баланса — на этот раз с фазовыми переходами в сюжете. Тему «Механические свойства твердых тел» можно изучить вполне обзорно и без задач, поскольку задач на эту тему нигде не видно уже давно. Сэкономим на этом и мы.

Впрочем, как и всегда, вскользь уже говорилось, решать можно какие угодно задачи — только не на уроке. Итак,

отступление 9-е

ФАКУЛЬТАТИВ

Он — вещь отдельная. Должен быть как чудо. Его хотя бы в какой-то степени должны ждать. Хотеть. Факультатив не просто так. У них мысли не должно возникать, что вот они, мол, «торчат здесь после уроков». Если он хорош — и уроки окрашиваются иначе, все-таки один предмет. Факультатив непременно должен быть хоть чем-то примечателен. Боже упаси вас понять это так, что на факультативе нужно мастерить ракету. Нет, хотите — мастерите, только это кружок в 6-м классе (ну, в 7-м), а вовсе не то, о чем тут идет речь. Мы — о факультативе. На нем предлагается решать сложные задачи — олимпиадные. Очень сложные. Больше ничего. Чем же он будет таким замечательным, благодаря чему? Выпускниками. Благодаря выпускникам. И пусть они не так гладко методически все это объяснят (хотя и это, как правило, не так — хороший студент сплошь и рядом объяснит лучше нас!). Пусть у них будет какая-то своя — избыточно сложная, с нашей точки зрения, — система проверки и оценивания, пусть еще что-нибудь, что мы бы сделали иначе, это неважно, поверьте, совершенно неважно! И вообще, это отступление про факультатив — на самом деле про выпускников: школа — это они. Учителя — в половине своей случайные люди, формировались где-то, пришли недавно, того гляди, скоро уйдут. Половина не вполне добросовестна, половина, мягко говоря, не очень умна, остается другая половина (вы следите за половинками — тут все точно) — умницы как один, но работают уже слишком давно, и некая самая-самая последняя жизнь вокруг — не у них и уже совсем не через них идет.

Ученики вообще не обсуждаются — нет в школе фигур более случайных и временных, чем они. Халифы на час. И интересует их разве что внеучебное и четвертные. Потом — полугодовые. И наконец, в финале — поступление. Мы все любим повторять 11-му классу, что они в школе — самые старшие и все взоры обращены на них, видно любое их действие, у иных и вовсе оставшееся бы незамеченным. И потому на них огромная ответственность — хотят они этого или не хотят, понимают это или не понимают. И они слушают, и получается очень убедительно. Все это ерунда. Чтобы это было так, они должны стать *выпускниками*, это в полной мере так — для выпускников. Именно они — духовное тело школы (просим извинения за патетику), ее менталитет, ее суть. Собственно *она*. Когда же осуществляется это воистину изумительное преображение гадких утят в сплошь лебедей и что же является актом инициации? Предпосылкой для этого, вне всяких сомнений, счастливого превращения является вся их школьная жизнь, все ее эпизоды — они подготавливают это осуществление. А дальше, разумеется, может осуществиться, может и нет. Скажем сразу: не осуществится — школа плоха. Не посредственная — плохая!

Что же есть знак того, что преображение произошло, случилось и все было не зря и школа — нормальна? Их *возвращение*. Их добровольное возвращение. Приход по собственному желанию. Вести факультатив, кружок, ничего не вести, просто побыть час. Повидать хоть кого-нибудь. На дискотеку, если в вашей школе они — Боже упаси — проводятся. Неважно. Короче — если приходят. Выкраивая время между парами, после пар, даже вместо. На каникулах ли, в семестре — когда угодно. Хотя лучше бы раньше, первый-то раз: каникулы аж в конце января — поздновато. Впрочем, это все уже нюансы, неважно. Неважно, когда, на сколько, с какой целью, кто. До выпуска не ходят (т.е. ходят, конечно, но их подневольное пребывание в статусе учеников, разумеется, не в счет), лет через десять–двадцать — не ходят тоже. Значит, между этими границами есть некое оптимальное время — какое оно? Неважно. У всех по-своему. Важно другое: были. Пришли. После выпускного подача документов, лето, разъехались (поступили все в норме в марте–апреле по олимпиадам, ну, несколько человек в июле — единичные случаи, не о них речь). В августе никого нет. Сентябрь. А лучше последние числа августа, когда все уже в школе (ну разве что кроме детей, но кому они нужны!) и все уже вернулись. И тут же пришли! Даже занятия у них не начались — даже списки групп еще не вывесили. И декан не выступил. И расписания нет. И только одно сплошное счастье — поступили. И представляется — оно уже не кончится никогда. И запал — ни одной лекции не пропускать, не говоря уже о семинарах, и чтобы в практикантской — ни одной четверки! И все такое. В этот момент — первый раз. Конечно, не все. Школа уже неплоха, если те, кто не придет потом ни разу, скажут однокурсникам к слову, что школа у них была хорошая, «норм». Научили. И ходить было не противно.

И — не придут. Никогда. Такие не просто всегда будут — их будет немало. И хорошо. И дай Бог им счастья и всяческих удач. Просто такими — в норме — должны оказаться не все. Таких — часть. А часть —

о которых выше. И часть этой части — в норме — должна захотеть что-то вести, а не приходить просто так. Хотя и просто так — замечательно. Но желание что-то вести у детей во стократ ценнее. Неважно, подходит человек или не подходит, есть, что вести, или нет. Хотя как может не быть? В школе-то? Пусть ведут. Пока могут. Пока хотят. Хорошо бы, чтобы совпадало это до конца: чтобы вели, пока после диплома уже не устроятся работать «на полный день». Аспиранты могут и дольше — практически до защиты. И если для приложения этих устремлений в школе есть возможности — это хорошая школа. Школа, в которой сложилась система, из года в год, многолетняя, если все это, так или иначе, приобрело хотя бы в чем-то, в каких-то формах, вид традиции, — отличная.

Так вот, факультатив. Его должны вести выпускники. И этим — в первую очередь — он и должен быть привлекателен. И обязательно будет, поверьте, если бедные, изрядно вымотанные после всех уроков, ваши ученики увидят на фоне опостылевшей доски *не вас* — наконец-то. Что решать? Неважно. Ах, да, важно. Олимпиадные задачи. Какие? Помогите им. Подберите книжки, разработайте план, обсудите приоритеты — вы и сами поймете, какие именно задачи следует решать. Выяснить здесь все до конца очень ценно, поскольку какие именно решать задачи — неважно. Не играет никакой роли. Подойдет любой олимпиадный сборник. «Обучение должно быть трудным, но посильным» — этого путеводного соображения вполне достаточно для осуществления любого отбора материала в методической сфере. Выработать систему проверки и оценок, какая нравится выпускникам, — и вперед.

У нас это происходит так. Есть выпускники, которые на факультативе придерживаются схемы совершенно урочной, а именно: дается задача, все ее решают, все — только ее, и — до первого решившего. Он получает пятерку (или «плюс», который может быть по договоренности одной третью пятерки, одной пятой — как угодно). Дальше задача разбирается для всех — ведущим, у доски — всегда он, как учитель на уроке, и — следующая задача. Несколько задач на дом.

У других система иная: на занятии выдается листок с несколькими задачами — от более простых к более сложным, и все начинают «прорешивать» этот лист — каждый в своем темпе. Ведущий подсаживается к каждому по очереди, подсказывает и «направляет». После постепенно начинают подниматься руки; это значит, задачи постепенно решаются — то тот, то этот хочет какую-то задачу «сдать». Ведущий отмечает соответствующую задачу напротив фамилии как «решенную» — это опять же пятерка или тот самый «плюс», «вес» которого — предмет обсуждения и договоренности. Дальше все расходятся. Оставшиеся («несданные») задачи листочка — на дом. Следующее занятие начинается с разбора прошлого листочка — разбираются все задачи, быть может за исключением разве тех, которые решены всеми. Перед разбором «быстрая проверка» и отмечание «плюсиков» за работу дома, после разбора выдается следующий листок, они принимаются за него, и все повторяется. В принципе так можно делать и на уроке, но здесь есть минус, момент, практически не мешающий на факультативе и не слишком желательный на уроке. Минус этот в том, что все думают над разными задачами. И разбирать сложно. Каждый в этот момент делает свою задачу, отвлекаться от которой ему не очень удобно. В результате разбор у доски, в принципе, страдает. Да и не устроить на уроке такую «подсказывательную» работу в процессе решения, если опять же все решают свое. Время от времени уроки решения задач можно делать и такими тоже, но делать в этой форме все уроки на задачи получится вряд ли, *для урока* предпочтительнее, конечно, первый формат.

«Внешний» мотив для занятия на факультативе огромен — возможность поступления по олимпиаде. Но такая «огромность» этого мотива понятна только в 11-м классе. Что ж, остальные должны, во-первых, хотя бы хорошо выступить на олимпиаде «просто так» — это их профессия, им должно быть знакомо (от класса к классу постепенно все больше и больше) стремление исполнить ее как можно лучше. Во-вторых — и им лучше сказать об этом сразу и совершенно отчетливо — на олимпиадах в 11-м классе (где это и в самом деле исключительно важно прагматически) побеждают в основном те, кто побеждал и в 9-м, и в 10-м. Исключительно мало среди победителей и призеров в 11-м тех, кто в прошлые годы не ходил или даже и в числе призеров не был. Как говорил один древний кавээнщик, «экспромты надо репетировать». Что же касается совсем уж «палочной мотивации», есть и это. Правило таково — ученик должен куда-то ходить обязательно: либо в «группу постоянного реагирования», либо на факультатив. То есть, если ученик ну никак не желает посещать факультатив, он может ходить в группу постоянного реагирования, даже если не плох по оценкам. Поверьте, таких не находится. Хотя, как уже объяснялось, в группе постоянного реагирования ничего такого уж страшного нет, в ней очень уютно. Все объяснят, поговорят с тобой, не спеша перепишешь, все плохое в журнале непременно закроется четверкой или пятеркой за эту работу, написать ее совсем плохо невозможно — все, что можно, подробно обсудили. И тем не менее, в группу постоянного реагирования добровольно никто не идет. Отгадка проста — на факультативе интересно. Выпускники. И кроме того — действительно интересные задачи. Ну правда, сколько можно разбирать типовые! А ведь на «группе» всегда только это. Кстати, включенные в связи с их «успехами» в группу постоянного реагирования факультатив посещать могут, и многие именно так и делают.

Факультатив — это принципиальный момент — открыт для всех и придуман для всех. Что же не для всех? Для избранных? Еще один факультатив — и тоже, разумеется, силами выпускников (ведущий, как правило, уже другой). Факультатив для совсем немногих — редко, когда в нем было больше семи человек, — это подготовка к олимпиадам уровня *Всероса* и не ниже. И еще — подготовка к физбоям. Именно эта компания имеет шанс добираться и добирается и до того, и до другого. Это отдельный факультатив. Во-первых, он «межклассный» — это энтузиасты не только из разных классов, но и из разных параллелей — вместе. Во-вторых, методика «свободная». Вообще, не очень ясно, что там происходит и из-за чего они потом выигрывают, об этом лучше спросить выпускника, который этим занимается, а заглядывать туда бессмысленно: ничего не видно, все сидят и над чем-то все время думают. С его слов все выглядит примерно так: много математики вначале — в основном математика, хотя не только. Мгновенно появляется замечательный трамплин для решения олимпиадных задач, вся «олимпиадность» которых состоит в их вузовском происхождении, — все решается довольно быстро, если что-то там быстро продифференцировать или проинтегрировать. И задач этих немало. (Не говоря уж о том, что эти занятия существенно помогают на первом курсе, когда начинается общая физика и применение матана в физических задачах встречается просто на каждом семинаре.) Далее — рассказы о неких более или менее специфических методах. Этим, соответственно, «прикрываются» всевозможные задачи «на метод». Как известно, они, в принципе, несложны и даже весьма просты, если знать соответствующий метод, и практически непреодолимы — без него. Впрочем, последнее делается, разумеется, и на обычном факультативе — массовом, в этом во многом и состоит «обучение решению олимпиадных задач». Наконец, обсуждение задач, сформулированных для ближайшего физбоя. Это, как понятно любому, представляющему себе физбой, крошечные дипломы в том смысле, что задачи, безо всякого преувеличения, проблемные и решение их являет собой чистое исследование — с гипотезой, экспериментальной частью, короче — «наука». Именно здесь ученик ближе всего подходит к реальному воплощению той идеи, что изучение любого предмета школьной программы — весьма подробная и, в общем, временами достаточно глубокая стилизация в самом лучшем смысле этого слова (не хотелось говорить «имитация») работы профессионального ученого в соответствующей области.

Предмет должен давать представление не просто об изучении соответствующих наук, нет — о профессиональной работе в соответствующих научных областях, т.е. о самом «создавании» этих наук. Так вот, стилизация эта должна иметь место и на уроке, но, конечно, подготовка к физбою является ею на все сто процентов. Не стоит обольщаться, но замены систематическому обучению этот эвристический насквозь факультатив не представляет никакой. Не будем на этом останавливаться, это довольно очевидно — решение самых сложных математических головоломок не научит математике и не заменит систематичного решения тригонометрических уравнений и неравенств — тут то же самое. Переживать о том, что такого «привкуса науки» на каждом уроке не получишь и близко, не стоит. Если дети занимаются творчеством, а это легко можно себе представить и на решении сколь угодно типовых задач, научная ценность которых нулевая вот уже как четыре столетия, все равно все отлично. Они осваивают предмет, они *делают его своим*. Последний же описанный факультатив — не массовый совершенно. Вот и хорошо. Должен же быть факультатив для самых «продвинутых», а «самых» не может быть много. И уж он-то совсем по желанию. Не вспомнить, чтобы когда-то за него агитировалось, а вот убеждать на него *не ходить* — приходилось сколько угодно. Ужасная трата времени — физбой: не дает ровным счетом ничего — ни поступления, ни сто баллов за ЕГЭ, ни каких-либо иных льгот...

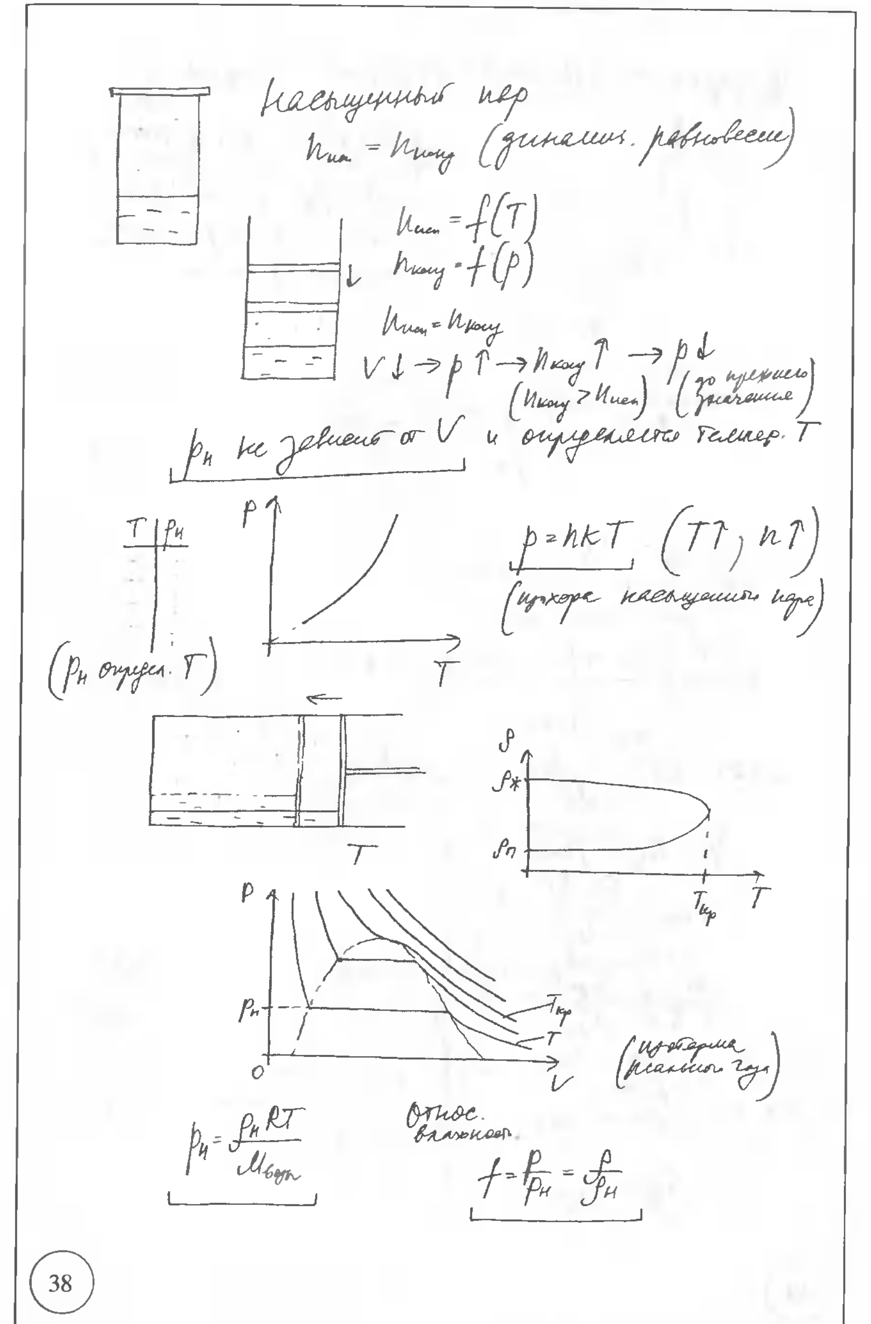
Ну да ладно. Мы начали с выпускников, закончим ими же. Пока, выйдя после третьей пары с тяжелой головой после всех этих лекторских выкладок и вдохнув воздуха на ступеньках физфака, они поворачивают к школе, которую недавно закончили, а не в какую-либо другую сторону, до тех пор, пока это так, в их школе все еще хорошо. И вполне может быть факультатив.

НА ДОСКЕ

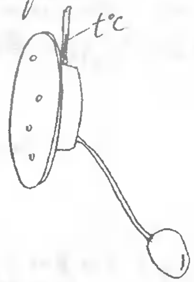
листы № 38, 39, 40.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 2.3.1, 2.3.2, 2.3.3, 2.3.4, 2.3.5, 2.3.8 (ВМК);
2.132, 2.138, 2.115, 2.139, 2.141, 2.145, 2.146 (Б);
539, 540, 541, 542, 544, 545, 555, 558, 559 (ЛРШ);
2.133, 2.134 (Б);
2.99, 2.24, 2.98 (МФТИ).



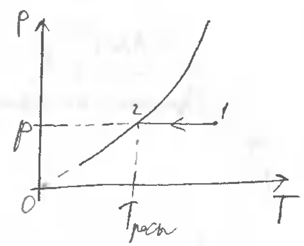
Измерение относит. влажности (гигрометр)



Охлаждается поверхность — выпадает роса. Замечаем температуру («точка росы»)

$p = \text{const}$. Узнав $p_н$ при $t_р$ получаем p пара

Итак: $f = \dfrac{p}{p_н} = \dfrac{p_{н \text{ при } t_{росы}}}{p_н}$



„Влажный воздух" (в задачах)

$$\left.\begin{array}{l} p_0 = p_{возд} + p_{пара} \\ p_{возд} = \dfrac{\rho_{возд} RT}{M_{возд}} \\ p_{пара} = \dfrac{\rho_{пара} RT}{M_{воды}} \\ f = \dfrac{p_{пара}}{p_н} \\ \rho_0 = \rho_{возд} + \rho_{пара} \end{array}\right\}$$

39

Задача №1 „Найти массу пара, сод. в возд."

Дано:
$V, f, T,$
$p_н, M$

$m - ?$

$$\left.\begin{array}{l} pV = \dfrac{m}{M} RT \\ f = \dfrac{p}{p_н} \end{array}\right\} \quad p_н f V = \dfrac{m}{M} RT$$

$$m = \frac{p_н f V M}{RT}$$

Задача №2 „Испарили m воды. Найти новую относит. влажность"

Дано:
$V, T, f, m,$
$p_н, M$

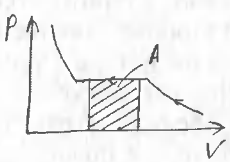
$f' - ?$

$$\left.\begin{array}{l} f p_н V = \dfrac{m_0}{M} RT \\ f' p_н V = \dfrac{m_0 + m}{M} RT \end{array}\right\} \quad f' = f + \frac{mRT}{M p_н V}$$

Задача №3 „Найти совершенную при сжатии работу"

Дано:
T, Q, M, λ

$A - ?$



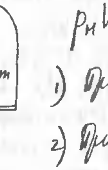
$$\left.\begin{array}{l} p\Delta V = \dfrac{\Delta m}{M} RT \\ A = p\Delta V \\ Q = \lambda \Delta m \end{array}\right\}$$

$$A = \frac{Q}{\lambda M} RT$$

Задача №4 „Сколько воды испарится?"

Дано:
$M, V, m,$
$T, p_н$

$\Delta m - ?$



$p_н V = \dfrac{m_0}{M} RT$, $\quad m_0 = \dfrac{p_н M V}{RT}$

1) При $m \geq m_0$ пар насыщ. $\Delta m = m_0$;

2) При $m < m_0$ пар ненасыщ. $\Delta m = m$.

40

Глава 5
ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

Обозначим еще раз нашу обычную позицию: если задачи на эту тему вы решать не собираетесь (никакого оттенка осуждения — ни в коей мере!) — все пройти исключительно обзорно и нижеследующий фрагмент, который вы только что начали читать, без сожаления бросить.

Если же задачи предполагаются, то и «формализм» имеет смысл хотя бы кратко, но обсудить. Снова не стоит тратить силы и время, сочиняя какой-либо особенный к этой теме логический переход (так и хочется вспомнить довлатовское «здесь, кажется, душно...»), а, обозначив основную идею, что специфичным для жидкого состояния являются так называемые поверхностные явления, сразу перейти к делу.

Что касается качественной картины возникновения сил поверхностного натяжения, здесь, на наш взгляд, следует выражаться предельно осторожно. Наверное, не стоит, объясняя выделенное положение поверхностных молекул, утверждать, что на них действует со стороны соседей некая равнодействующая, направленная внутрь (соседи расположены лишь в одном полупространстве). Дело в том, что в этом случае по второму, собственно, закону Ньютона эти молекулы должны были бы внутрь с ускорением и устремиться. И ни о каком покое (тепловое движение, являющееся постоянным фоном, разумеется, не обсуждаем) речи быть бы не могло. Конечно, все силы, действующие на все молекулы — и глубинные, и поверхностные, скомпенсированы; просто поверхностная молекула взаимодействует с меньшим числом соседей, оттого ее потенциальная энергия больше. Не меньше, а больше! Меньше по модулю, но ведь она отрицательна. Здесь можно сделать некоторое чрезвычайно важное отступление, которое, пожалуй, даже лучше делать и не здесь, поскольку требуется оно в разных разделах, а отнюдь не только в связи с этим вопросом. Ну ладно, мы «наткнулись» на него здесь — поговорим сейчас. Представим себе для простоты только две частицы: одну «держим», вторую тоже. Пусть они притягиваются и силы притяжения, как это бывает, уменьшаются с расстоянием, и при бесконечной удаленности частиц взаимодействие можно считать отсутствующим. Описанную ситуацию назовем конфигурацией (A). Сообщим второй частице некую энергию $mv^2/2$ (очевидно, положительную!), такую, чтобы она улетела в бесконечность. При желании можно вообразить, что мы действуем с некоторой силой

и уносим ее от первой — опять же на бесконечность. Сила в этом случае совершит, естественно, положительную работу, поскольку будет сонаправлена с перемещением уносимой частицы. Короче говоря, переход от конфигурации (A) к конфигурации (B) (вторая частица отнесена на бесконечность) достигается сообщением нашей системе некоторой энергии (положительной!). Теперь нужно выбрать, где у потенциальной энергии «ноль», поскольку это, о чем без конца повторяет любой учебник, вопрос выбора. Так вот, если мы поступим довольно логично и припишем нулевое значение потенциальной энергии конфигурации (B), когда частицы практически не взаимодействуют, нам немедленно придется признать, что потенциальная энергия конфигурации (A) была отрицательной. Действительно:

$$W_B = W_A + \Delta W;$$

$$\Delta W > 0;\ W_B = 0,$$

следовательно,

$$W_A < 0.$$

Мораль: потенциальная энергия *притяжения* с нулем, выбранным на бесконечности, отрицательна (*отталкивания*, как можно убедиться аналогичными рассуждениями, положительна). Это потребуется нам в основном в электростатике, но верно везде.

Итак, поверхностные молекулы, имея нулевую равнодействующую сил со стороны соседей, имеют *избыточную* потенциальную энергию — по причине ослабленного, по сравнению с глубинными частицами, взаимодействия. Именно через избыточную энергию логичнее и вводить коэффициент поверхностного натяжения. Обратим внимание: поверхностной энергией называется не энергия поверхностных молекул, а то, насколько она больше энергии того же числа глубинных (или этих же молекул, если бы они были глубинными, как угодно). Заканчивая краткий разговор о качественной стороне вопроса, нужно еще раз напомнить, что ученики должны понимать всю условность сравнения поверхностного натяжения с «пленочкой», якобы натянутой на поверхность и стремящейся ее «удержать» и «сократить». Не просто нет никакой «пленки», но даже и не следует забывать, что поверхностные слои жидкости менее плотные, нежели глубинные. А вот сравнение с роем насекомых (*Мякишев*), в котором каждое насекомое стремится оказаться в глубине, благодаря чему рой и становится шарообразным, представляется весьма удачным.

Итак, вводим σ через энергию, после чего получаем выражение для силы, подсчитывая работу, совершаемую при изменении площади поверхности, и сразу же (для обсуждения капиллярности) выводим формулу для лапласова давления в случаях сферического и цилиндрического менисков.

К ЗАДАЧАМ

Что касается вывода формулы для подъема (опускания) жидкости в капилляре (стоит, конечно, ограничиться случаями полного смачивания и несмачивания), то приравнивание сил поверхностного натяжения и тяжести, вообще говоря, некорректно. Равны давления $2\sigma/r$ и ρgh, которые лишь случайно (в случае цилиндрического капилляра) приводят к равенству $\sigma 2\pi r$ и mg; но ведь капилляр может быть любой формы. Что касается непременно упоминаемого в связи со смачиваемостью-несмачиваемостью *краевого угла*, понятие ввести стоит, но без условия для углов — в противном случае придется вводить аж три коэффициента поверхностного натяжения, что все равно нигде не встретится в задачах (сейчас, как и всегда, имеются в виду исключительно школьные).

НА ДОСКЕ

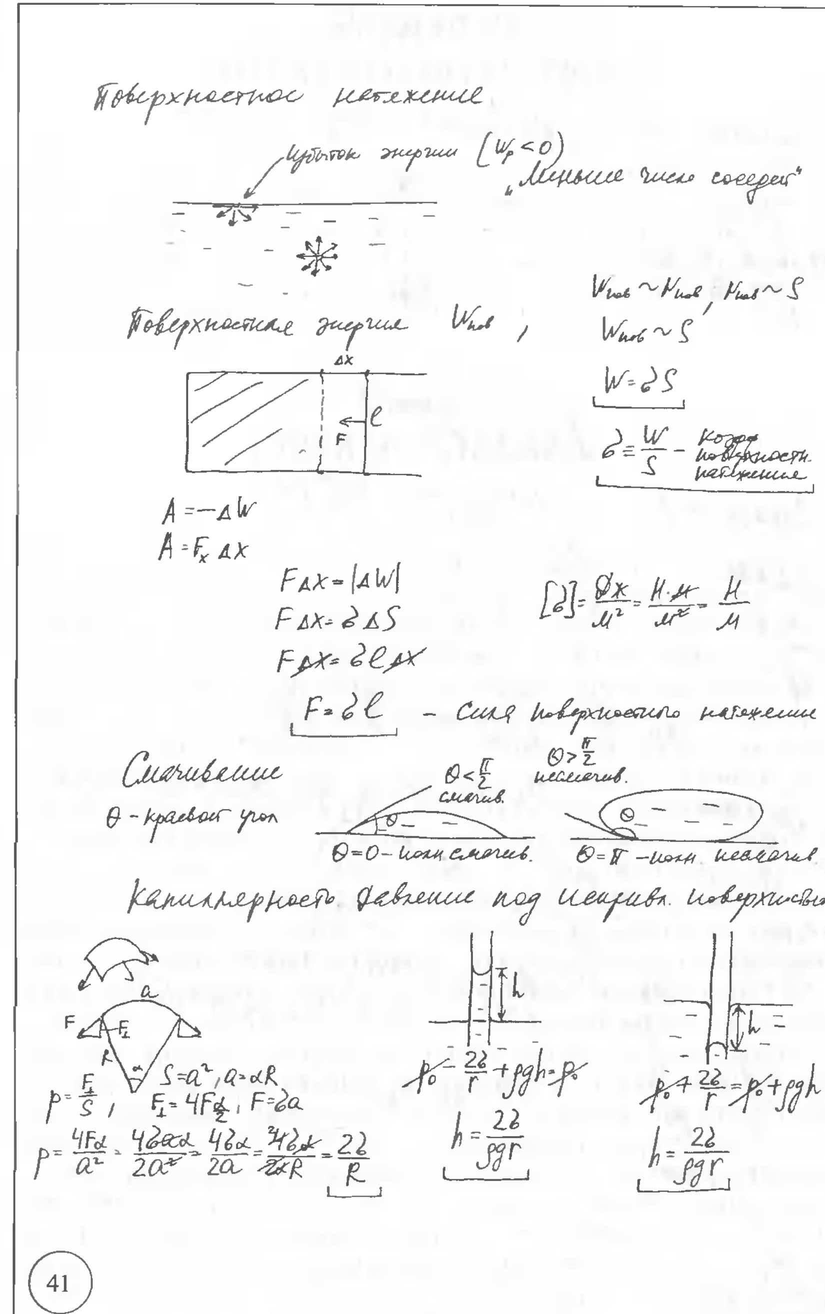
листы № 41, 42.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 10.19, 10.22, 10.23, 10.24, 10.25, 10. 26, 10. 27 (Баум); 2.169, 2.170 (Б).

«САВЧЕНКО»

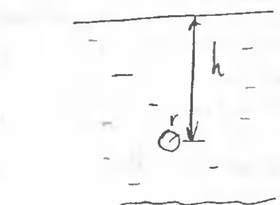
№ 4.5.24, 4.6.16, 4.5.14.



Задача №1 „Давление внутри пузыря"

Дано:
r, h, σ, ρ, p_0

p — ?

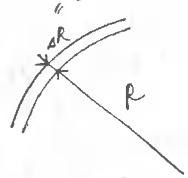


$$p = p_0 + \rho g h + \frac{2\sigma}{r}$$

Задача №2 „Мыльный пузырь"

Дано:
R, σ

Δp — ?

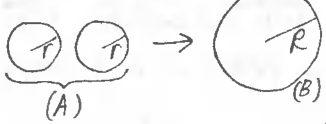


$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} + \frac{2\sigma}{R+\Delta R} \approx 2\frac{2\sigma}{R} = \frac{4\sigma}{R}$$

Задача №3 „Нагрев тела при слиянии капель"

Дано:
r, σ

Q — ?



$$W_A = 2W = 2\sigma S_1 = 2\sigma 4\pi r^2 = 8\sigma\pi r^2$$

$$W_B = \sigma S_2 = \sigma 4\pi R^2 = \sigma 4\pi (2r^3)^{\frac{2}{3}} = 4\sigma\pi r^2 \sqrt[3]{4}$$

$$2\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$8r^3 = R^3$$

$$R = r\sqrt[3]{2}$$

$$Q = W_A - W_B = 4\sigma\pi r^2 (2 - \sqrt[3]{4})$$

42

Раздел III
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Весьма долгий, но, тем не менее, совершенно законченный и по-своему вполне логичный — и даже в школе — раздел. Сначала — все про электричество, затем — про магнетизм и, наконец, о том, что это — условное разделение на компоненты некой единой сущности. И выяснение места этой сущности — электромагнитного поля — в общей картине мира.

Глава 1
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. ПОЛЕ

Способ перехода прежний. Новый класс явлений — новый раздел. На этот раз — электрические явления. Это новый класс явлений, они несводимы к чему-либо известному. В качестве известного могло бы выступать, собственно, гравитационное поле, что не подходит по нескольким причинам: во-первых, гравитационное взаимодействие много слабее; во-вторых, непонятна роль всяческих манипуляций («потереть янтарь о шерсть» и т.п.); наконец, гравитационное взаимодействие — всегда притяжение, тогда как здесь мы имеем дело с притяжением и отталкиванием. Отсюда в истории появятся именно два вида электрических зарядов. Какое заряженное тело называть положительным, какое отрицательным — дело, безусловно, произвольное. Но вот выяснить, какие заряды притягиваются, какие отталкиваются, нужно на опыте; это, разумеется, предметом договоренности не является (тел, как понятно, для прояснения этого вопроса нужно три). Все это — в идеале — как повторение известного в 8-м.

Далее — закон Кулона. Проблема изменения заряда известным способом до операционального определения электрического заряда решается, как известно, благодаря предположению, что при соприкосновении заряженного шарика с таким же незаряженным заряд делится пополам. Зная это, мы можем изменить заряд в известное число раз, и таким образом, зависимость силы от величины заряда принципиально может быть получена. Закон Кулона может быть источником операционального определения заряда, как это и есть в СГС. В СИ, где заряд определяется через силу тока, коэффициент в законе Кулона уже не является предметом договоренности и должен быть измерен на опыте. Записывание его в странном виде

$^{1}/_{4}\pi\varepsilon_0$ будет оправдано исключительно теоремой Гаусса, до которой и стоит потерпеть с выяснением этого нюанса.

Далее — напряженность. На этом этапе не стоит особенно уделять много внимания выяснению принципиально неважного для электростатики вопроса: чем считать поле — физическим объектом или же математическим приемом, т.е. по существу, приписывать ли ему энергию? Важно, чтобы ученики поняли, как появляется напряженность и что она, будучи величиной, определенной через пробный заряд, от него как раз и не зависит! С этим на самом деле они сталкиваются отнюдь не впервые. Это встречалось много раз — уже в седьмом плотность, определяемая через массу и объем, от них не зависела. Но, как ни странно, именно здесь этот момент почему-то становится камнем преткновения, им именно здесь, как нигде, хочется ответить, что при увеличении пробного заряда вдвое напряженность изменится в то же число раз! Впрочем, возможно, именно здесь эту путаницу дополнительно провоцирует формула для вычисления модуля напряженности поля точечного заряда; надо особо и многократно повторить, что в ней в числителе стоит уже не *пробный* заряд, внесенный в поле, а как раз-таки заряд, это поле *создающий*. Иногда для априорного избегания этой путаницы помогает пробный заряд обозначать как q, тогда как заряд, создающий поле, — Q (путаница, связанная с таким же обозначением для количества теплоты, пока не грозит — до соответствующих задач далеко, до этого времени авось разберутся). Впрочем, к этому особенно привыкать тоже небезопасно — никакие учебники и задачники этой «договоренности» все равно следовать не будут. Так что ценнее, как и всегда, просто достижение понимания вопроса.

Далее в учебниках — поле в проводниках и в диэлектриках. Удобнее, тем не менее, ввести потенциал, дабы закончить с характеристиками поля и в дальнейшем говорить о проводниках и диэлектриках одновременно в терминах и напряженности, и потенциала. Потенциал вводить лучше, подчеркивая формальную аналогию его введения с введением напряженности; здесь появляется (без вывода по причине интегрирования) энергия взаимодействия двух точечных зарядов и сразу же — как очевидный аналог — энергия гравитационного взаимодействия точечных масс. Требуется обратить отдельное внимание, что, тогда как электростатическая энергия может быть как положительной, так и отрицательной, гравитационная — всегда отрицательна (и формула для нее содержит минус всегда!). Надо, чтобы ученики понимали это как обшее свойство: потенциальная энергия притяжения с нулем, выбранным на бесконечности, отрицательна, отталкивания — положительна (уже обсуждалось нами в связи с поверхностной энергией не так давно).

Далее — связь этих двух введенных характеристик поля — напряженности и потенциала. Точнее, напряженности и *разности потенциалов*, т.е. *напряжения*. Напряжение (здесь имеется прямое разночтение в разных учебниках) лучше сделать точным синонимом разности потенциалов, т.е. назвать напряжением «потенциал первой точки минус потенциал второй» (не наоборот: работа, напомните им, есть потенциальная энергия *первая* минус потенциальная энергия *вторая*, не наоборот — это сделано для плюса, как уже обсуждалось, в самом законе сохранения).

Здесь же необходим однократный, но внятный разговор про графическое изображение поля: силовые линии и эквипотенциальные поверхности. Здесь же объясняется и их перпендикулярность: если работа поля при движении частицы в нем нулевая, то потенциальная энергия ее, понятно, не меняется, стало быть, не меняется потенциал от точки к точке, т.е., выходит, мы движемся по эквипотенциали. Но, с другой стороны, для того чтобы работа всегда была равна нулю, требуется двигать частицу всегда перпендикулярно силе, из чего следует, что эквипотенциальная линия должна быть в каждой точке перпендикулярной силовой. Поразительно долго усваивается простой факт, что силовая линия направлена в сторону убывания потенциала, пока учитель вдруг не догадывается объяснить это совсем уже простым способом: «ну, от плюса же к минусу!», после чего все, наконец, запоминается. (Чуть не забылось — нынче пишут преимущественно *линии напряженности*; читатель извинит нас, мы будем говорить, как привыкли; в любом случае ученик должен одинаково легко понимать и так, и так, и даже сленг — просто *поле*.)

После введения характеристик поля выкристаллизовываются две задачи, которые и предстоит решать. Первая электростатической считаться никак не может — по виду это чистая механика, а именно — известно поле, требуется предсказать поведение частицы. Речь идет, по существу, о решении основной задачи механики в поле известной силы. Вторая задача — собственно электростатическая: задано распределение зарядов — требуется найти поле, т.е. отыскать зависимость напряженности и потенциала от координат. Впоследствии нам предстоят задачи обоих видов.

И вот теперь можно было бы обсудить проводник и диэлектрик, а потом — теорему Гаусса, дабы ученики к началу разговоров о ней понимали, *когда* тело, в принципе, бывает заряжено по поверхности, а когда по объему. Но вся беда в том, что для выяснения этого момента соображения теоремы Гаусса *уже* потребуются. Поэтому, увы, более оптимальным представляется сначала поговорить про нее. И только после вывода и рассмотрения применений — наконец проводники и диэлектрики.

Самое главное, что ученик должен усвоить (и в первую очередь для задач!) о проводнике, можно перечислить по пунктам:

1) поля внутри нет ($E = 0$; $\varphi = \mathrm{const}$);

2) заряда внутри нет, весь заряд только на поверхности ($q_{\text{вн}} = 0$);

3) силовые линии поля подходят извне к границе проводника перпендикулярно ($E_n = E$; $E_\tau = 0$).

Показывается это несложно: в проводнике есть свободные заряды, стало быть, электростатическая конфигурация наблюдается только тогда, когда на них не действует сила, ибо в противном случае они бы двигались (свободны!). Следовательно, силы нет. Стало быть — нет поля. Но если бы в толще проводника были заряды, они бы создали поле непременно — следовательно, внутри заряда нет, весь заряд — на поверхности. Если силовые линии внешнего поля подходят к границе проводника не перпендикулярно, значит, поле имеет касательную составляющую, т.е. на поверхностные заряды действует со стороны поля сила, имеющая ненулевую проекцию на касательную. Под действием этой силы заряды пришли бы в движение и наблюдался бы поверхностный ток. Он, собственно, и был, пока поверхностное распределение заряда не оказалось таким, при котором линии суммарного поля — внешнего и зарядов — стали перпендикулярными к поверхности.

Ничего не меняет в этих выводах полость, если она пуста. Действительно, предположим, что на стенках полости есть заряд, а внутри полости — поле. Силовые линии его, если полость не содержит заряды, направлены в одну сторону, ибо им негде внутри полости начинаться и заканчиваться. Значит, проведя гипотетически заряд по замкнутой траектории, частью пролегающей в толще проводника, а частью внутри полости, мы совершим ненулевую работу. Действительно, часть траектории в толще проводника дает работу нулевую — там, как мы выяснили, поля нет, а часть траектории в полости дает, если в полости есть поле, работу какого-то знака. В результате мы получим работу, отличную от нуля, что невозможно по причине потенциальности электростатического поля. Стало быть, поля нет и в полости (а значит, на стенках полости — зарядов). Процесс, приводящий к описанному статическому состоянию, именуется электростатической индукцией, грубое представление о которой ученики, по идее, должны бы иметь еще с 8-го класса, где всячески обсуждались и интерпретировались бесчисленные опыты с шариками и электроскопами. Ничего в наших рассуждениях не изменится, если мы будем рассматривать не проводник, внесенный во внешнее поле, а заряженный проводник. Выводы те же — весь заряд на поверхности, поля внутри нет, в том числе в полости, если она пуста, силовые линии внешнего поля перпендикулярны к поверхности.

В случае когда внутри полости есть заряд, важно понимать, что *внешнее* поле, которое снаружи, а также создающий его заряд на *внешней* поверхности о заряде в полости «не знает» и при перемещении этого заряда внутри полости меняться никак не будет. Дело в том, что заряд, расположенный на внешней поверхности, *не находится* в поле внутреннего заряда, ибо силовые линии, начинающиеся на заряде в полости (предположим, что он положительный), все заканчивались на зарядах, возникших на внутренней поверхности полости! Причем, так как внутри стенок проводника поля нет (проводимость!), на внутренней поверхности полости заканчиваются *все* силовые линии, идущие от заряда, и внешний заряд, заряд на внешней поверхности, не находится в этом поле, а «предоставлен сам себе». Поэтому он распределяется по внешней поверхности так, как распределился бы, если бы никакой полости не было. К примеру, в случае сферы — равномерно, т.е. сферически симметрично. Отсюда формула для потенциала сферы не изменит вида от наличия полости, только к заряду самой сферы в числителе прибавится заряд, наведенный на внешней поверхности точечным зарядом в полости, равный самому этому заряду. В том, что на поверхностях точечный заряд вызывает возникновение зарядов, по модулю равных ему, несложно убедиться из теоремы Гаусса (недаром же мы начали с нее): проведем поверхность внутри стенки сферы. Поле, пронизывающее эту поверхность, — ноль, так как поле в стенках отсутствует (проводник), стало быть, по теореме Гаусса полный заряд внутри этой поверхности — ноль. Значит, на внутренней поверхности возник заряд, в точности равный по модулю и противоположный по знаку точечному в полости. Если сфера не заряжена, из закона сохранения заряда очевидно, что на внешней поверхности возник заряд, равный по модулю и противоположный по знаку внутреннему. Если же сфера имела заряд, этот заряд прибавится к имевшемуся. Так как и в этом случае рассуждения, построенные на теореме Гаусса, останутся в силе, можно заключить, что на внутренней поверхности заряд окажется все тот же — равный по модулю точечному в полости.

Все сказанное относится — и может быть вполне объяснено — для проводника произвольной формы, который и стоит рассмотреть. Диэлектрик же стоит сразу, не заостряя особо на этом внимание, рассматривать вполне правильной формы, а именно такой, чтобы силовые линии внешнего поля подходили к его границе перпендикулярно. Дело в том, что мы не собираемся (ибо это вузовский фрагмент) обсуждать преломление силовых линий на границе, понятно, что проблема эта изначально не возникает в случае перпендикулярности. Кроме того, в строгом смысле требуется оговорить изотропность диэлектрика (только в этом случае может быть введена диэлектрическая проницаемость, не зависящая от ориентации диэлектрика в поле). После изложения несложной модели поляризации полярного и неполярного диэлектрика появляется представление о поверхностном заряде, обусловленном правыми концами самых правых диполей и левыми концами самых левых, о поле, созданном этим поверхностным зарядом и складывающемся по принципу суперпозиции с внешним, и, наконец, о диэлектрической проницаемости. Теперь можно выяснять характер поля как в проводниках, так и в диэлектриках. Кроме принципа суперпозиции, решение может состоять, как понятно, в применении теоремы Гаусса в случаях симметричных распределений.

К ЗАДАЧАМ

Задачи первого типа о движении частиц в поле нужно решать принципиально как чисто механические, о чем надо впрямую сказать ученикам во избежание совершенно ненужной путаницы и затруднений на пустом месте. Единственное замечание — по поводу использования формулы qEd (аналога mgh). Здесь важно сразу приучиться направлять ось, вдоль которой отсчитывается d, *против* силовых линий поля — в этом случае и будут получаться правильные знаки — в полной аналогии с тем, что ось h при записывании потенциальной энергии в однородном гравитационном поле следует всегда направлять вверх (это уже обсуждалось), а именно — против g. В этом случае E в формуле учитывается по модулю (как и g в mgh), q — со знаком. Соответственно, перед qEd бывает «минус» (заряд левее нуля) — как и перед mgh (когда тело находится под нулевым уровнем).

Что же касается второй, собственно электростатической задачи — нахождения поля по заданному распределению зарядов, здесь, и это тоже надо сказать четко, способа два.

Первый — разделить неточечный заряд на точечные области, применить формулы для напряженности и потенциала поля точечного заряда, а затем — на основании принципа суперпозиции просуммировать (векторно в первом случае и скалярно — во втором). Важно каждый раз понимать: если в задаче обсуждается проводник, его заряд — весь только на поверхности, поле — только снаружи. Говоря в терминах потенциала, а не напряженности, можем сказать, что проводник эквипотенциален по поверхности и по объему, именно на этом суждении построены все задачи на бесчисленные концентрические сферы и их всевозможные соединения. В этих задачах нужно очень хорошо понимать, каким образом записывается потенциал заряженной сферы, окруженной заряженной же оболочкой, в этом потенциале имеется вклад заряда, распределенного как на самой этой сфере, так и на оболочке. Для отработки задач этого типа необходимо обсудить как можно больше случаев на соединение сферы с оболочкой, заземления сфер, а также замены сфер точечными зарядами. Эквивалентность точечных зарядов и сфер вытекает непосредственно из того, что формулы для потенциалов при наличии точечных зарядов — точно те же, что и при наличии проводящих оболочек соответствующих радиусов. Это необходимо показать, рассмотрев ситуацию с проводящей сферой и двумя точечными зарядами — внутри и вне, а затем — знакомую уже ситуацию трех сфер, дававшую эти же ответы.

Второй путь решения задачи на отыскание поля — теорема Гаусса (все случаи применения которой рекомендуется, вообше говоря, разобрать в режиме «у доски», не оставляя на самостоятельное решение). Надо помнить, что на самом деле теорема Гаусса требуется, по большому счету, только для того, чтобы корректно получить формулу для электроемкости плоского конденсатора, больше ни для чего (впоследствии теорема о циркуляции точно так же потребуется исключительно для вывода индуктивности длинного соленоида). Комментарий к теореме Гаусса состоит в том, что замкнутую поверхность, через которую нам предстоит считать поток, можно выбрать *любую*, а посему стоит выбрать *удобную*. Удобство же состоит в том, чтобы она позволила нам суммировать не потоки, а площади элементов поверхности. Для этого требуется, чтобы напряженность поля могла быть вынесена за знак суммы при суммировании потоков и под знаком суммы остались бы только площади (что и дало бы полную площадь поверхности). А чтобы так получилось, поверхность должна быть выбрана такая, чтобы проекция напряженности поля на нормаль в каждой точке была бы *одинакова*, отсюда и понятно, что применение теоремы Гаусса возможно для нас в симметричных случаях, где площадь такой поверхности возможно посчитать элементарными методами.

Теорема Гаусса смутит их сильно — неожиданно высокой степенью абстрактности требуемых рассуждений. Они только-только попривыкли к воображаемым силовым линиям, — не менее воображаемые гауссовы поверхности, которые вдобавок ко всему еще и непонятно как проводить, могут доконать их вполне легко. Выход один — упражнения. Еще и еще. Именно для того, чтобы метод как таковой был бы усвоен и не вызывал бы вышеописанных чувств, и стоит разбирать и нить, и провод, и сферу, и шар, хотя понадобится, как уже говорилось, исключительно пара пластин.

Именно здесь можно начать говорить об энергии, дабы в разговорах о конденсаторе это можно было уже продолжить, а именно использовать формулу, опнсываюшую все на свете: и точечные заряды и проводники $W = 1/2\,(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + q_3\varphi_3 + \ldots + q_n\varphi_n)$, получив ее как обобщение потенциальной энергии пары зарядов (делать это честнее уж больно долго), и решить несколько задач на выделившееся при всевозможных заземлениях и соединениях тепло.

Именно здесь энтузиасты разбирают так называемый парадокс электростатической энергии, который мы, безусловно, предлагаем оставить исключительно для факультатива.

В случае диэлектрика поле внутри есть и оно меньше внешнего в ε раз, о чем и требуется помнить при решении.

Здесь, как мы видим, действительно много теории. И ее не столько усвоение, сколько выучивание необходимо отслеживать очень тщательно. Так что у нас будет вполне уместным

отступление 10-е

КОНТРОЛЬ ПОСЛЕ УРОКА

Речь о зачете — и снова о выпускниках. В некотором смысле все, что будет здесь сказано, устарело. Или нет, как знать. Дело в том, что устные зачеты имеют прямой смысл при наличии устного же экзамена — просто по тому принципу, что, как известно, «учения должны проводиться в условиях, максимально приближенных к боевым». Есть устный экзамен есть и репетиция его, приближенная к нему максимально как содержательно, так и процессуально. Нынче, как известно, все вступительные испытания письменные. И пожалуй, если последнее не устареет, настоящее отступление свободно можно опустить. Но для очистки совести — изложим. Как уже упоминалось, у каждого ученика есть две бумаги по теории. Это экзаменационные вопросы, которые есть просто программа, произвольно разбитая на пункты, и некие списки под названием «К зачету», представляющие собой некую дополнительную расшифровку программы (что нужно учить наизусть, к какому пункту какие относятся формулы, что с выводом, что без, какие задачи наизусть и т.д.). Перед каждым сдающим зачет — две эти бумаги (без всяческих пометок, естественно), к каждому садится выпускник, и ученик начинает устно рассказывать «свой билет», т.е. в точности устный экзамен. Отличие, собственно, в том, что, как правило, рассказываемый фрагмент весьма велик — существенно больше, нежели экзаменационный вопрос, он как бы вытянул сразу вопросов шесть — и рассказывает подряд весь раздел. Это, безусловно, требует большого времени, и на уроке такого не исполнить. Это всегда происходило после, но так как было исключительно в абитуриентском 11-м классе, речь об «избыточности» не заходила; мало того, ученики умоляли устраивать такие зачеты, мотивируя это тем, что после них на порядок увереннее себя чувствуют в «отвеченной» теме. И даже придумали в конце делать такой зачет по всему курсу, что, вообще говоря, вначале не предполагалось.

Весь курс «в один присест» рассказать весьма сложно, но они, помнится, все равно возражали против того, чтобы «тянуть билет». Выпускники по своему выбору назначали одну за другой несколько тем (или много мелких вопросов из разных) — и абитуриент рассказывал. Это было исключительно востребовано даже притом, что в те времена — в бытность устного экзамена — все второе полугодие 11-го класса велась подготовка на уроке. Одно занятие в неделю (т.е. два урока, что немало) целиком посвящалось устному экзамену и больше ничему: ученик выходил к доске и рассказывал тему — чем не зачет. И тем не менее преимущество зачета очевидно — «спросят всех». Хотя и там — на уроке — был заведен порядок, в принципе вовлекающий всех. После ответа у доски следовали исправления (не дополнения! — они не разрешались) с мест: ошибки, исправленные не учителем, а товарищами отвечавшего, не снижали его оценку. Считалось, что он допустил только те ошибки, которые не были замечены аудиторией. Это создавало весьма «комплексную» мотивацию слушания. И как правило, ошибки, допущенные у доски, «вылавливались» практически все. Тут, правда, требуется сделать оговорку: для этого ответ, в принципе, должен был «состояться». Дело в том, что если ученик не воспроизводил блок «наизусть» в данной теме, двойка ставилась незамедлительно, как в любой самостоятельной работе. В этом смысле ошибаться можно было лишь в той части ответа, которая «своими словами», т.е. не в определениях и основных законах, которые — «наизусть».

Так вот, у «состоявшегося» ответа — не на *два* — аудитория могла поднять оценку практически с тройки с минусом до пятерки, так что все слушали. Но одно дело — все слушают, другое дело — каждый рассказывает сам. Так что зачеты были вполне незаменимы и ушли только вместе с тотальным изменением формата вступительных. Сейчас изъян этой отмены видится один — устные экзамены все равно остаются в самих вузах — зачеты, понятно, готовили и к ним. Кстати, о подготовке к учебе в вузе, а не только к поступлению туда. В те, в общем-то, редкие разы, когда оставалось в 11-м хоть какое-то время (в общем, это было в основном до эпохи ЕГЭ), мы решали задачи из общей физики. Дифференцировать и интегрировать они уже научились, вся программа пройдена — почему бы не решать? Не было практически ни одного ученика, не вспомнившего с благодарностью эти немногочисленные уроки решения вузовских задач. Невозможно, кстати, не упомянуть в связи с этим непревзойденный физтеховский задачник по общей физике под редакцией Овчинкина — первый том (превосходно сгодился бы и второй, но там, увы, все в СГС). И все же подобное — в последнюю очередь. Мы перестали этим заниматься не только из-за ЕГЭ. Это время чисто меркантильно куда выгоднее и полезней потратить на олимпиадные *школьные* задачи, могущие встретиться при поступлении, ибо обеспечить совершенно надежное поступление, несомненно, важнее, нежели «подстелить соломку» на будущее, еще не гарантированное стопроцентно...

Вернемся, однако, к зачету. После ответа ученика — задавание, естественно, вопросов и не обязательно по теме ответа, точь-в-точь как это и происходило, как правило, на физфаке. После всего этого — оценка. Часто выпускники — для комментариев учителю и для большей ясности при выставлении своего балла — ставили в процессе ответа свои промежуточные «плюсы» и «минусы» — впрочем, это было совершенно на их усмотрение. Двойка, как и всегда, ставилась за «не ответ» чего-либо наизусть — определений и законов или же «задач наизусть». Это все, за что можно было получить «пару», причем сразу. В этом отношении зачет с выпускниками не отличался от всего, что было принято на уроках. Зачет, сданный на *два* или *три*, пересдавался. В этом смысле — теоретически — его можно было сдавать до бесконечности. До бесконечности, понятно, никто не сдавал, но некое существенное неудобство, связанное с тем, что у тебя вместо зачета один раз в четверть (если не реже) он проходит каждую неделю, было, и, в общем, попытки с третьей зачет-таки сдавался. Предвидится, однако, вопрос о «бедных выпускниках». Учитель всегда говорил им, что в случае малейших временных затруднений у них все хвосты, оставшиеся после них, т.е. пересдачи, он конечно же берет на себя. Во всех таких случаях они, как правило, старались доделать все свое сами, осознавая это как некую оставленную недовыполненную работу. Иногда выпускник брал клиента (или двух-трех) и работал именно с ними на всей серии зачетов, переходя от темы к теме. Тогда он практически чувствовал себя вообще ответственным за их поступление. После относительно коротких комментариев по поводу того, кто как отвечал и какие есть «западания», выпускниками выставлялись оценки, включая, разумеется, двойки и тройки, которые требуется закрывать, — и можно было переходить наконец к чаю.

Напрашивается вопрос: что же стало с послеурочной теорией, когда устные испытания отменились? Она исчезла? Нет, разумеется, проверка самой теории не исчезла и исчезнуть не могла, тем более что ее не прекратили проверять. Просто теперь, когда ее проверяют письменно, теория входит в качестве вопросов в варианты с задачами, мы поступаем точно так же: теория включается в письменные работы. Уже говорилось, что не пишется практически ни одна самостоятельная без теории и/или задач наизусть. И все это, как опять же говорилось, и уже не раз, «на два, не два», впрочем, это было так и при устных зачетах. Кроме того, примерно раз в полугодие — возможно, чаще — делается письменная работа исключительно по теории на весь урок (как правило, один) — по все тем же бумагам: физфаковской программе и спискам «К зачету». И точно так же все отвечают, только письменно, разве что дополнительных вопросов не задашь. И точно так же двойки и тройки переписываются в обязательном порядке — и так же «до победного». И пишутся эти работы, как и тогда, всеми без исключения. И даже называется это по-прежнему — зачетом, только письменным. Только теперь, естественно, проводится это уже не после уроков, а на них, поскольку без лишней необходимости — зачем? И в этом смысле несколько не совпадает с изначальным заголовком настоящего отступления.

НА ДОСКЕ

листы № 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56.

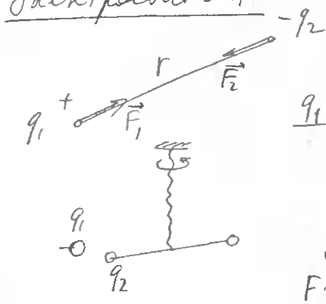
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 563, 566, 568, 587, 575, 576, 610, 611, 612 (ЛРЩ);
3.5, 3.21, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27 (М);
16.32, 16.33 (Г);
2.6.27, 2.6.24 (С);
11.27, 11.28, 11.29 (Баум);
16.44, 16.45, 16.46, 16.47 (Г);
6.3.31, 6.3.32 (С);
3.129, 3.131, 3.135, 3.147 (МФТИ).

«САВЧЕНКО»

листы № 7.4.17, 8.1.21, 7.1.17, 7.1.24, 6.5.29, 6.5.18, 6.6.19, 6.6.17.

Электростатика



Опыт

q_1	F

$\Downarrow$

$F \sim q_1$

q_2	F

$\Downarrow$

$F \sim q_2$

r	F

$\Downarrow$

$F \sim \frac{1}{r^2}$

$F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2}$

СГС: $k = 1$ При $q_1 = q_2 = q$

$F = \frac{q^2}{r^2}$; $\underbrace{q = r\sqrt{F}}$ (опред. заряда)

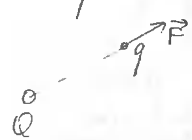
$\underbrace{F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$
З-н Кулона

СИ: $k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2}$,

Замкн. сист. $\underbrace{q = \sum_i q_i = const}$
З-н сохранения заряда

$\underbrace{k = 9 \cdot 10^9 \frac{Н \cdot м^2}{Кл^2}}$, $\underbrace{k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}$

Напряженность



$F \sim q$

$\frac{F}{q} = const$, $\underbrace{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$ $\left(\frac{Н}{Кл}\right)$

Точечный заряд:

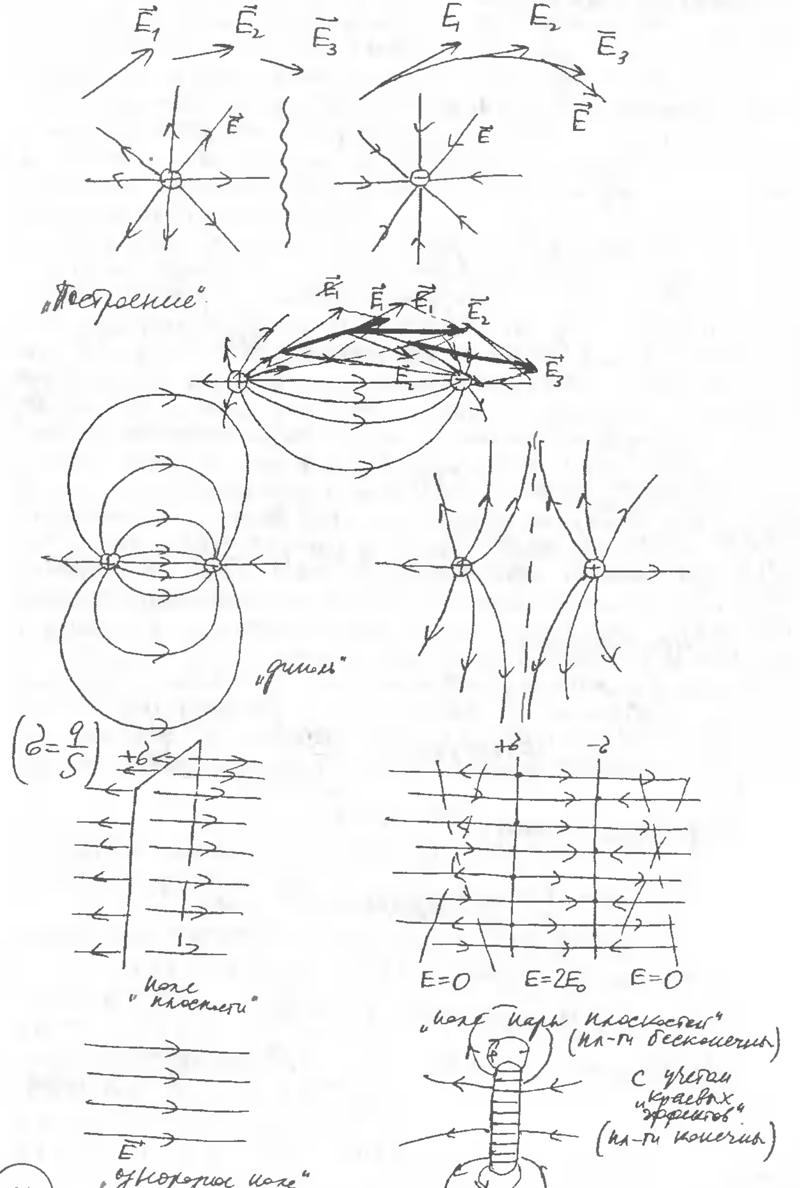
$E = \frac{F}{q} = \frac{\cancel{q}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2 \cancel{q}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, $\underbrace{E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$

q — пробный заряд,
Q — заряд, создающий поле $\vec{E}$

Несколько полей: $\underbrace{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$ — пр-п суперпозиции полей

43

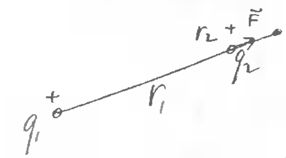
Силовые линии:



44

Потенциал.

Потенциальная энергия



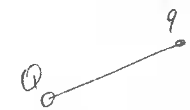
$$A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

$$A = -\Delta W_p = W_{p_1} - W_{p_2}$$

$$W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + C \qquad W_p = C \text{ при } \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r} = 0, \text{ т.е. при } r \to \infty.$$

Пусть $C = 0$. Тогда

$$\boxed{W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$



$$W_p \sim q$$

$$\frac{W_p}{q} = \text{const}, \qquad \boxed{\varphi = \frac{W_p}{q}} \qquad \left(\frac{Дж}{Кл} = В, \text{ „Вольт"}\right)$$

Точечный заряд

$$\varphi = \frac{W_p}{q} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r q} = \boxed{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}; \qquad \boxed{\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r}}$$

q — пробный заряд

Q — заряд, создающий поле φ

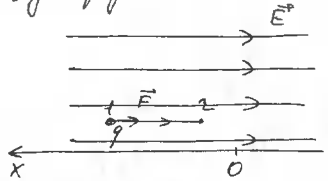
Несколько полей.

$$\boxed{\varphi = \sum_i \varphi_i} \text{ — пр-п суперпозиции полей}$$

45

Связь $\vec{E}$ и φ

Однородное поле



$$\left.\begin{aligned} A &= F_x\Delta x = qE_x\Delta x \\ A &= -\Delta W_p = -q\Delta\varphi \end{aligned}\right\}$$

$$\cancel{q}E_x\Delta x = -\cancel{q}\Delta\varphi$$

$$\underbrace{E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}}\qquad \underbrace{E = \frac{U}{d}},$$

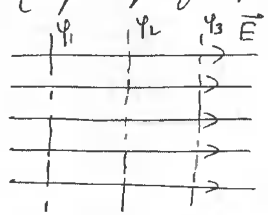
где $\underbrace{U = \varphi_1 - \varphi_2}$ – «разность потенциалов», «напряжение (В)»

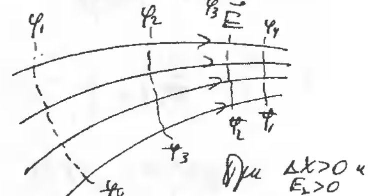
Произвольное поле

$$\underbrace{E_x = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta x};\ \Delta x \to 0}_{\text{«точка бесконечно близко»}} \qquad \left(E_x = -\frac{d\varphi}{dx}\right)$$

При $E_x = 0$ $\Delta\varphi = 0$ «вдоль x», т.е. вдоль ox $\varphi = const$ – эквипотенциаль.

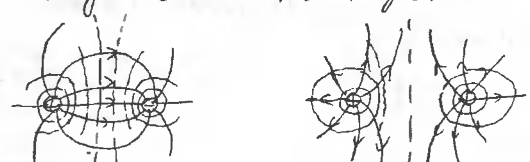
Эквипотенциальные поверхности (перпендикулярны силовым линиям)





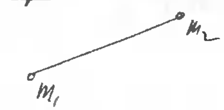
При $\Delta x > 0$ и $E_x > 0$
$\Delta\varphi = -E_x\Delta x < 0$
– потенциал убывает ⇒

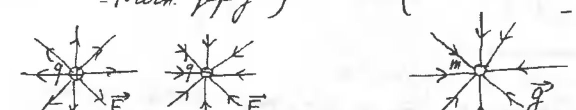
⇒ вдоль силовой линии – убывание потенциала.



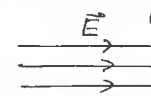
46

Аналогия (электрост. и гравит. поле)

Электростат.	Гравитацион.
	
$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$	$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$
$\frac{F}{q} = const$; $\underbrace{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}}$	$\frac{F}{m} = const$; $\underbrace{\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}}$
$\left(E = \frac{F}{q_2} = \frac{q_1 \cancel{q_2}}{4\pi\varepsilon_0 r^2 \cancel{q_2}} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right.$ – точечн. заряд$\left.\right)$	$\left(g = G\frac{m_1 \cancel{m_2}}{r^2 \cancel{m_2}} = G\frac{m_1}{r^2}\right.$ – точечн. масса$\left.\right)$
$W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$	$W_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$
$\frac{W_p}{q} = const$, $\underbrace{\varphi = \frac{W_p}{q}}$	$\frac{W_p}{m} = const$; $\underbrace{\varphi_g = \frac{W_p}{m}}$
$\left(\varphi = \frac{W_p}{q_2} = \frac{q_1\cancel{q_2}}{4\pi\varepsilon_0 r \cancel{q_2}} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}\right.$ – точечн. заряд$\left.\right)$	$\left(\varphi_g = \frac{W_p}{m_2} = -G\frac{m_1 \cancel{m_2}}{r\cancel{m_2}} = -G\frac{m_1}{r}\right.$ – точечн. масса$\left.\right)$

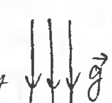


однородное поле



$\vec{E} = const$

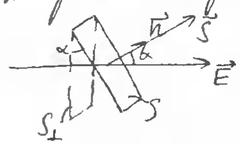
$\vec{g} = const$



$W_p = qEd$	$W_p = mgh$
$\varphi = \frac{W_p}{q} = Ed$	$\varphi_g = \frac{W_p}{m} = gh$

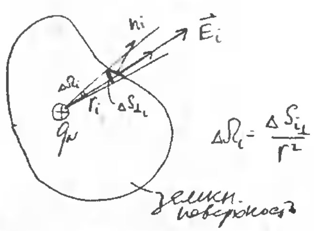
47

Теорема Гаусса



$\Phi = (\vec{E}, \vec{S}) = ES\cos\alpha = E_\perp S = ES_\perp$

$\vec{S} = S\vec{n}$ („поток вектора $\vec{E}$ через площадку S")



$\Delta\Omega_i = \frac{\Delta S_{i\perp}}{r^2}$

$\Delta\Phi_i = E_i \Delta S_{i\perp} = \frac{q_N}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}\Delta S_{\perp i} = \frac{q_N}{4\pi\varepsilon_0}\underbrace{\frac{\Delta S_{\perp i}}{r_i^2}}_{\Delta\Omega_i} = \frac{q_N}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\Omega_i$

$\Phi_N = \sum_i \frac{q_N}{4\pi\varepsilon_0}\Delta\Omega_i = \frac{q_N}{4\pi\varepsilon_0}\underbrace{\sum_i \Delta\Omega_i}_{4\pi} =$

$= \frac{q_N}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\cancel{4\pi} = \underline{\frac{q_N}{\varepsilon_0}}$ („замкн. пов.")

Если зарядов внутри поверхности несколько.

$$\Phi = \sum_N \Phi_N = \sum_N \frac{q_N}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0}\underbrace{\sum_N q_N}_{q} = \underline{\frac{q}{\varepsilon_0}}$$

(весь заряд внутри поверхности)

Итак: $\underline{\sum E_\perp \Delta S = \frac{q_{внутри}}{\varepsilon_0}}$

Использование в задачах:
Выберем поверхность, E_n в каждой точке которой одинак., тогда

$$\sum E_\perp \Delta S = E\underbrace{\sum \Delta S}_{S} = ES$$

(„вся поверхность, пронизываемая полем")

$$\underline{ES = \frac{q_{внутри}}{\varepsilon_0}}$$

„Задачи"

1) Дано: $\vec{E}(x,y,z)$. Найти: $x(t)$, $y(t)$ („механика")

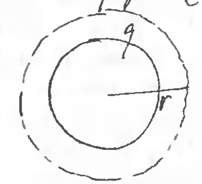
2) Дано: $\rho(x,y,z)$ Найти: $\vec{E}(x,y,z)$ („электростатика")

Найти $\vec{E}(x,y,t)$ по $\rho(x,y,z)$

Пр-п суперпозиции
разбиение на точечные области, далее
$E_i = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i^2}$, $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$

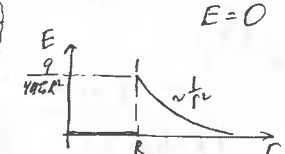
Теорема Гаусса
выбор удобной поверхности
$(\sum E_\perp \Delta S = E\underbrace{\sum \Delta S}_{S} = ES)$,
далее: $ES = \frac{q_{внутри}}{\varepsilon_0}$

Поле сферы (проводящ. шара)

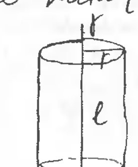


$E 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$; $\underline{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$ при $r \geq R$ („вне")

$E = 0$ при $r < R$ („внутри")

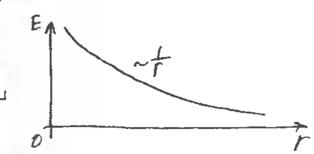


Поле нити (бесконечн.)

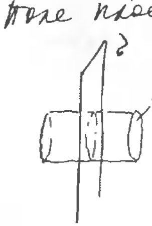


$E 2\pi r l = \frac{\gamma l}{\varepsilon_0}$

$\gamma = \frac{q}{l}$ $\underline{E = \frac{\gamma}{2\pi\varepsilon_0 r}}$

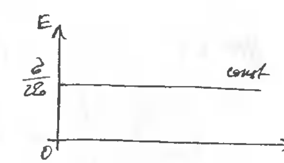


Поле плоскости (бесконечн.)



$\sigma = \frac{q}{S}$ $E 2S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$,

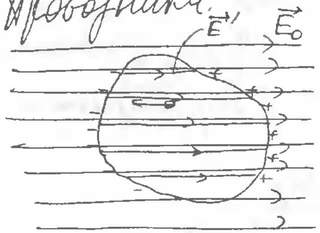
$\underline{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$

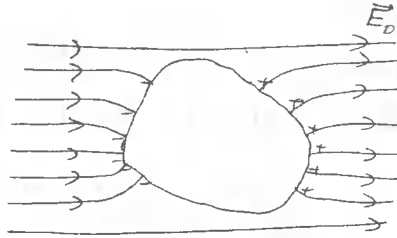


Пара плоскостей: „вне" $E = 0$

„между" $E = 2E_0 = 2\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \underline{\frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$

Проводники.





„электростатическая индукция"

Происходит до состояния, когда

$$\vec E = \vec E_0 + \vec E' = 0$$

внешнее поле

поле поверхностн. зарядов

$$\left(E = E_0 - E' = 0 \Rightarrow E' = E_0 \right)$$

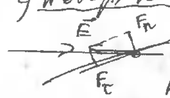
Итак: $\vec E = 0$, $q = 0$ } „внутри пр-ка"

1) Объем. Предположим поле внутри

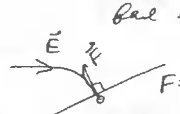
Тогда А по замкн. траектории отлична от нуля — не может быть ⇒

⇒ E в объеме $= 0$, $q_{\text{не скомпенс}} = 0$

2) Поверхность. Предположим пересечение направл. силовой линии.

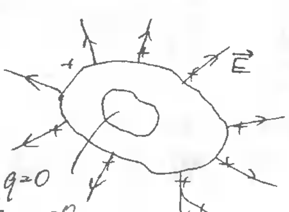


Тогда отлична от нуля F_τ — и есть ток. Это не так ⇒ $F_\tau = 0$ ⇒ силовые линии перпенд. поверхн.



$F = F_n$, $F_\tau = 0$

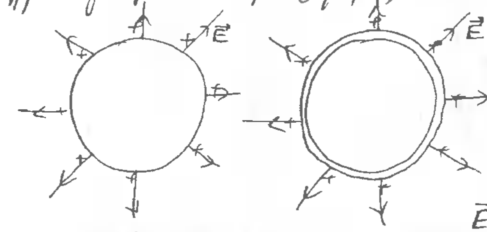
То же самое — если проводник заряжен



При $q = 0$ $E_{\text{внутри}} = 0$

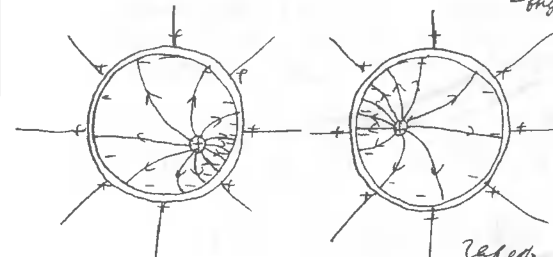
50

Проводящий шар (сфера)



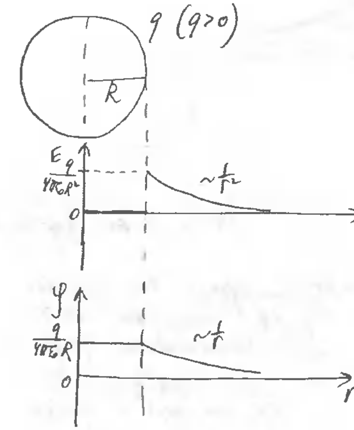
При $q_{\text{внутр}} = 0$ ситуации одинаковы.

$\vec E_{\text{внутри}} = 0$; $\varphi = const$



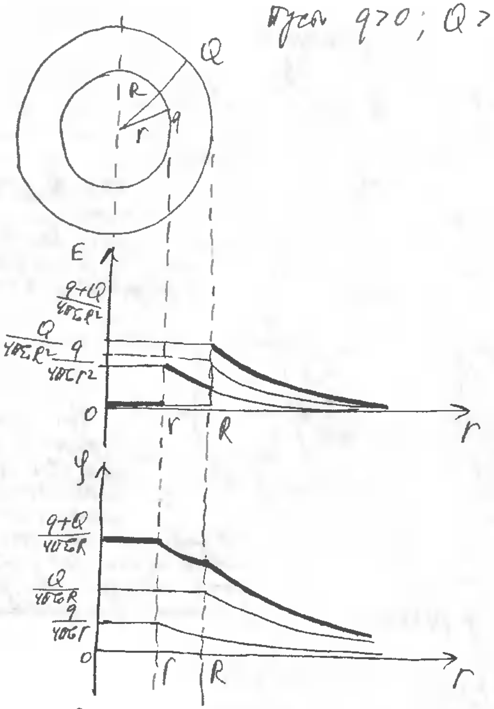
При движении заряда в полости поле в полости меняется — внешнее нет.

„Заряды на внешней поверхности „не знают" о поле внутри, их распределение неизменно".



51

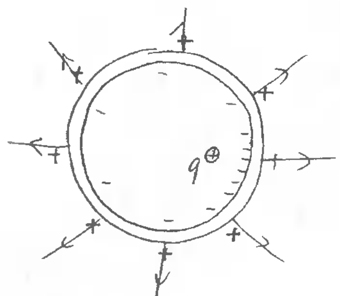
Пусть $q>0;\ Q>0$



$$\varphi_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\varphi_R = \frac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

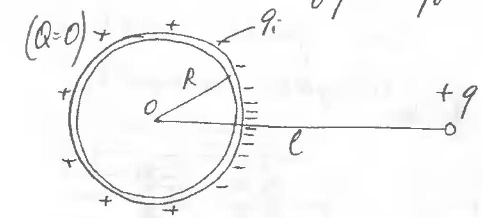
Точечный зар. внутри.



Поле снаружи внешней сферы такое же, что и при внутренней сфере ⇒ ⇒ „эквивалентность точ. зарядов и сфер" – ф-ла для φ_R та же.

52

Точечный зар. снаружи

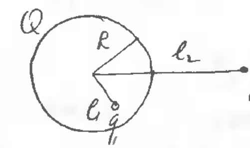


Пусть $Q=0$

Сфера эквипотенциальна ⇒ можем рассмотреть любую точку и найти её потенциал — это и будет потенциал сферы. Возьмем центр (т. О)

$$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} + \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\overbrace{\sum_i q_i}^{Q=0} = \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}}$$

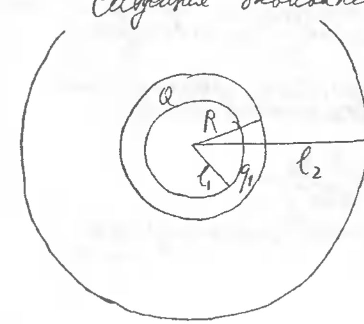
Итак, случай зарядов внутри и снаружи. (Объединяем рассмотренные случаи) – пр-п суперпозиции.



$$\varphi_R = \frac{q_1+Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 l_2}$$

(l_1 – лишние данные)

Следствие эквивалентности формально следующее. „Эквивалентность сфер и точечных зарядов"

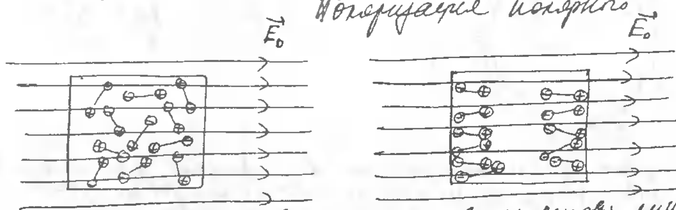


53

Диэлектрик

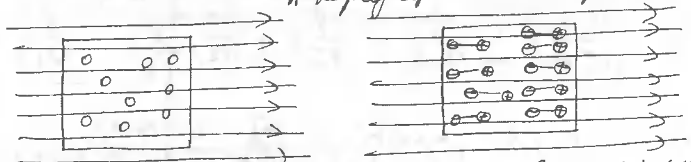
(Рассмотрим лишь случай перпенд. силовым линиям)

Поляризация полярного



„Разворачивание диполей вдоль силовых линий"

Поляризация неполярного



„Растягивание частиц в диполи вдоль сил. линий"

В любом случае возникает поверхностный заряд и поле $\vec{E}'$, созданное им.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$E = E_0 - E' \quad (\vec{E}' \uparrow\downarrow \vec{E}_0)$$

В результате суммарное поле $\vec{E}$ меньше, чем $\vec{E}_0$

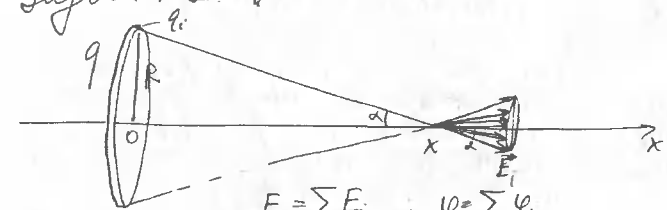
$$\underline{\varepsilon = \frac{E_0}{E}}$$ — диэлектрическая проницаемость изотропного диэлектрика

Точечные заряды в изотропном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}; \quad W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

(„взаимодействие м/у зарядами ослабляется в ε раз)

Задача № 1. „Поле кольца"



$$E = \sum_i E_{i_x}; \quad \varphi = \sum_i \varphi_i$$

$$E_i = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)}; \quad E_{i_x} = E_i \cos\alpha; \quad \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$E_{i_x} = \frac{q_i x}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

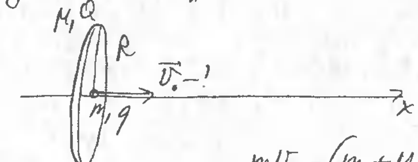
$$E = \frac{x}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\underbrace{\sum_i q_i}_{q} = \underline{\frac{q x}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}}$$

При $x=0$ (центр) $\underline{E=0}$

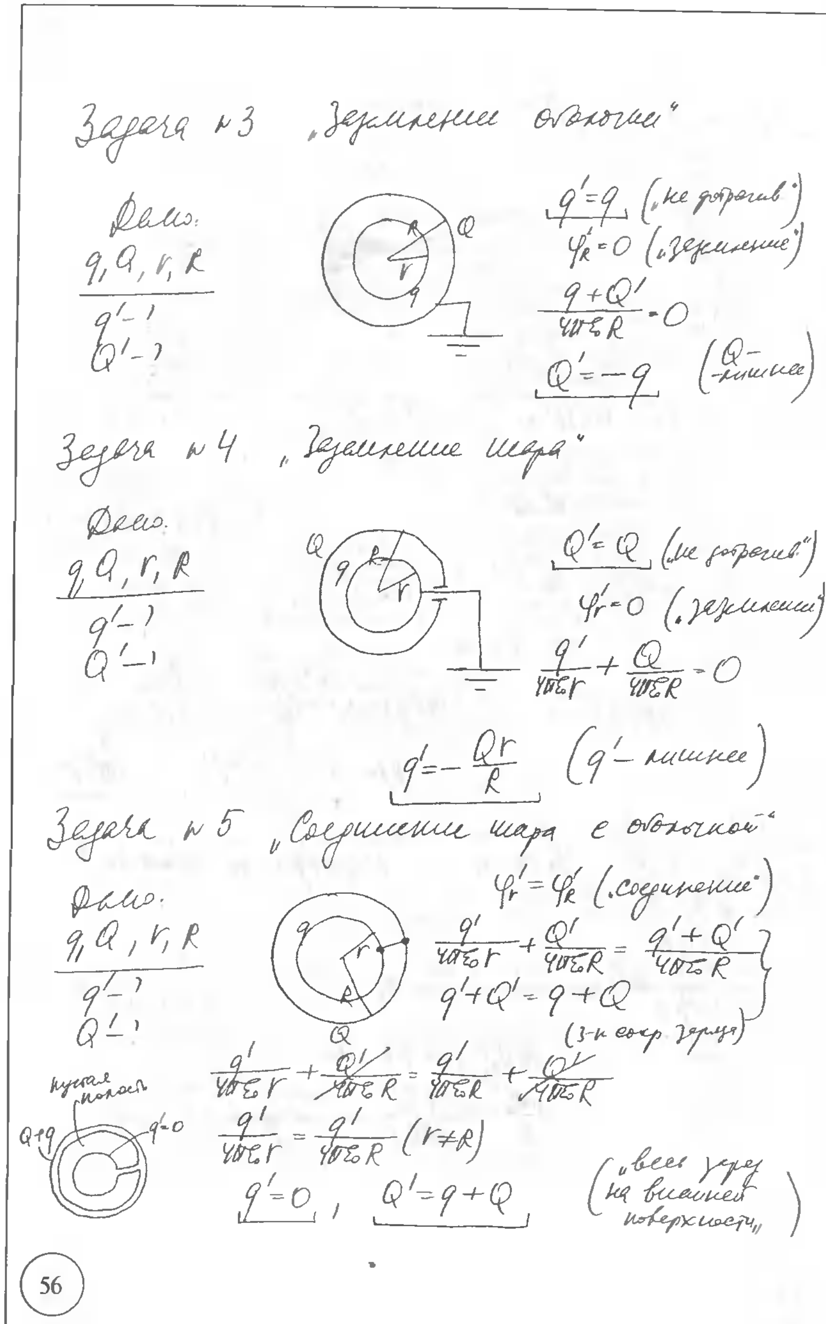
$$\varphi_i = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}; \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}\underbrace{\sum q_i}_{q} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$$

При $x=0$ (центр) $\underline{\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}}$

Задача № 2. „Улететь от незакрепл. кольца"



$$\left.\begin{aligned} m v_0 &= (m+M)u \\ \frac{m v_0^2}{2} + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R} &= \frac{(m+M)u^2}{2} \end{aligned}\right\}$$



Задача № 3 „Заземление оболочки"

Дано:
q, Q, r, R

q' — ?
Q' — ?

$q' = q$ („не дотрагив.")

$\varphi'_R = 0$ („заземление")

$$\frac{q + Q'}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0$$

$Q' = -q$ (Q — лишнее)

Задача № 4 „Заземление шара"

Дано:
q, Q, r, R

q' — ?
Q' — ?

$Q' = Q$ („не дотрагив.")

$\varphi'_r = 0$ („заземление")

$$\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0$$

$$q' = -\frac{Qr}{R}$$ (q — лишнее)

Задача № 5 „Соединение шара с оболочкой"

Дано:
q, Q, r, R

q' — ?
Q' — ?

$\varphi'_r = \varphi'_R$ („соединение")

$$\left.\begin{aligned} \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 R} &= \frac{q' + Q'}{4\pi\varepsilon_0 R} \\ q' + Q' &= q + Q \end{aligned}\right\}$$

(З-н сохр. заряда)

$$\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r} + \cancel{\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 R}} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R} + \cancel{\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 R}}$$

$$\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R} \quad (r \neq R)$$

$q' = 0$, $Q' = q + Q$

(„весь заряд на внешней поверхности")

пустая полость

$Q + q$

$q' = 0$

56

1.2. КОНДЕНСАТОР

Переход к конденсатору лучше всего начать с электроемкости уединенного проводника. У нас снова появляется некая константа — электроемкость, определяемая через заряд и потенциал, но не зависящая от них. Сама возможность введения такой величины обусловлена тем обстоятельством, что потенциал любого проводника, независимо от его формы, пропорционален его заряду (и, стало быть, отношение заряда к потенциалу — константа). Данный факт, вообще говоря, неочевиден и может быть прокомментирован ссылкой либо на опыт (если необходима краткость, ибо совсем уже жалко времени), либо на теорему единственности, о которой можно сказать несколько слов.

Содержание ее, как известно, сводится к тому, что заряд может быть распределен на проводнике единственным способом. Показывать это проще всего методом «от противного». Допустим, таких способов два — и они *разные*. Поместим на проводник заряд Q; допустим, он распределится первым способом, затем заряд $-Q$, и он распределится вторым. Если способы не совпадают, на поверхности неизбежно окажутся заряженные области, где заряд не скомпенсирован (хотя в целом проводник, естественно, заряда иметь не будет). Следовательно, будет поле и силовые линии, соединяющие эти области (идущие от положительной области к отрицательной). А значит, будет перепад потенциала между началом и концом этих силовых линий, т.е. между разными точками проводника. Но последнее в электростатике невозможно, следовательно, заряженных областей не возникнет, значит, положительный и отрицательный заряды будут скомпенсированы *всюду*, т.е. первый и второй способы распределения совпадут. Теперь понятно, что, если помещенный на проводник заряд, к примеру, удвоить, новая порция распределится по поверхности *точно так же*, как старая — единственным образом; стало быть, приращение потенциала от новой порции будет *такое же*, как и от старой, а значит, потенциал возрастет тоже ровно вдвое.

Далее — конденсатор и его виды. Ученики должны ясно понимать, что, применяя при выводе электроемкости плоского конденсатора формулы для напряженности однородного поля, мы допускаем сознательную ошибку, ибо поле реального плоского конденсатора иное и не совпадает с полем пары бесконечных пластин. Помнится поучительная новелла из стародавних времен, когда вступительные испытания в МГУ были устными и один абитуриент, отнюдь не блестяще решавший задачи, получил-таки максимальный балл за изящный ответ на один-единственный заданный ему вопрос — как раз про это. Он сказал, что, применяя в случае конденсатора конечных размеров формулу из теоремы Гаусса для бесконечных пластин, мы «пренебрегаем краевыми эффектами». Вышло действительно эффектно. Мораль истории в том, что знание и адекватное применение терминологии есть признак наличия у абитуриента определенной предметной культуры, что подчас ценнее конкретных знаний как таковых...

Формулу для электроемкости сферического конденсатора вывести стоит, ибо это вполне возможно сделать элементарными методами, цилиндрический — с натуральным логарифмом — пусть останется до второго курса. Не будем настойчиво пугать их числом *e*, они не так уж давно свыклись наконец с π — пока достаточно. Далее — нет, не соединение конденсаторов, далее источник, поскольку совсем уже вскоре потребуется все равно. Чтобы не запутывать их и — главное — дабы не отвлекать их от генеральной линии повествования, которая все же — про конденсатор, можно ограничиться уяснением образа, схематичной моделью.

Дело в том, что при погружении металла в раствор кислоты начинает происходить химическая реакция, в процессе которой положительные ионы выходят из металла в раствор, вследствие чего раствор заряжается положительно, а металл — отрицательно, т.е. возникает разность потенциалов между металлом и раствором. Если поместить в раствор второй электрод, будет происходить то же самое, но если этот второй электрод будет из другого металла, процесс будет иметь иную интенсивность, и динамическое равновесие (выход ионов в раствор вследствие реакции и возврат их возникшим электрическим полем) наступит при другом относительно раствора потенциале, нежели у первого электрода. В результате между двумя электродами будет существовать некая разность потенциалов, это и означает, что мы получили источник. Теперь, если мы соединим эти электроды проводником («внешняя цепь»), по проводнику начнется перетекание электронов от электрода с меньшим потенциалом к электроду с бóльшим («электрический ток»). Как только электрон уйдет с «отрицательного» электрода, возникает локальное нарушение динамического равновесия на некоем участке границы «металл—раствор» и дополнительный ион, «удерживавшийся» этим электроном (схематичная модель), перейдет в раствор. Когда электрон (этот или нет — неважно) придет на «положительный» электрод, там тоже нарушится динамическое равновесие и некий положительный заряд, притянувшись к этому электрону, перейдет из раствора на электрод. Таким образом, действительно, протекание электрона по внешней цепи от минуса к плюсу «оплачивается» таким же переходом — только уже *против* сил поля (!) — такого же положительного заряда внутри источника. Фактор, обеспечивающий переходы зарядов внутри источника против сил поля, и кодируется наименованием

«сторонняя сила». В электромагнитных источниках это будет, забегая вперед, продольная составляющая силы Лоренца, в данном же случае речь идет о химической реакции — необратимой (гальванический элемент) или обратимой (аккумулятор). Энергетический выход данной химической реакции и есть «работа сторонних сил»; работа эта, отнесенная к заряду (т.е. удельная работа, работа, совершаемая над единичным зарядом), и есть характеристика источника со странным названием «электродвижущая сила» (ЭДС), к силе в ньютоновом понимании не имеющая, понятно, никакого отношения. Еще раз можно сказать о невероятно схематичном характере данной модели. Тем не менее некие фундаментальные факты относительно источника она, в общем, описывает — возникновение разности потенциалов между электродами, а также то, что заряды внутри источника движутся *против* сил поля, о чем упомянуто в каждой книжке, но что неплохо было бы хоть как-то проиллюстрировать.

Соединение конденсаторов — формулы, которые, разумеется, должны выводиться. Именно идеи, положенные в основу вывода этих формул, а отнюдь не сами формулы будут столь полезны вскоре в задачах. Тонкие и, очевидно, требующие отдельного комментария моменты — равенство зарядов на последовательно соединенных конденсаторах и равенство напряжений на параллельно соединенных. Первое объясняется нейтральностью «центрального» фрагмента, который не соединялся проводником ни с одним заряженным телом, и потому заряд на нем появиться не мог — было возможно исключительно *разделение* зарядов путем электростатической индукции. Второе может быть объяснено двояко. Первый способ — непосредственная ссылка на потенциальность электростатического поля — независимость работы от формы траектории, а напряжение и есть не что иное, как эта работа, только посчитанная для единичного заряда. Второй способ — напряжение на том и на другом есть просто разность потенциалов левого проводника, любой его точки — и любой точки правого, ибо любой проводник в электростатике эквипотенциален.

Последний оставшийся вопрос — об энергии заряженного конденсатора. Как и всегда — типовой способ подсчета энергии, считаем работу — либо работу поля, в которую запасенная энергия может потратиться, либо работу внешних сил по запасанию этой энергии. Сначала вполне можно «прокрутить» этот алгоритм на примере плоского конденсатора и, соответственно, однородного поля. Здесь подсчитывается работа, совершаемая полем при сдвигании пластин вплотную, по существу, записывается потенциальная энергия заряда (одна пластина) в однородном поле (другой пластины). Затем непременно стоит поведать, что формулы никак не зависят от вида конденсатора, и затем вывести их для случая произвольного — подсчитываем работу сторонних сил по зарядке конденсатора, произвольность которого в данном случае учитывается в том, что нигде не используются формулы, применимые только для случая однородного поля. Образ: гипотетический перенос заряда малыми порциями с одной обкладки на другую некой «сторонней» силой во все возрастающем сопротивляющемся поле. Другой способ — применить записанную еще в связи со сферами формулу для энергии системы проводников.

Здесь же выводится совершенно невостребованная пока, но полезная в дальнейшем — при разговоре о волнах — формула объемной плотности электрической энергии.

К ЗАДАЧАМ

Необходимо отметить следующее: кроме тех задач, где требуется отыскать эквивалентную емкость непосредственно, почти во всех остальных неизмеримо удобней действовать иначе. А именно — во избежание путаницы пользоваться, как уже вскользь упоминалось, не формулами для эквивалентной емкости как таковыми, а соображениями, из которых они выводились: равенством зарядов и суммированием напряжений у последовательно соединенных конденсаторов и равенством напряжений и суммированием зарядов — у параллельных. Что касается энергии, тут все просто: записывается закон сохранения энергии с учетом работы сторонних сил в источнике и потерь, т.е. «то, что было, плюс работа внешних сил — равно — что стало плюс потери». Надо лишь твердо понимать следующее: при какой-либо манипуляции, приводящей к изменению емкости (сдвигание–раздвигание пластин, внесение–вынесение диэлектрика), решающую роль играет то, *как именно* производили эту манипуляцию — при *отключенном* источнике — тогда остался неизменным накопленный заряд, напряжение же поменялось, или при *подсоединенном* — тогда все время оставалось неизменным напряжение (равным, очевидно, напряжению источника), заряд же стал другим. Ни в коем случае в ситуации подключенного конденсатора нельзя, записывая энергетический баланс при какой-либо манипуляции (раздвигаем, к примеру, пластины), забыть, что наряду с «нашей» работой (по раздвиганию) имеет место работа сторонних сил в источнике, ибо есть замкнутая цепь и во все время манипуляции происходит перетекание заряда через источник! Это они усвоят — будем надеяться, что усвоят, только если *сами*, причем *неоднократно*, встретят в задачах. Иначе — исключено, когда дойдет до дела — забудут стопроцентно, даже говорить не о чем!

Встретится (должна встретиться!) здесь задача про втягивание диэлектрика в поле. Она интересна двумя моментами. Во-первых,

сила подсчитывается как производная энергии по координате, никакой статикой-динамикой там ничего не сделаешь. Каждый такой пример крайне ценен, ибо поучителен невероятно — упускать его грех. И во-вторых, когда пытливые умы все же захотят понять «динамический» механизм этого втягивания, ибо энергетическое решение, как всегда, без механизма обходится и потому никогда его не проясняет, их ждет некоторое принципиальное затруднение. О каком влиянии «неоднородности поля на краях» (*Бутиков*) может идти речь, если краевыми эффектами пренебрегли?! Мы же даже формулу для плоского конденсатора в решении используем, при выводе которой — как раз и пренебрегали, она участвует в решении! А дело, оказывается, строго в них. Как же так? Дело, конечно, в том, что при энергетическом подходе ни о каком пренебрежении краевыми эффектами речи быть не может! Они — эти эффекты — при этом подходе обязательны и неизбежны.

Действительно, ну, допустим, пренебрегли. Значит, поле только между обкладками, вне конденсатора его нет. Возьмем заряд и пронесем его по замкнутой траектории: частью между обкладками (в одной из них малое отверстие), частью — снаружи. И получим ненулевую работу! Что невозможно. Стало быть, и снаружи конденсатора поле есть, т.е. этот самый краевой эффект. Мало того, работа на пути снаружи должна быть *равна* (по модулю) работе внутри, между пластинами, иначе нуля не будет! Так ли это? Безусловно. А как же быть с тем, что пренебрегали? Так мы пренебрегали не в энергетическом решении, там было можно. В *энергетическом* — нельзя. Да это и не получится. Некое математическое чудо в том, что энергетическое решение *само* знает про то, что поле снаружи есть, априори. Оно — *сразу* верное, поскольку точно «знает», что иначе — никак, иначе закон сохранения энергии нарушится. Закон сохранения энергии «знает» все, чего мы не знаем: какие пренебрежения допустимы, какие нет. Это, к примеру, недопустимо. Нам еще представится возможность — в самом конце книжки — упомянуть, что математика гораздо умнее нас, и если просто ее слушаться — не ошибешься!

Конденсатор в железной коробке — задача, еще раньше приводящая к этой проблеме, там тоже заряды потекли в стенках *коробки* из-за *наружного* поля конденсатора — вопрос можно разобрать на примере какой угодно задачи, неважно.

Еще про энергетические дела в конденсаторе. Только ленивый не обращает внимание учеников на независимость выделившегося при соединении двух конденсаторов тепла от сопротивления соединительных проводов. В результате у клиента возникает странное ощущение, что R проводов не влияет ни на что вообще! Это не совсем так. Конечно, тепло, выделившееся *за бесконечное время*, когда первоначальная электростатическая конфигурация зарядов окончательно перешла в новую электростатическую конфигурацию, от проводов не зависит. Но на то, как происходило перетекание со временем, конечно же R влияет (как помнится из института, стоит в показателе экспоненты), поэтому закон выделения тепла с течением времени содержит сопротивление очевидно.

После абсолютно традиционного призыва решить как можно больше задач — конденсатор как таковой оставим. Про него надо понять всё, ибо — лучше сразу предупредить об этом клиентов — отныне только в школе он будет преследовать их ровно столько, сколько осталось им до поступления.

Ну вот, в русле всех наших разговоров, всегда учитывающих перспективу предстоящего экзамена, имеет смысл временно прерваться и предпринять

отступление 11-е

ПОСТУПЛЕНИЕ

Отступление это — так даже не особенно понятно о чем. Вроде все сказано в частях о факультативе и зачетах. Ну, и урок — понятно, куда уж без него. И экзамен. Про экзамен отдельной части не будет — можно, конечно, поговорить про ЕГЭ, но вдруг отменят? Получится неудобно — «с мытой шеей». В общем, обо всем понемножку. Ну, начать уместно с того, чтобы сказать раз и навсегда: их поступление — это дело учителя. Отвечает он. Как говорил студентам один известный профессор-акушер, «берем женщину и рожаем», ясно указывая на то, как именно распределены роли. И не надо двадцать раз на дню твердить им, что «это же им надо». Они об этом помнят и так, а это только раздражает. Ваше дело научить — учите. Подготовить — готовьте. Не трепать ученику нервы — тоже весьма ценное умение, при общении с 11-м классом дорогого стоит. Как готовить? Ну, конечно, самым главным, как ни крути, остается урок. Хотя бы потому, что девяносто процентов всего общего времени — это все-таки он. Дотягиваться в каждой теме до задач вступительного уровня. Дотягиваться до них в домашних заданиях. Дотягиваться любой ценой. Дополнительные, переписывание, экономия на каких-то моментах программы, выискивание любых скрытых ресурсов — как угодно. Причем, хочется подчеркнуть, не до *олимпиадного* уровня предлагается дотягиваться на уроках и в домашних — это как раз экзотика, а до *вступительного*. Не предлагается все время решать Савченко со звездочкой, нет — Бендрикова и Гольдфарба. После таких совершенно типовых и в большинстве случаев относительно несложных задач нужно постепенно переходить к сложным, но по-прежнему типовым и лишь потом — и опять же исключительно постепенно — к олимпиадным. Олимпиадные — в основном для факультатива, а вступительные — безусловно, на уроке. Дополнительные занятия, в конечном итоге, именно на это и нацелены — в конце концов взять эту высоту. Причем, что самое

главное, массово, ибо предмет сдавать в математическом классе практически всем, кроме разве что «экономистов».

Остановимся подробно на так называемых подготовительных курсах. «Подготовительными курсами» называются здесь не вечерние занятия для абитуриентов, проводимые в вузах, здесь это в кавычках. В 11-м (и только в нем) на дополнительных отводится некоторое время — около часа. Это — решение вступительных задач по темам. Задачи комбинируются не столько по темам, сколько вокруг методов: задачи на связи; комбинированные задачи в механике; задачи на объединенный газовый закон, на циклы, на бесконечные цепи, на отыскание вихревого электрического поля, на построения (в оптике), с оптическими приборами и т.п. Это мероприятие представляет собой небольшой вспомогательный факультатив, основное отличие его от обычного факультатива — кроме длительности — в том, что выпускники здесь ни при чем. Это — учитель. Ну и задачи, быть может, чуть проще, хотя — когда как; в общем, не обязательно. Процедура, как на уроке: прямое объяснение (здесь — напоминание) метода и решение задач на этот метод — от простых к сложным, в обычном ежеурочном режиме «на пятерку». Опыт показывает: мероприятие очень полезно — как «психотерапевтически», так и по сути.

Экзамен. Ну, конечно, речь уместно вести о ЕГЭ, тем не менее постараемся высказаться так, чтобы это, по возможности, подошло бы для любого. Как уже говорилось, *репетировать надо*. Все дело в количестве предварительных упражнений — больше ни в чем. Вы хотите, чтобы в ЕГЭ они хорошо писали часть «*A*» — тренируйте ее, «*B*» — нажимайте на это. (Нынче эти части буквами не обозначаются — но мы будем называть их по-старинке.) О «*C*» подробно не говорим, поскольку именно к ней они и так готовились все прошедшее время. Решение задач — это же и есть не что иное, как «*C*». Поэтому, собственно «*C*» — отдельной подготовки и не требует. Вот к «*A*» и «*B*» надо готовиться *отдельно*. Большим, просто-напросто огромным лукавством является сентенция, что «натаскивать-де отдельно не надо — надо учить предмету». Это не так. Надо отдельно оспособливать к форме. Например, тестовой — если речь идет о ЕГЭ; она, как и любая, имеет свою специфику, к которой надо приноровиться!

Процедура обычно выглядит так. Все решают вариант — два урока плюс перемена между ними — около двух часов вместо четырех положенных. Но! От учеников не требуется никакой подготовительной работы вроде заполнения бланков, они могут себе позволить некоторую, выразимся так, небезупречность в вопросах оформления. И наконец, самое главное — делая «*A*» и «*B*» в полном объеме, в части «*C*» они могут решать задачи не до численного ответа, а до ответа в общем виде или даже до системы. И с учетом этих послаблений — половины времени им как раз должно быть достаточно. Со второго, ну, быть может, с третьего раза они это поймут. Это первое занятие — на нем они просто пишут. Дальше работы собираются и на следующем занятии — втором — раздаются и сначала проверяются. То есть учитель диктует правильные ответы в «*A*», ученики у себя отмечают: да — «плюс», нет — «минус». Затем быстро «собирается статистика» — все подсчитывают у себя количество ошибок. Ошибаться абитуриент — без большого для себя ущерба — имеет право в границах десятипроцентного лимита, об этом их и следует впрямую предупредить. То есть в «*А*» можно допустить две-три ошибки. Больше — плохо. Считаем. Говорим, у кого сколько. Это все весьма недолго. Дальше — после проверки — начинается уже разбор. Поднимают руку те, кто ошибся конкретно в этом вопросе, и учитель объясняет — как бы им, но одновременно, естественно, всем, не столько, как надо было ответить, теперь это уже ясно, сколько то, *почему* надо было отвечать так и как надо было рассуждать, чтобы не ошибиться, после чего, если нет вопросов и замечаний, — переход к следующему номеру. И так все вопросы этой части.

С частями «*В*» и «*С*», в принципе, аналогично, но все же с учетом специфики, ибо здесь — задачи. Можно делать так: учитель выписывает численные ответы в «*В*» и ответы в общем виде (либо системы) в «*С*» и проверяет. После — статистика и разбор, состоящий в том, что решение любой задачи воспроизводится полностью и весьма подробно комментируется, за исключением, быть может, только тех, которые сделаны правильно поголовно. В норме — для хорошего балла — из примерно десяти заданий частей «*В*» и «*С*» (их число чуть варьируется, как все мы знаем, от года к году) должно быть сделано правильно не меньше семи — тогда с баллом все будет относительно неплохо, т.е. он будет вполне даже «поступательным». Отдельную специфику обнаруживают, по крайней мере сейчас, задачи первая и последняя: *С*1 и *С*6. Два слова о них.

Начнем с *С*6 (нынче 32). Это, в принципе, обычная задача, но притом весьма искусственная (чтобы не сказать — вымученная). Причина проста. На «квантовое» в школьном курсе не так-то просто соорудить полноценную задачу — корректную и сложную одновременно — слишком уж поверхностное рассмотрение этого раздела предполагается школой. Исключение составляет разве что фотоэффект, да и там, по существу, — одно уравнение Эйнштейна. В атоме — второй постулат для изменения энергии атома при излучении-поглощении, в ядре — что-нибудь на закон радиоактивного распада (благо, тот все-таки записывается) или же подсчитать энергетический выход ядерной реакции. Больше, по сути, ничего. Понятно, что таких задач решалось мало, поскольку, во-первых, их в школе мало и есть, а во-вторых, совершенно понятно, что решать их усиленно в преддверии, например, олимпиад бессмысленно — там их заведомо не будет. Поэтому решать их надо в основном к ЕГЭ, а то и только для него, в расчете именно на это самое *С*6. Не беспокойтесь — ввиду того, что типов задач здесь явно немного и составителям действительно «не размахнуться», подготовить учеников к этим задачам — задача (извиняемся за каламбур) вполне выполнимая.

*С*1 (нынче 28). Это — опять же оговоримся — в нынешней сиюминутной редакции ЕГЭ — качественный вопрос, ответ на который мыслится в виде текста. Да, вопрос этот представляет некоторую сложность, ибо в большей степени, чем любая последующая задача из «*С*», требует от учащегося умения самостоятельно создавать модели. Иные задачи сплошь и рядом как раз этой весьма сложной вещи отнюдь не требуют, эксплуатируя модель общеизвестную. Останавливаться на примерах

долго — мысль, в общем, ясна: задача на грузы и блоки может быть сколь угодно сложна (ну, например, конкретной связью), но модель-то эксплуатируется совершенно затверженная, в этом — ничего выдумывать не требуется. То же — какая-нибудь, пусть и сложная, электрическая схема с резисторами и конденсаторами. А вот вопрос, почему автомобиль на дороге ведет себя так-то (или, хуже того, вопрос, «как он себя поведет и почему») или, к примеру, почему эти тела наэлектризуются (или, хуже того, «как наэлектризуются тела, ответ пояснить»), с неизбежностью требует именно *создания* модели. И здесь важно, как ни странно, не переусердствовать, «не перемудрить». Из возможных моделей процесса выбрать — как правило, это бывает верным — наиболее простую. Вообще, умение при создании модели учесть существенные факторы, определяющие явление, и отбросить второстепенные особенно востребовано уже в части «*А*». Там особенно важно «не переборщить», выбрать в качестве объяснительной модели самую простую — в *С*1 так не всегда, но как правило. Здесь кроется специфическая беда хороших, точнее очень хороших, учеников — пытаться, дабы ничего не упустить, создать модель, учитывающую все факторы, что, понятно, запутывает дело совершенно. И если в *С*1, где есть свободный текст, еще можно за это и не поплатиться (учитывая возможность апелляции), то в части «*А*» эта тактика приводит к однозначному провалу и только множит ошибки на совершенно пустом месте. У наших выпускников это в шутку именовалось «алешиным синдромом» — по имени выпускника, в бытность свою абитуриентом обнаружившего это качество — оборотную сторону «наученности» и добросовестности. Исправляется подобное точно так же, как все на свете, практикой. Упражнениями. Это относится ко всем вообще затруднениям в связи с подготовкой к ЕГЭ, и эти последние никаким исключением в этом смысле не являются.

Возникает вопрос: сколько же в хорошем классе нужно написать вариантов, чтобы быть относительно спокойным за результат? В хорошем — вариантов двенадцать–пятнадцать. В том режиме, который был здесь описан, — без бланков и делая «*С*» не до ответов. И после этого — еще вариантов четыре-пять в условиях, «максимально приближенных к боевым», т.е. за четыре часа с решением всего до численного ответа, использованием черновиков и оформлением бланка. Это можно сделать уже в мае-июне — непосредственно перед. И на этом закончить. Сделать финальную консультацию за пару дней, где, не пугая ни в коем случае, повторить основные рекомендации. Что касается этих вот последних наставлений, они таковы: безусловно, писать до конца. То есть ни в коем случае не уходить раньше, нежели закончится время, использовать все предоставленные возможности — первое. Непременно проверить всю работу, прежде чем сдать, — в основном «*А*». Обязательно оставить на это хотя бы какое-то время. Это — второе. Ничего не смущаться. Это — третье. Абитуриенту принципиально неизвестно, как он написал — он соревнуется (это относится не обязательно к ЕГЭ, к любым испытаниям) не с «авторами и составителями», а исключительно с другими абитуриентами, такими же, как он. Именно они — его прямые конкуренты. Он должен написать работу не идеально — а не хуже их. Вот и все. Поэтому он не может знать: решить из части «*C*» четыре — это как, хорошо? Все зависит от того, как справятся остальные, поэтому в любом случае не стоит торопиться огорчаться. Понимание этой нехитрой истины должно не допустить паники ни в каком случае, что уже немало.

Предварительные ЕГЭ удобнее всего решать, обводя ответы, выбираемые как правильные, прямо в откcерокопированном тексте условия — безо всяких бланков, тут же. Примерно так же поступать с частью «*B*». И только «*C*» придется решать на отдельных листочках, которые вкладываются в листки условий «*A*» и «*B*», в таком виде и сдается весь комплект.

После проверки и разбора всего варианта, возвращаясь к нашей подготовке, — окончательная статистика. Можно, к примеру, подсчитать процент от максимального рабочего балла (это не есть балл, который получится, — существует еще шкалирование!). Тем не менее умноженное на сто процентов отношение набранного балла к максимально возможному дает представление о «мере успеха». Оценки за это можно ставить, а можно и нет. В любом случае в этот момент — после февраля — им уже не до оценок. Их уже интересует, как это ни фантастично звучит, как ни трудно в это поверить, только одно — знания. Точь-в-точь, как вы того и хотели — всю дорогу.

НА ДОСКЕ

листы № 57, 58, 59, 60, 61.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 17.23, 17.24, 17.12, 17.22, 17.29, 17.19 (Г);
6.4.12 (С);
3.14, 3.36, 3.37 (Б);
11.59, 11.60; 11.61, 11.62, 11.63 (Баум).

«САВЧЕНКО»

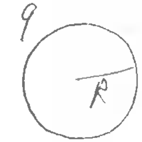
№ 7.1.28, 7.4.34, 8.4.7, 8.4.5.

Электроёмкость

$q \quad \varphi$

$\varphi \sim q$

$\frac{q}{\varphi} = const$; $\boxed{C = \frac{q}{\varphi}}$ — ёмкость уедин. пр-ка



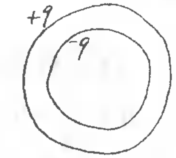
$q \quad R$

$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}} = 4\pi\varepsilon_0 R$ — ёмкость уед. шара

Конденсатор

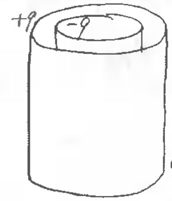
$+q \quad -q$

плоский



$+q \quad -q$

сферический



$+q \quad -q$

цилиндрич.

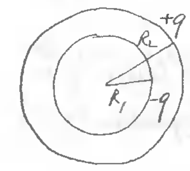
$U \sim q$

$\frac{q}{U} = const$, $\boxed{C = \frac{q}{U}}$ — ёмкость конденсатора

$+q \quad -q$

$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{\frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}d} = \boxed{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}$ — плоский конденс

$E = 2E_0 = 2\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}$



$R_2 \quad +q \quad R_1 \quad -q$

$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\varphi_2 - \varphi_1} =$

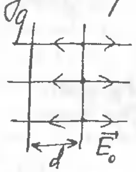
$= \frac{q}{\underbrace{\frac{q - q \to 0}{4\pi\varepsilon R_2}}_{\varphi_2} - \underbrace{\left(-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}\right)}_{\varphi_1}} = \frac{q}{\frac{q(R_2 - R_1)}{4\pi\varepsilon R_1 R_2}} =$

$= \boxed{\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$ — сферич. конден

57

Энергия заряженного конденсатора.

Конденсатор плоский.



$$W_p = qE_0 d = q\frac{E}{2}d = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

("одна обкладка в поле второй")

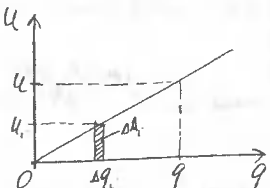
$Ed = U$, $C = \frac{q}{U}$

Конденсатор произвольный.

$W = A_{стор}$

$U \sim q$, $\Delta A_i = \Delta q_i U_i$

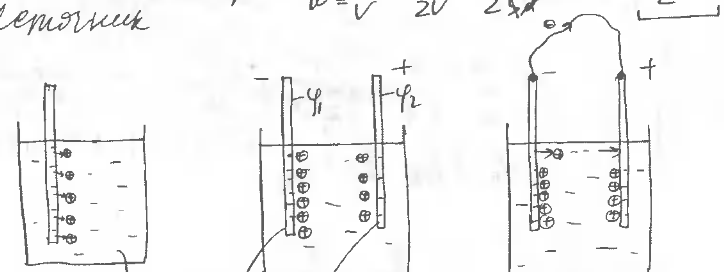
$A = \sum_i \Delta A_i$ ("площадь под граф. $U(q)$")



$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Объемная плотность энергии: $w = \frac{W}{V} = \frac{CU^2}{2V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S E^2 d^2}{2 S d^2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$

Источник



раствор кислоты

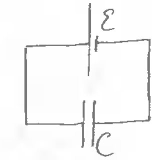
различн. металлы $\varphi_1 \neq \varphi_2$

"внутри источника заряды движутся против поля" ("сторонние силы")

$$\mathcal{E} = \frac{A_{стор}}{q}$$ ("ЭДС источн.")

58

Электрическая цепь. Соединение конденсаторов

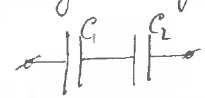


$\Leftrightarrow$

$C_{экв}$ – ?

$C_{экв} = \frac{q}{U}$

1) Последов. соед. ("без разветвлений")



$q = q_1 = q_2$ – "нейтральность центрального фрагмента"

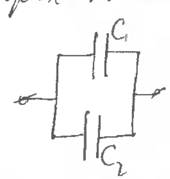
$U = U_1 + U_2$ – "сложение работ"

$$\frac{1}{C} = \frac{U}{q} = \frac{U_1 + U_2}{q} = \frac{U_1}{q} + \frac{U_2}{q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \left(\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}\right)$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

2) Параллельное соед. ("с разветвл.")



$q = q_1 + q_2$ "сумма зарядов на верхн. и нижн. фрагментах"

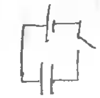
$U = U_1 = U_2$ "потенциальность электрост. поля – равенство работ"

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q_1 + q_2}{U} = \frac{q_1}{U} + \frac{q_2}{U} = C_1 + C_2$$

$$C = C_1 + C_2 \quad \left(C = \sum_i C_i\right)$$

Изменение емкости конденсатора

1) При отключ. источнике



$q = const$

2) При подключ. источнике

$U = const$

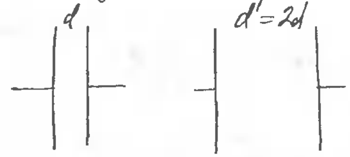
59

Задача №1 „Раздвинули обкладки"

Дано: $d' = 2d$

$\frac{C'}{C} - ?$ $\frac{U'}{U} - ?$

$\frac{q'}{q} - ?$ $\frac{W'}{W} - ?$



$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

$C' = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d}$

$\underline{\frac{C'}{C} = \frac{1}{2}}$

1) конденсатор отключен от цепи ($q = const$)

$\underline{\frac{q'}{q} = 1}$; $U = \frac{q}{C}$; $\underline{\frac{U'}{U} = 2}$;

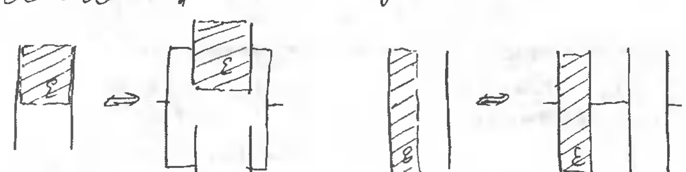
$W = \frac{q^2}{2C}$; $\underline{\frac{W'}{W} = 2}$

2) конденсатор подключен к цепи ($U = const$)

$\underline{\frac{U'}{U} = 1}$; $q = CU$; $\underline{\frac{q'}{q} = \frac{1}{2}}$;

$W = \frac{CU^2}{2}$; $\underline{\frac{W'}{W} = \frac{1}{2}}$

Задача №2 „Частичное заполнение диэлектр."



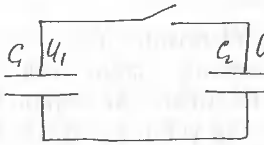
Задача №3 „Присоед. конденсаторы"

Дано: C_1, C_2, U_1, U_2

$U_1' - ?$

$U_2' - ?$

$Q - ?$



$U_1' = U_2' = U$ („эквипотенц. пр-ков")

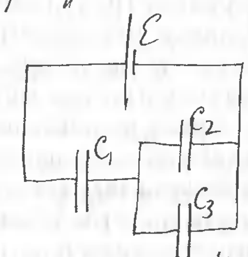
$$\begin{cases} C_1U_1 \pm C_2U_2 = (C_1+C_2)U \\ \frac{C_1U_1^2}{2} + \frac{C_2U_2^2}{2} = \frac{(C_1+C_2)U^2}{2} + Q \end{cases}$$

(„+" — одноимённые обкладки, „−" — разноимен-ные обкладки)

Задача №4 „Найти все заряды (напряжения)"

Дано: $\varepsilon, C_1, C_2, C_3$

$q_{1-3} - ?$ ($U_{1-3} - ?$)



$$\begin{cases} \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} = \varepsilon \\ \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} \\ q_1 = q_2 + q_3 \end{cases}$$

или $U_1 + U_2 = \varepsilon$

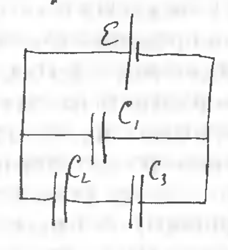
$U_2 = U_3$

$C_1U_1 = C_2U_2 + C_3U_3$

Задача №5 „Найти все заряды (напряжения)"

Дано: $\varepsilon, C_1, C_2, C_3$

$q_{1-3} - ?$ ($U_{1-3} - ?$)



$$\begin{cases} q_1 = C_1\varepsilon \\ q_2 = q_3 \\ \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \varepsilon \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} U_1 = \varepsilon \\ C_2U_2 = C_3U_3 \\ U_2 + U_3 = \varepsilon \end{cases}$$

Глава 2
ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Сначала — опять же, воспоминания 8-го класса: понятие силы тока (напряжение уже введено) и закон Ома, который теперь (ввиду других законов Ома) — не иначе как «закон Ома для однородного участка цепи». Лучше, если ученики будут понимать, что первый амперметр не может быть построен на магнитном действии тока (про магнитное, химическое, тепловое, по идее, они знают из 8-го). Он все же как-никак должен измерять непосредственно то, что мы называем силой тока *по определению*, а именно $\Delta q/\Delta t$. Можно гипотетически представить себе разные способы: к примеру, можно подсчитывать приращение или убывание заряда какого-нибудь проводника (конденсатора), зарядка или разрядка которого обусловливает ток, или что-то подобное. Но в любом случае, только после того как мы на опыте убедимся, что магнитная сила пропорциональна величине, названной силой тока по определению, можно использовать для измерения тока его магнитное действие и измерять, по сути, магнитную силу вместо заряда, протекающую через сечение в единицу времени. Здесь же, несколько обгоняя логику и вдаваясь в магнетизм (и при этом снова возвращаясь к 8-му классу), можно сказать, что есть по договоренности ток в 1А. Можно прокомментировать странную величину магнитной силы (силы Ампера, забегая вперед) — $2 \cdot 10^{-7}$Н. Почему столь странное и неудобное число? Почему бы не использовать в этом качестве напрашивающуюся силу в 1Н? Ответ прост: система СИ подстраивалась под нужды электротехники; сила выбиралась такая, чтобы впоследствии токи в распространенных электрических цепях выражались бы удобными числами, поскольку измерять впоследствии предстоит именно их.

Важно понимать (и лучше также еще с 8-го класса), что стандартным школьным вольтметром измерять напряжение, дабы установить «на опыте» закон Ома, невозможно, ибо это просто амперметр, догруженный дополнительным сопротивлением и с пересчитанной на основании закона Ома шкалой (каждое деление шкалы амперметра умножается на R прибора). Реагирует же этот прибор на ток. *До* закона Ома и *для* закона Ома должен использоваться прибор, измеряющий непосредственно напряжение, а не использующий в своей шкале сам закон Ома, который сейчас только требуется установить. Высший пилотаж — разобраться с этой проблемой еще в 8-м. Как раз тогда, когда использовать школьный вольтметр предлагает аж сам учебник! Если вы не боитесь воспитать в своих питомцах недюжинный снобизм, можно предложить известную дидактическую игру «найди ошибку в учебнике». С базовыми учебниками да в математическом классе пойдет, естественно, на ура. Надо только справедливости ради не забыть предупредить их, что всякую ерунду авторы пишут отнюдь не по причине незнания предмета, а исключительно из соображений милосердия, дабы пощадить хрупкие умы и, по возможности, не обнаруживать перед ними раньше времени устрашающую сложность бытия. На самом деле речь, понятно, идет о так называемом электростатическом вольтметре, примером которого может быть соответствующим образом проградуированный электрометр, показывающий напряжение между стрелкой и корпусом (и таким образом, между точками цепи, соединенными с этими проводниками).

Сам закон Ома есть утверждение о пропорциональности тока и напряжения, т.е. о том, что отношение напряжения на участке к силе тока на нем есть величина, от напряжения не зависящая, т.е. константа. Эту-то константу — на основании закона Ома — мы и назовем, по определению, сопротивлением участка. Далее — формулы (с выводом!) для эквивалентного соединения последовательно и параллельно соединенных проводников (строчка про напряжение обосновывается строчками про потенциалы или непосредственно про работу поля, строчка про токи — строчками про заряды, т.е., по сути, соображениями сохранения заряда). Как и в случае с конденсаторами, нам сплошь и рядом будут требоваться не столько сами эти формулы (хотя и они, конечно, тоже), сколько эти вот соображения, из которых они выводились. И наконец, впервые или — надо надеяться — по воспоминаниям 8-го класса и с соответствующей ссылкой на опыт — формула расчета сопротивления цилиндрического проводника.

Далее — закон Джоуля–Ленца. Основной идеей вывода его является идея сохранения энергии. Дело в том, что работа поля, совершающаяся на однородном участке, идет только в теплоту: $A = Q$, поскольку никаких других процессов, на которые можно было бы «списать» трату энергии в проводнике первого рода, не происходит (нет химических реакций, как в электролите, не совершается механической работы, как в электродвигателе). Поэтому мы считаем, что теплота, выделяющаяся в нем, может быть посчитана как работа, совершаемая полем над зарядами, ибо эти величины в данном случае равны. Тут же, разумеется, вводится и «удельная» в смысле времени работа поля над зарядами и, естественно, выделяющаяся теплота, а именно работа и теплота в единичное время — мощность.

Только здесь, по идее, и заканчивается период повторения 8-го класса и начинается, собственно, новый материал. Мы рассматриваем неидеальный источник (есть внутреннее сопротивление) и закон Ома для участка, содержащего его, так называемый закон Ома для неоднородного участка. Конечно, во всех учебниках, в которых он, в принципе, присутствует, он выводится из закона Джоуля–Ленца. В этом выводе содержится маленькое лукавство. Мы записываем опять-таки соображение сохранения энергии: работа сторонних сил плюс работа поля равно: теплота, выделявшаяся на внешнем сопротивлении плюс теплота, выделявшаяся в источнике. Так вот, теплоту, выделяющуюся в источнике, мы расписываем *так же*, как и теплоту, выделяющуюся в резисторе, формулой того же вида. Это, вообще говоря, как раз и есть бездоказательный фрагмент, поскольку закон Джоуля–Ленца, на который мы в этом выводе ссылаемся, получен нами, строго говоря, исключительно для резистора; по такой же формуле или нет рассчитывается теплота, выделяемая в источнике, нам неизвестно. Разумеется, мы угадываем верно — по такой же. Разумеется, можно сказать об этой невинной уловке пару слов — не более; момент, в общем, непринципиальный. Просто получается, что вид закона Ома для неоднородного участка цепи мы отчасти угадали. Тем не менее к вузовской — более корректной — логике лучше не переходить. Введение «поля сторонних сил» — дополнительный и ничем в смысле временных затрат не оправданный виток, времени же, как и всегда, у нас нет, лучше лишнюю школьную задачу решить, как, собственно, и во всех аналогичных случаях.

Ученикам надо четко объяснить, что в связи с законом Ома для неоднородного участка совершенно необходим выбор направлений обхода. Обход выбирается от точки 1 к точке 2. Точнее, точка 1 ставится в начале обхода, точка 2 — в конце. Никаких затруднений это рождать не должно, если ученикам будет впрямую сказано, что это не что иное, как буквальный аналог выбора координатной оси в механических задачах. И с тем же смыслом мы должны расставить знаки перед различными величинами. Эти величины — ток и ЭДС. Стоит приучать их к тому, что в обозначении тока знак не сокрыт, и они ставят его сами сообразно тому, куда принято течение тока и куда выбран обход. Если ток мы предположили по обходу — перед I плюс, если против — минус; если ЭДС включена так, что пытается гнать ток по обходу, то независимо от того, куда мы предположили ток, перед соответствующей ЭДС — плюс, против — минус.

Далее, рассматривая произвольный *замкнутый* контур в сложной цепи, мы суммируем строчки закона Ома для неоднородных участков вдоль контура, все потенциалы взаимно уничтожаются, и мы получаем второе правило Кирхгофа. Надо сразу объяснить, что для записывания его в задачах также требуется выбор обхода, и далее действует то же правило знаков при токах и ЭДС, о котором

было сказано. Первое правило Кирхгофа для узлов, по сути, закон сохранения заряда — идея о том, что по причине ненакапливания заряда в узле, непоявления и неисчезновения его там втекаюший в узел заряд равен вытекаюшему за то же время. (Если бы заряд в узле накапливался, исчезал или появлялся, т.е. менялся бы с течением времени, менялось бы поле этого заряда, вследствие чего менялись бы и токи в ветвях, чего не происходит.) Закон Ома для однородного участка, как и закон Ома для полной цепи, оказываются, как понятно, частными случаями закона Ома для неоднородного участка ($\varphi_1 = \varphi_2$ и $E = 0$, $r = 0$ соответственно), и именно так их и удобнее всего получить. С Кирхгофом, как правило, особых сложностей не возникает, что позволяет нам относительно быстро перейти к энергетическому аспекту — про тепло. В связи с появлением неидеального источника в задачах на закон Джоуля–Ленца появляются различные выделяющиеся мощности: *полная*, *полезная* и *потерь*, на различении которых и будут во многом построены соответствующие задачи.

К ЗАДАЧАМ

Надо понимать, что для обсчета любой сколь угодно разветвленной цепи с одним источником правила Кирхгофа не нужны, вполне достаточно законов Ома для полной цепи и для однородного участка. Правила Кирхгофа требуются в случае *разветвленной* цепи *со многими источниками*. Второе правило записывается для контура, в котором необходимо предположить направления токов на участках и выбрать обход, первое — для узла, где втекающие токи и вытекающий необходимо учесть с разными знаками, если записывать сумму, которая приравнивается к нулю, либо — если с одним знаком — записывать в разных частях равенства. Надо помнить, что все строчки должны быть независимы; так для n контуров нужно записать n строчек второго правила; записывание его для $n + 1$-го контура ничего не даст, поскольку получается не независимое уравнение, а выводимое из предыдуших. В задачах на мошность надо четко понимать, что словосочетания «во внешней цепи», «на нагрузке», «в резисторе» указывают на то, что имеется в виду *полезная*, а не *полная* мощность; если нагрузка представляет собой параллельно соединенные резисторы, удобней использовать формулу для мощности, записываемую через напряжение, последовательно — через токи.

Постоянный ток, как правило, приходится проходить, выскажемся так, энергично — он в конце года. Все это чувствуют: статика, ток в средах, ядро — всегда наспех, всегда кое-как. Совершенно ясно, по какому признаку произведен этот любому профессионалу понятный отбор, — это темы весны.

отступление 12-е

ПЛАНИРОВАНИЕ

Что можно здесь сказать, кроме того, что оно необходимо? Несколько вещей. Лучше составлять его правдоподобно, дабы самому впоследствии им пользоваться. Закладывать на все темы правдоподобные времена прохождения, которые реально придется тратить; в частности, так следует отнестись к повторению, да и к остальному. Планирование, если правильно к нему относиться, помогает нам избавляться от соблазна жить в мире иллюзий. И после составления, такому — правдоподобному — и стараться следовать. Резерв закладывать необходимо, хотя бы минимальный. Проще при составлении дробить материал по неделям, чтобы каждая тема всегда занимала целое число недель, это, в частности, позволяет исключительно быстро и просто пересчитывать с одного класса на другой, с иной «расчасовкой». В любом, к примеру, 10-м есть электростатика, и в любом она, допустим, четыре недели (не пугайтесь — *до* конденсатора). Умножая четыре на четыре, мы получаем, что в математическом классе на это — шестнадцать часов, а умножая на два — для гуманитарного (не первый раз, кажется, помянут сей класс на этих страницах, но, наверное, последний) — получим восемь; число же недель на тему, что естественно, в этих классах отличаться не будет, ибо доля общего времени на конкретную тему от профиля класса, в общем, никогда не зависит.

Планирование — это придет со временем — желательно «ощущать кожей». «Чувствовать ход времени», чтобы не смотреть в таблицу каждую неделю. Как ничто, в этом нам помогает природа. И у нее бывают, конечно, вариации, но они бывают и у нас. В целом же соответствие должно наблюдаться и служить подспорьем.

К динамике нужно перейти, когда листвы уже нет, но снег еще не лег. Выпал пару раз — и растаял: введение сил. В 10-м — переход от газовых законов к термодинамике (агрегатные состояния — после). В 11-м — переход от электромагнитных дел (самоиндукция закончена) к колебаниям.

Январь: разгар динамики, уже в задачах, скоро импульс, задачи — уже с трением. Десятый — электричество (перед каникулами пустились вскачь и едва-едва, но все же кое-как успели, влажность — именно что успели!). В 11-м — колебания закончены, переход к волнам.

Первые намеки весны: светает рано, к первому уроку, что непривычно, уже не в темноте; грязный снег вот-вот начнет таять, но не тает, да и морозы случатся еще пару раз, но ветер, однако, уже теплый (так и хочется думать, что с юга) — законы сохранения. В разгаре энергия; импульс, разумеется, пройден. Конденсаторы пора заканчивать (уже давно задачи), а с ними и всякую электростатику вообще — и переходить к току. В 11-м — закончить оптику, причем любую.

Неявные знаки финала, своего рода безвременье — апрель. Фотоэффект (и лучше уже закончить), атом-ядро — еще впереди. Решать и Ломоносова, и МФО. Минуют — начинать писать варианты, а что еще делать после всех олимпиад?

Первая зелень (та самая, что «как будто пухом» — между майскими): знаки завершения всего не просто отчетливы — преобладают. Девятый — задачи: сложные, комбинированные, любые. Потом — статика. Можно бы и наоборот, но вот олимпиады! К ним нужно вспомнить сложные задачи, статика-то как раз там встретится вряд ли. Задачи на Кирхгофа (10-й) — закончены. Всякие комбинированные — и на излете, в самый последний момент — так и быть, ток в средах (обзорно!). В выпускном — давным-давно вступительные варианты: решено и разобрано не менее десятка.

В районе праздников — написать пару таких вариантов «на время» и с бланками. Уже говорилось: «генеральная репетиция» перед июнем — финишная прямая.

Как-то так.

Выберите себе удобный ракурс из окна, и лет через пять — никаких бумажек. У нас принято следить за *кленом* — очень удобно. В 9-м, к примеру: желтый — кинематика, пустой — динамика, салатовый — повторение. Выбирайте себе дерево и наблюдайте — очень дисциплинирует.

Учебный год — рейд субмарины: резкое погружение, дальше долго-долго в самой что ни на есть глубине, и дальше — вдруг — еще задолго до конца (февраль) снова слабый-слабый дифферент, но теперь уже на корму. И жизнь течет в некотором смысле уже иная — с дифферентом. Не то что не хочется работать, конечно же нет. Просто работа должна иметь финал — это совершенно неотделимо от ее смысла. Лодка тоже не плавает просто так: весь рейд осмыслен исключительно возвращением — вполне очевидно. Они учатся только для того, чтобы уйти. Не для ухода, естественно, как такового, но без ухода их состояние «наученности» бессмысленно, оно ценно исключительно тем, что научены-то они будут — *ушедшими*. Нужно ждать их ухода. Ждать и радоваться ему — это единственное, что в конечном итоге осмысливает и нас.

Май — пора выравнивания, время убирания дифферента. И воображаемые перископные трубки (прямо-таки как в той самой песне) вот-вот — и появятся над водой.

НА ДОСКЕ

листы № 62, 63, 64, 65, 66, 67.

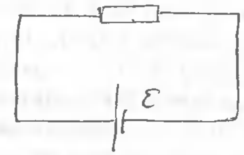
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 20.23, 20.39, 20.38, 20.34, 20.21, 19. 26, 19.27 (Г);
12.29, 12.28, 12.30, 12.42, 12.43, 11. 55, 11. 56, 11.57, 11.58 (Баум);
3.2.5, 3.2.6, 3.2.7 (ВМК);
3.25, 3.155, 3.153, 3.157, 3.85, 3.10 (МФТИ);
8.3.46, 8.3.47 (С).

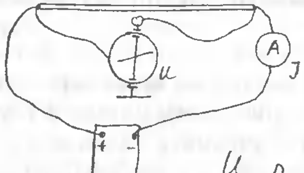
«САВЧЕНКО»

№ 11.1.32, 8.3.14(б), 8.3.15.

Постоянный ток

 $\Leftrightarrow$ 

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ — сила тока



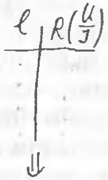
$\Rightarrow I \sim U$

$\frac{U}{I} = const$

(з-н Ома)

$\frac{U}{I} = R$ $\left(\frac{В}{А} = Ом\right)$ сопротивление

$I = \frac{U}{R}$



$R \sim l$

$\Rightarrow R \sim \frac{l}{S}$

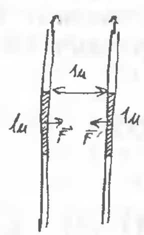
$R \sim \frac{1}{S}$

$R = \rho\frac{l}{S}$

ρ — уд. сопротивление

СИ: $1 Ом = \frac{1В}{1А}$

$\left(R = \frac{U}{I}\right)$

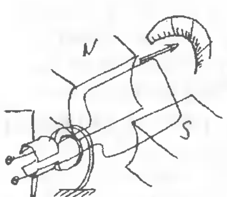


При $F = 2\cdot10^{-7}$ Н

$I = 1$ А (СИ)

$1 Кл = 1 А \cdot 1 с$

$(q = It)$

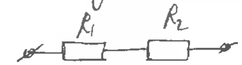


(?)

62

Соединение проводников $R_{общ} = \frac{U}{I}$

1) Последовательное («без разветвлений»)

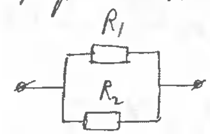


$\left.\begin{array}{l} I = I_1 = I_2 \\ U = U_1 + U_2 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} q = q_1 = q_2 \\ A = A_1 + A_2 \end{array}\right\}$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} = R_1 + R_2$$

$\underline{R = R_1 + R_2}$ $\left(R = \sum_i R_i\right)$

2) Параллельное («с разветвлением»)



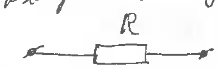
$\left.\begin{array}{l} I = I_1 + I_2 \\ U = U_1 = U_2 \end{array}\right\}$ $\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} q = q_1 + q_2 \\ A = A_1 = A_2 \end{array}\right\}$

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{U} = \frac{I_1 + I_2}{U} = \frac{I_1}{U} + \frac{I_2}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$\underline{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ $\left(\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}\right)$

$\left(R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)$

З-н Джоуля–Ленца



$A_{тока\ над\ зарядом} = Q$

$A = \Delta q U$ $\left(\Rightarrow U = \frac{A}{q}\right)$

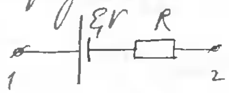
$\Delta q = I\Delta t$ $\left(\Rightarrow I = \frac{q}{t}\right)$

$$Q = A = \Delta q U = \underbrace{IU\Delta t = I^2R\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t}$$ (з-н Дж-Ленца)

Мощность тока: $P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t} = \underbrace{IU = I^2R = \frac{U^2}{R}}$

63

Неоднородный участок цепи



$$A_{полн} = Q$$

$$A_{кул} + A_{стор} = Q$$

$$\Delta q U_{12} + \Delta q \mathcal{E} = Q$$

$$\Delta q(\varphi_1 - \varphi_2) + \Delta q \mathcal{E} = J^2 (R + r)\Delta t$$

$$\cancel{J\Delta t}(\varphi_1 - \varphi_2) + \cancel{J\Delta t}\,\mathcal{E} = \cancel{J\Delta t}\cdot J(R + r)$$

$$\underbrace{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} = J(R + r)}$$

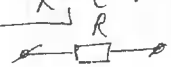
$$\underline{\varphi_1 - \varphi_2 + \sum_i \mathcal{E}_i = \sum_i J_i R_i}$$

З-н Ома для неоднородного участка цепи

При $\mathcal{E} = 0$, $r = 0$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = JR$$

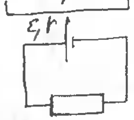
$$\underbrace{J = \frac{U}{R}}$$ (З-н Ома для однородного участка)



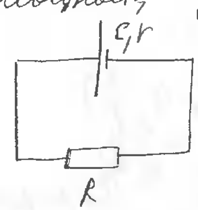
При $\varphi_1 = \varphi_2$, $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$

$$\mathcal{E} = J(R + r)$$

$$\underbrace{J = \frac{\mathcal{E}}{R + r}}$$ (З-н Ома для полной цепи)



Мощность, выделяющаяся в цепи



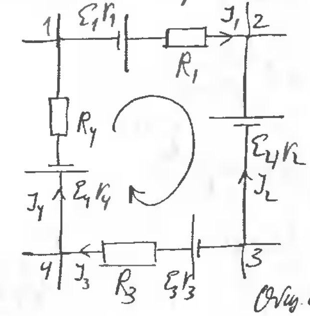
$P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R + r}$ — полная

$P_{полезн} = J^2 R$ — полезная

$P_{потерь} = J^2 r$ — потери

$\eta = \dfrac{P_{полезн}}{P}$ — КПД цепи

Правила Кирхгофа



$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1 &= J_1(R_1 + r_1) \\ \varphi_2 - \varphi_3 - \mathcal{E}_2 &= -J_2 r_2 \\ \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_3 &= J_3(R_3 + r_3) \\ \varphi_4 - \varphi_1 - \mathcal{E}_4 &= J_4(R_4 + r_4) \end{aligned}\right\} (+)$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4 = J_1(R_1 + r) - J_2 r_2 + J_3(R_3 + r_3) + J_4(R_4 + r_4)$$

Общ. случай:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} &= J_{12} R_{12} \\ \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_{23} &= J_{23} R_{23} \\ \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_{34} &= J_{34} R_{34} \\ &\dots \\ \varphi_N - \varphi_1 + \mathcal{E}_{N1} &= J_{N1} R_{N1} \end{aligned}\right\} (+)$$

$$\underline{\sum_i \mathcal{E}_i = \sum_i J_i R_i}$$ — II-ое правило Кирхгофа (для контуров) (из з-на Ома для неодн. участка цепи)

$$\underline{\sum_i J_i = 0}$$ — I-ое правило Кирхгофа (для узлов) (из закона сохранения заряда)

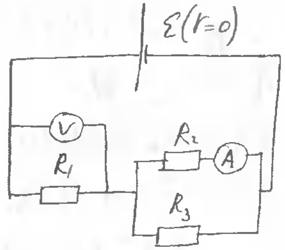
„Правило знаков"

Перед J → „+" — по обходу; → „−" — против обхода.

Перед $\mathcal{E}$ → „+" — испускает ток по обходу; → „−" — испускает ток против обхода.

„$\varphi_1 - \varphi_2$" — от начала (по обходу) — к концу

Задача № 1. „Найти показания приборов"



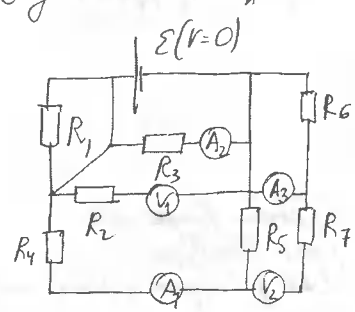
$$J = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}$$

$$U_{23} = J\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}$$

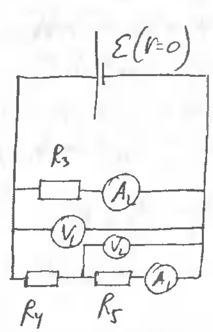
$$J_A = \frac{U_{23}}{R_2}, \quad U_V = JR_1$$

$$\left(U_V = \mathcal{E} - J\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)$$

Задача № 2 „Эквивалентная схема"



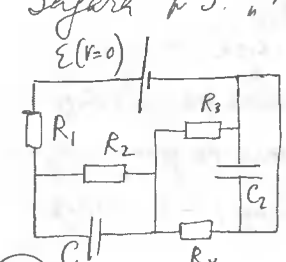
⇔



$$J_{A_2} = \frac{\mathcal{E}}{R_3}; \quad U_{V_1} = \mathcal{E}; \quad U_{V_2} = J_{A_1}R_5$$

$$J_{A_1} = \frac{\mathcal{E}}{R_4+R_5}, \quad J_{A_3} = 0.$$

Задача № 3. „Конденсатор в цепи"

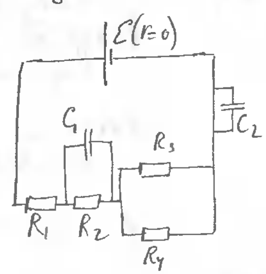


$$J = \frac{\mathcal{E}}{R_1+R_2+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}}$$

$$q_1 = C_1JR_2$$

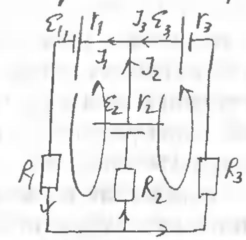
$$q_2 = 0$$

⇔



66

Задача № 4 „Правила Кирхгофа"



$$\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1 = J_1(r_1+R_1)+J_2(r_2+R_2)$$

$$\mathcal{E}_3-\mathcal{E}_2 = J_3(r_3+R_3)-J_2(r_2+R_2)$$

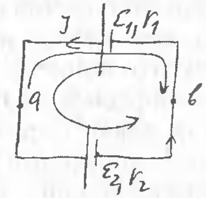
$$J_1 = J_2+J_3$$

$J_{1,2,3} - ?$

Задача № 5 „Разность потенциалов"

Дано:
$\mathcal{E}_1, r_1, \mathcal{E}_2, r_2$

$\varphi_a-\varphi_b - ?$



Пусть $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$

$$J = \frac{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}$$

$$\varphi_a-\varphi_b-\mathcal{E}_1 = -Jr_1$$

$$\varphi_a-\varphi_b-\mathcal{E}_1 = -\frac{\mathcal{E}_1-\mathcal{E}_2}{r_1+r_2}r_1$$

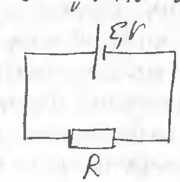
$$\varphi_a-\varphi_b-\frac{\mathcal{E}_1r_1+\mathcal{E}_1r_2}{r_1+r_2} = \frac{-\mathcal{E}_1r_1+\mathcal{E}_2r_1}{r_1+r_2}$$

$$\varphi_a-\varphi_b = \frac{\cancel{-\mathcal{E}_1r_1}+\mathcal{E}_2r_1\cancel{+\mathcal{E}_1r_1}+\mathcal{E}_1r_2}{r_1+r_2} = \frac{\mathcal{E}_1r_2+\mathcal{E}_2r_1}{r_1+r_2}$$

Задача № 6 „КПД цепи"

Дано:
r, R

$\eta - ?$



$$\eta = \frac{P_{полезн}}{P} = \frac{\cancel{J^2}R}{\cancel{J^2}(R+r)} = \frac{R}{R+r}$$

67

Глава 3
ТОК В СРЕДАХ

Что касается этой темы — не скроем, на ней можно сэкономить, ибо задач на нее практически нет. Представление о моделях требуется для всевозможных тестов на теорию, ну и в связи с тем, что, как мы уже неуверенно предполагали, наш предмет — это не только задачи, хотя последнее, еще раз повторимся, спорно...

Модель тока в металлах — основа так называемой электронной теории Лоренца — схематичной до невероятности, из которой, однако, закон Ома и закон Джоуля–Ленца получаются вполне благополучно. Суть проста — электроны дрейфуют от иона до иона под действием электрического поля (их разгон против силовых линий равноускоренный), удар об ион абсолютно неупругий, электрон теряет всю полученную от поля энергию и разгоняется до следующего иона. Собственно, закон Ома мы и собираемся из этой модели получить, оформив это практически как задачу. Весь вывод заключается в том, что мы получаем ток пропорциональным приложенному напряжению, с неким коэффициентом пропорциональности, от напряжения не зависящим. Он составлен из констант — мировых вроде заряда и массы электрона и неких, относящихся к данному веществу при данной температуре, вроде концентрации электронов и времени свободного пробега. Полученная величина называется, как известно, проводимостью, сопротивление есть величина, обратная ей; объединение констант, не зависящих от данного проводника, в некую ρ приводит к той самой формуле $\rho l/S$, известной из 8-го класса. С зависимостью сопротивления от температуры в электронной теореме Лоренца, как известно, наблюдается первый очевидный сбой, посему в эту область лучше не вдаваться, объяснив, что теория проводимости металлов мыслится на самом деле как исключительно квантовая; там и только там и получаются верные предсказания в этом вопросе, наша же модель может восприниматься скорее как некий пример моделирования, претендующий на получение лишь немногих самых грубых результатов, что и было проиллюстрировано.

Все остальные среды — вакуум, электроны, газы и полупроводники — в отличие от металлов, в обычном состоянии проводящими, вообще говоря, не являются; и здесь изложение модели должно начинаться с того, как возникают в данных средах свободные заряды, обусловливающие в дальнейшем их электропроводность.

В вакууме — это *термоэлектронная эмиссия* — «испарение» электронов с поверхности нагреваемого металла. Ясно, что в результате мы

получаем состояние динамического равновесия, когда число электронов, покидающих поверхность металла вследствие эмиссии (получают энергию, равную работе выхода, и улетают от ионов решетки), равно числу электронов, за то же время возвращаемых на металл возникшим вследствие эмиссии полем. Если приложить внешнее поле, электронное облако у поверхности металла начинает рассасываться в сторону другого электрода, если его потенциал выше, или к тому металлу, из которого они вылетают, если выше его потенциал. Мы получаем, что, если нагреваемый электрод является катодом, электронное облако рассасывается в сторону анода — электроны пролетают вакуумный промежуток и замыкают цепь; в случае если нагреваемый электрод — анод, вылетающие электроны «заталкиваются» полем обратно и цепь не замыкают.

Мы получили на этой простой модели не что иное, как вакуумный прибор с односторонней проводимостью — *диод*. Формулу Ленгмюра («закон трех вторых») получать здесь конечно же не нужно, хотя модель это вполне позволяет сделать, вольт-амперная характеристика же рисуется из качественных соображений. Нелинейность вначале объясняется постепенным уменьшением тормозящего воздействия электронного облака, постепенно рассасывающегося, ток насыщения обусловливается ситуацией, когда эмиссия электронов с катода сравнялась с исчезновением их на аноде, — число долетающих равно числу вылетевших в результате эмиссии за то же время. Дальнейшее увеличение тока при увеличении приложенного напряжения невозможно по причине отсутствия носителей и будет возможно только при увеличении эмиссии.

Здесь же можно кратко рассказать об электронно-лучевой трубке в телевизоре и осциллографе.

Изложение модели электропроводности электролитов начинается с изложения модели *электролитической диссоциации*. Диполи воды окружают положительные ионы своими отрицательными концами и отрицательные — положительными. Заряды ионов частично «экранируются» зарядами диполей, ионная связь ослабляется, и тепловому движению на фоне ослабленной связи удается разрушить решетку. Ионы становятся свободными от ионов другого знака, и раствор электролита делается проводником. Закон Ома благополучно получается из модели, но на этом можно и сэкономить, пояснив вольт-амперную характеристику вполне качественно (с объяснением нюанса про поляризацию, из-за чего график идет не из нуля, или без оного). В процессе протекания тока через раствор электролита наблюдается выделение веществ, входящих в состав электролита на электродах, по определению называемое *электролизом*. Вместо эмпирических двух законов Фарадея лучше получать один — «общий» — закон электролиза из модели, после можно прокommентировать разделение его на два и ввести электрохимический эквивалент; можно этого и не делать.

Разговор о токе в газах начинается, опять же, с вопроса о возникновении в газоразрядной трубке свободных носителей — *ионизации*. При нагревании газа атомы разгоняются настолько, что удары их в процессе хаотического движения становятся настолько сильными, что происходит взаимное выбивание электронов — ионизация. Выбитые электроны и атомы, из которых они выбиты, — положительные ионы — и есть свободные носители. Далее при прикладывании поля начинается движение электронов к аноду и положительных ионов к катоду. Вольт-амперная характеристика, снова допускающая, понятно, количественное обоснование, обосновывается качественно «на пальцах» — ток насыщение соответствует ситуации, когда на электродах исчезает столько пар, сколько создается ионизатором за то же время. Разряд *несамостоятельный*, поскольку ионизатор продолжает оставаться необходимым. Далее, когда электроны и ионы разгоняются столь сильно — уже полем, а не ионизатором, что при столкновении в состоянии производить ионизацию встречных атомов, ионизатор может быть убран; это *самостоятельный* разряд. Если величина длины свободного пробега — расстояние для разгона иона — велика, может быть не очень велика сила (поле) — *тлеющий* разряд в трубке; при плотном газе (в атмосфере), когда длина свободного пробега мала и для достаточного разгона требуется большая сила, т.е. большое поле, реализуются оставшиеся виды самостоятельного разряда — искровой, дуговой, коронный. Суть *коронного* в том, что поле особенно велико вблизи острия и там свободные электроны и ионы (всегда присутствующие в каком-то количестве в атмосфере) разгоняются полем настолько, что ионизируют встречные атомы (свечение, как и всегда, вызвано переходом атомов, получивших энергию при столкновениях или рекомбинации, в невозбужденное состояние).

Модель, как видно, весьма проста, имеется в виду — на школьном уровне. Тем не менее ученик, уловивший суть модели, все же сможет сказать об этом и что-то кроме того единственного, что обычно только и запоминается из учебника, а именно «ужаса, наводимого на мореплавателей» огнями святого Эльма (хотя признаемся, что при отсутствии устного экзамена все это, конечно, уже не так актуально). *Искровой* разряд — это, по существу, то же самое, но происходящее между двумя электродами (например, между землей и облаком либо между двумя облаками). В некой области пространства возникает столь сильная напряженность, что начинается ионизация при ударах и образуется проводящий канал. После разрядки «конденсатора» напряжение, а стало быть напряженность, падает, падают скорости частиц — самостоятельный разряд прекращается. Представление о развитии молнии, роли в этом фотоионизации, стримерах и прочем — на ваше усмотрение; здесь можно ограничиться и самой грубой моделью, которой, однако, на самом деле вполне достаточно. Если к описанному механизму присоединяется термоэлектронная эмиссия с разогреваемого катода, искровой разряд перейдет в *дуговой* (открытый Петровым, исследовавшийся Фарадеем, почему и названный «вольтовой дугой»).

Самостоятельный разряд начинается, когда обе встречные лавины — и электронов, и ионов — получают возможность ионизировать встречные атомы. Сначала эту возможность получают электроны, поскольку при их ударе о нейтральные атомы на ионизацию идет вся запасенная ими энергия, при ударе же иона — только половина. Это совершенно сводимо к механической задаче и объясняется вполне четко.

Модель проводимости полупроводников начинает изучаться со строения полупроводников — веществ, превращение которых из диэлектрика в проводник требует сравнительно небольшой энергии, — валентные электроны, связанные с ядрами слабо, уходят, получив порцию энергии, вполне малую по сравнению с энергией, требующейся для пробоя диэлектрика. Освободившиеся электроны и появившиеся вакансии в связанных («дырки») и являются свободными носителями заряда в полупроводниках и обусловливают так называемую *собственную* их проводимость. Далее — *примесные* полупроводники — n-типа, где увеличение концентрации свободных электронов не сопровождается увеличением концентрации вакансий, и, наоборот, p-типа, где искусственно увеличено число дырок без увеличения числа свободных электронов. На границе полупроводников n- и p-типа (так называемый *p—n-переход*) возникает диффузия свободных носителей и, как следствие, динамическое равновесие, при котором количество диффундировавших свободных носителей равно количеству возвращенных полем за то же время.

При создании в области p—n-перехода внешнего поля (прикладывании напряжения) происходит следующее. Если поле вызывает движение основных носителей — в n-области электронов и в p-области дырок — *к границе*, начинается перенос заряда через границу — идет ток. Электроны приближаются к границе из n-области, к границе же со стороны p-области подходят вакансии — «дырки»; электроны, «переходя границу», занимают вакансии и продолжают движение уже как связанные, новые вакансии подходят к границе со стороны p-области, со стороны же n-области — электроны; перенос заряда происходит. Если же поле вызывает движение свободных носителей *от границы*, приграничный слой вскоре становится лишенным свободных носителей, электроны уходят от него под действием поля вглубь n-области, связанные электроны в p-области подходят к границе, занимая там вакансии, т.е. «дырки», таким образом, уходят вглубь p-области. В результате образуется слой, где практически нет свободных носителей заряда, и ток прекращается. Мы получили новый, на этот раз полупроводниковый, прибор с односторонней проводимостью — полупроводниковый диод. Ничего особенно убедительного и развернутого про диоды — и вакуумные, и полупроводниковые — до рассмотрения элементов радиотехники сказать все равно не получится, посему ограничимся уверением, что при манипуляции с переменными токами сии устройства весьма полезны, но об этом — дальше.

Транзистор можно не трогать вообще, хотя — что называется, «на любителя». Если есть время — почему бы нет. Один p–n-переход открыт и там всегда есть ток, второй заперт. Но носители (к примеру, электроны), прошедшие первый, открытый для них p–n-переход и попавшие в базу, «проскакивают» ее (она тонка) и попадают в другой p–n-переход, для носителей базы закрытый, но зато открытый для них, этих электронов, и «вбрасываются» в другую цепь, сопротивление которой на это «вбрасывание» никак не влияет. И можно сделать его большим — и напряжение на нем тоже будет большим, поскольку ток ничуть не уменьшится, он обусловлен «вбрасыванием» в цепь носителей из другой цепи, и «вбрасыванию» этому большое сопротивление не помеха. Вброшенные носители ускоряются источниками второй цепи — в перемычку базы ответвляется электронов совсем немного — и мы имеем усиленный сигнал — на сопротивлении второй цепи напряжение меняется по тому же закону, что напряжение на сопротивлении первой, но с большей амплитудой — во столько раз, во сколько раз второе сопротивление больше первого. Ну, рассказывать здесь об усилителе вы все равно не будете, в результате вам снова остается сказать, что устройство, обеспечивающее подобное усиление, весьма полезно, «но об этом в дальнейшем». Тогда же — и использование триода (вакуумного или полупроводникового) в качестве ключа в генераторе незатухающих колебаний — электромагнитной автоколебательной системе.

Итак, задач для школьника здесь нет — и ладно. Как уже говорилось, конец года, весна. Совершенно уместно — как нигде более —

отступление 13-е

ПРАКТИКУМ

Под несчастливым числом — отступление про то, чего бы и вовсе не проводить. Признаем. Но надо. Для многих коллег оптимально — разделение. Весной 10-го класса — самое время для практики, экзаменов нет, только внутренние, у программистов — машинное время недели две — самая возможность подсуетиться и нам. Практика. Составляется график — и часам к десяти дети еще некоторое время с удовольствием

ходят в школу. Благодать. Исключительно разумно разделение по интересам. Не их — нашим интересам. Один учитель с удовольствием будет решать сложные задачи как со своими, так и нет. А его коллега проведет лабораторные — со своими, но и с чужими тоже. Да и про физику, получится, им будут рассказывать разные люди, что всегда исключительно полезно. (Последняя проблема, правда, остроты иметь не должна — есть же факультатив!) Короче, про всё, касающееся практикума, мы, честно признаться, скорее договорим с чужих слов, из многообразия которых выбраны — в этом и состояло наше творческое участие — те, что созвучны нашим представлениям о том, в каком виде практика только и имеет смысл. Имеет смысл она в том случае, когда ставится некая экспериментальная задача, а ход работы придумывается учеником. Ну, это, конечно, некая крайность — ход работы в большинстве случаев придумывается «вместе», но все равно, *придумывается*, а не вычитывается из учебникового «описания работы». В институте есть книга, по сути учебник, по лабораторному практикуму (у нас он, конечно, так и именовался — «лабник»), где, к сожалению, уже сделано самое интересное и осмысленное — описано, в чем состоит метод. Сама работа придумана без тебя — уже. Студент, по сути, выполняет ее по инструкции, и оценивается уже только понимание инструкции и собственно исполнительское мастерство. Насколько же в сравнении с этим выигрывают экспериментальные задачи любого физбоя. Там соответствующую «лабу» надо *сочинить*. И уже потом выбрать (кстати, снова самому) «приборы и материалы» и лишь потом по собственному сценарию, по своей собственной инструкции — делать. К этому и может быть устремлен июньский практикум.

Повторимся, не всегда ход работы можно доверить придумывать каждому индивидуально, но вырабатывать его коллективно, а не прочитывать в учебнике — значит повысить осмысленность всего мероприятия кардинально. Гипотетически ученик, прекрасно представляющий себе метод экспериментальной проверки закона Гука, но в силу своих особенностей выполняющий эту работу плохо (неаккуратно, например), все же много лучше безупречного исполнителя, совершенно не представляющего, зачем он делает то, что делает. Вопрос этот, кстати, не такой уж очевидный. Так ли верно то, что мы тут наговорили? В наше время от «исполнителей» (безо всякой, конечно, иронии) требуется не знание того, как устроена эта штука (в подавляющем большинстве случаев человек, который должен «сидеть на кнопке», даже и близко не будет в состоянии понять устройства), а умение воспринять инструкцию и банальная ответственность. Это так. В этом смысле хороший работник — это добросовестно исполняющий прямые инструкции, а отнюдь не разбирающийся в конструкции; тем более, повторимся, последнее и под силу-то единицам. Это все правда, и говорит эта правда о том, что воспитывать добросовестность и аккуратность для успешной социализации более чем уместно. Но учебный предмет в школе, как уже говорилось, все же изначально, по жанру, должен быть стилизацией деятельности человека, к науке действительно приобщенного, занимающего непременно *творческую* по отношению к ней позицию, не «сидящего на кнопке», иначе мы ничему их не научим и ни малейшего представления ни о какой научной сфере не сформируем. Ибо «сидящий на кнопке» соответствующую научную сферу, хотим мы этого или не хотим, собою не представляет, ее все же представляет «творец». Поэтому творчество, вне зависимости от того, сколь творческим будет занятие учеников в дальнейшем, предполагается в любом предмете, претендующем на сколь угодно поверхностное, но все же приобщение к соответствующей науке. И в этом смысле верно организованный практикум в не меньшей степени являет собой стилизацию профессиональной деятельности экспериментатора, нежели решение задач — теоретика. И поэтому лабораторные учениками должны *придумываться* — и лишь потом выполняться.

Придумывание осмысленно настолько, что мы бы считали необходимым регулярно тратить на это время на уроке — да, собственно, так и делается, без этого неоткуда появиться доброй половине всех наших формул и констант, начиная с гравитационной и заканчивая планковской. Во всех этих случаях соответствующие эксперименты должны непременно, а в ряде случаев и подробно обсуждаться. Что же касается проведения... Общеизвестно, что странная приверженность к лабораторным работам, пускай даже в виде малоосмысленном, обусловлена следующим представлением: выполняя лабораторную работу, ученик лучше усваивает соответствующую теорию. По нашим наблюдениям, это чистейший миф. Выполнение лабораторных работ немало способствует тому, чтобы у ученика развивались навыки выполнения лабораторных работ. Всё. Лучше знать теорию он будет в том случае, если будет лучше учить теорию и параллельно с этим больше совершенствоваться в ее применении, т.е. будет больше решать задач. Ученик, десять раз собравший электрическую цепь, научится хорошо собирать цепь — и только! Он не усвоит лучше закон Ома, отнюдь. Для этого надо учить закон Ома и решать на этот закон задачи — вне всякого сомнения. А в лабораторной работе, если и есть что, в результате чего закон Ома усвоится лучше, так это как раз придумывание ее, аналитическая, так сказать, ее часть.

Важность этого в вузе учтена в том, что практикум, как известно, предполагает там «допуск», на котором студент рассказывает ход работы (пускай и вычитанный в «лабнике»), и «защиту», на которой излагается соответствующий фрагмент теории и подробно объясняется связь с ним полученных в работе результатов. Нечто подобное (к примеру, защиту) было бы хорошо включить и в июньский практикум — это повысит КПД приобщения к эксперименту существенно и будет-таки способствовать хотя бы в какой-то степени «соединению теории с практикой» в сознании ученика. И последнее. Не обнадеживайтесь, всегда найдутся те, кому и это помогает мало. Вспоминается студент, заинтересовать которого экспериментом было практически невозможно, который даже ухитрился уснуть во время практикума в зашторенной оптической каморке, поскольку там было темно и уютно, получая пресловутое пятно Пуассона (происходило все на первой паре зимой). И ничего. Он даже не чувствовал себя последним человеком, хотя после такого, вероятно, стоило бы. Отнеситесь к этой категории ваших клиентов снисходительно — вы же как-то научились снисходительно относиться к тем, кто,

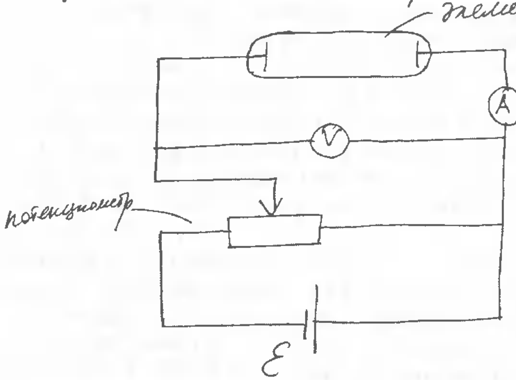
несмотря на все ваши грамотные ухищрения, так и не понял, как решать задачи! В нашем предмете есть место всем — и «экспериментаторам», и «теоретикам», всем. Это можно сказать совершенно точно — в какой-то момент это стало абсолютно понятно даже автору этих строк — тем более что тем самым студентом, о котором шла речь выше, был он сам.

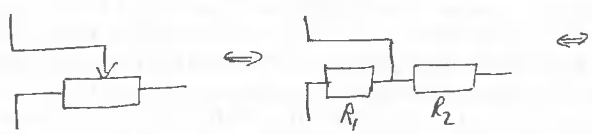
НА ДОСКЕ

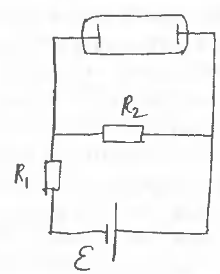
листы № 68, 69, 70, 71, 72, 73.

Ток в средах.

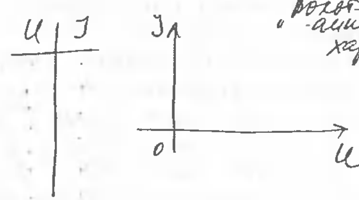
Вольт-амперная характеристика







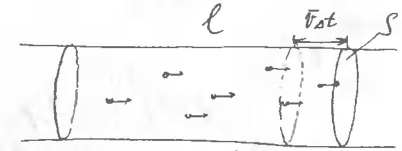
Двигая ползунок меняем R_1 и R_2. Элемент, ВАХ которого снимается всегда параллелен R_2



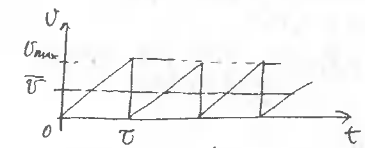
«Вольт-амперная хар-ка»

68

Ток в металлах.



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{en\Delta V}{\Delta t} = \frac{enS\bar{v}\Delta t}{\Delta t} = enS\bar{v}$$



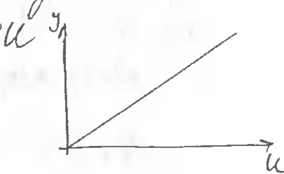
τ – время своб. пробега
удары неупругие
Сила постоянна ($\vec{E}$ = const)
поле однородно

$$\bar{v} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{a\tau}{2} = \frac{F\tau}{2m} = \frac{eE\tau}{2m} = \frac{eU\tau}{2ml}$$

$$I = enS\frac{eU\tau}{2ml} = \underbrace{\frac{e^2n\tau S}{2ml}}_{=G}U$$, т. е. $I \sim U$ – З-н Ома

G – проводимость

$I = GU$

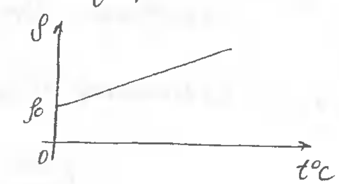


$$R = \frac{1}{G} = \frac{2ml}{e^2n\tau S} = \frac{\rho l}{S}$$

Сопротивление $\frac{2m}{e^2n\tau} = \rho$

ρ – удельное сопр.

При увеличении температуры τ уменьшается ⇒ ρ растёт



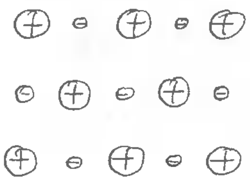
Опыт:

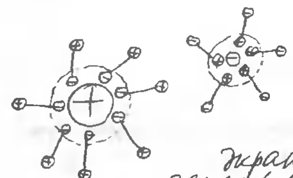
$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$$

ρ_0 – уд. сопр при t° = 0°C

69

Ток в электролитах

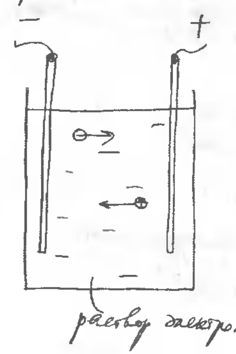




Экранирование зарядов ионов зарядами диполей воды — ослабление ионных связей — разрушение ионной решётки

электролитическая диссоциация

Выделение в-в на электродах — электролиз



$m = m_i N$

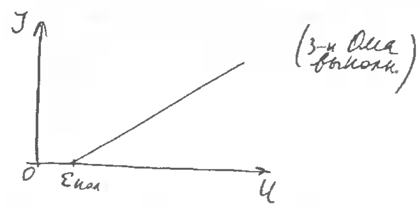
m_i — масса иона ($m_i \approx M_0$)
M_0 — масса атома
N — число ионов за Δt
Z — валентность
q_i — заряд одного иона

$$m = m_i N = m_0 \frac{\Delta q}{q_i} = \frac{M}{N_A} \frac{I\Delta t}{Ze} = \underbrace{\frac{M}{N_A e Z}}_{k} I\Delta t$$

k — электрохимический эквивалент в-ва

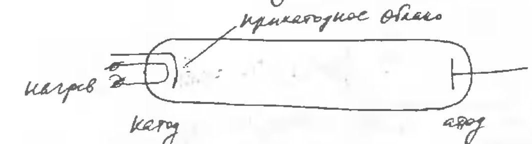
$\underline{m = kI\Delta t}$ З-н электролиза Фарадея

$$k = \frac{M}{\underbrace{N_A e}_{F} Z}, \quad F = N_A e \text{ — постоянная Фарадея}$$

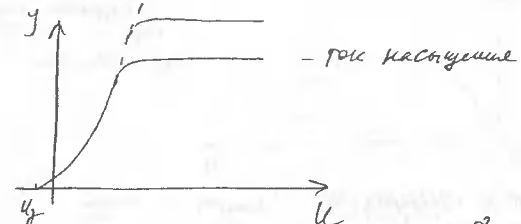


70

Ток в вакууме

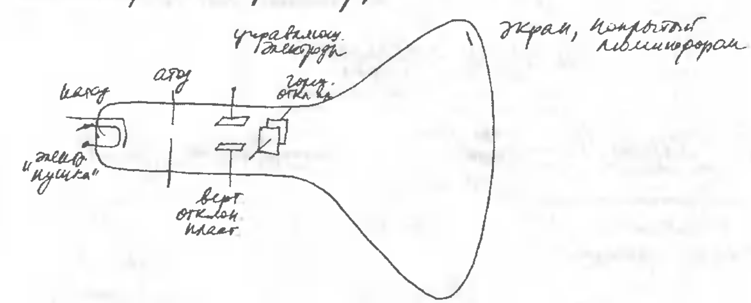


Термоэлектронная эмиссия



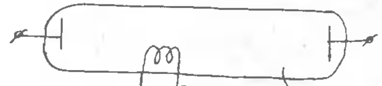
$U_з$ — задерживающее напряжение $\frac{mv_0^2}{2} = eU_з$, $U_з = \frac{mv_0^2}{2e}$

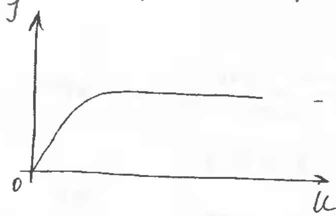
Электронно-лучевая трубка



71

Ток в газах





несамостоятельный газовый разряд

Условие ионизации: $W_{\text{переданная атому}} \geq W_i$

W_i — энергия ионизации.

$W = A_{\text{поля}}$; $A_{\text{поля}} = eE\lambda$, где

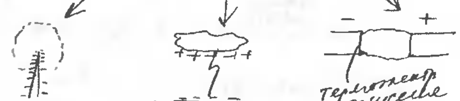
E — напряж. поля, λ — длина свободного пробега („от столкновения до столкновения")

$W \geq W_i$ — самостоят. разряд

λ велика, E мало (в трубке)

тлеющий

λ мало, E велика (при разрядах)



острие $\Rightarrow$ ∂ велико $\Rightarrow$ велика E $\left(E = \frac{q}{\partial}\right)$

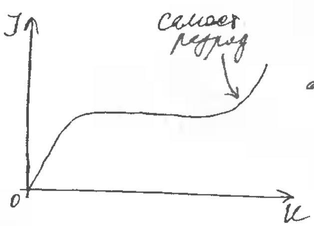
коронный

условие пробоя $E \geq E_{\text{пр}}$

искровой

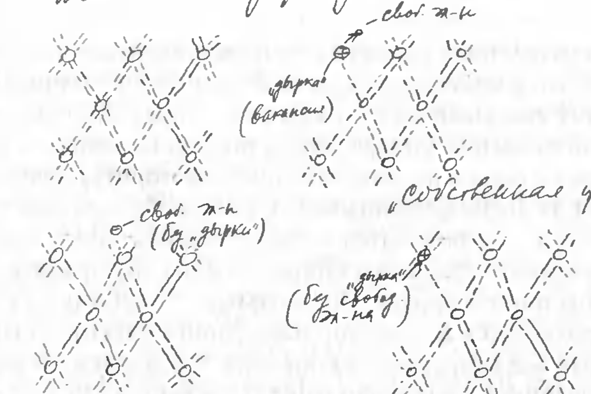
термоэлектр. эмиссия

дуговой



72

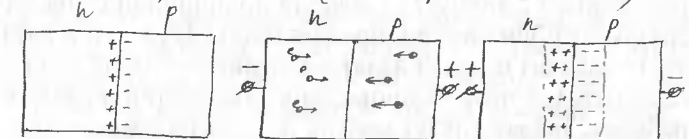
Ток в полупроводниках



„Собственная проводимость"

повышенная концентр. e- — n-типа („донорная примесь")

повышенная концентр. дырок — p-типа („акцепторная примесь")



следствие диффузии

носители — в границе

диод открыт

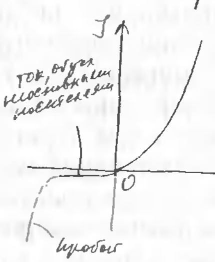
нет своб. электронов

нет вакансий-„дырок"

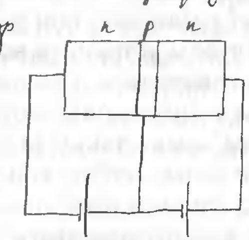
нет своб. носителей („запирающий слой")

диод закрыт

„p-n" переход



Транзистор (триод)



73

Глава 4
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Лучше всего (и быстрее) снова начать с воспоминания (или с делания вида, что это воспоминание, а на самом деле с выучивания) соответствующих сведений из 8-го класса — «опыт Эрстеда, опыт Ампера». В связи с опытом Ампера можно подробно разобрать (или, если это было разобрано в постоянном токе, повторить) появление единицы тока в СИ. Далее обычно ничего, увы, особенно более удачного здесь придумать не получится — звучат некие слова о том, что «и магнитное действие вслед за электрическим мы постараемся описать посредством понятия *поля*». Постараемся. В учебнике на этом месте обычно появляется $\boldsymbol{B}$ — вектор магнитной индукции. Однако можно построить все вокруг возникновения $\boldsymbol{B}$ подчеркнуто аналогично возникновению $\boldsymbol{E}$ в электростатике (*Пинский*), и это, пожалуй, стоит сделать. В магнитостатике появляется — со ссылкой на опыт — выражение для взаимодействия фрагмента проводника длины l_2, по которому протекает ток I_2, с бесконечным параллельным ему проводником с током I_1. Сила эта пропорциональна l_2 и I_2; таким образом, отношение ее к произведению I_2l_2 от этой длины и этого тока не зависит и может являться характеристикой поля в той точке, где находится второй проводник, являющийся, таким образом, пробным. Так возникает модуль B — вектора магнитной индукции поля первого проводника.

Далее следует обобщение на случай произвольного пробного проводника в произвольном поле — модуль B определяется как отношение силы, действующей на пробный элемент тока, к току в этом элементе и его длине. Не надо забывать только, что еще эта сила будет различной при различной ориентации этого фрагмента с током; чтобы устранить возникающую здесь неопределенность, нужно договориться о некой конкретной ситуации, дабы и сила была тоже конкретной: договоренность заключается в том, что сила эта максимальна, таким образом, модуль B есть отношение *максимальной* силы, действующей на пробный проводник, к произведению его длины и тока в нем. Вместо проводника в качестве «пробника» можно использовать так называемую рамку с током — модуль B в этом случае может быть определен как независящее от тока и площади рамки отношение момента, действующего на рамку со стороны поля (опять же *максимального*), к силе тока и площади рамки. Здесь же появляется единица B — тесла. Направление $\boldsymbol{B}$ определяется по магнитной стрелке, и поскольку векторного произведения они не знают, мы вынуждены записывать это отдельной строкой. Здесь, кстати, весьма трудным оказывается усвоение того, что вектор $\boldsymbol{B}$ направлен к северному полюсу стрелки внутри стрелки; если в задаче дана магнитная линия, которая из полюса выходит — это как раз северный, к нему она направлялась *внутри* магнита. Понятно, что, если все же пользоваться векторным произведением (ну, рано или поздно его все-таки надо им показать!), определение модуля B и его направление можно выразить *одной* формулой — чем, кстати, и будет вполне оправдано это ненеобходимое ознакомление с еще одной векторной операцией.

Аналогом самого простого распределения заряда в электростатике, а именно точечного заряда, в магнитостатике является прямой ток. Поле прямого тока получается немедленно, подобно тому, как в электростатике получается поле точечного заряда. Направление $\boldsymbol{B}$ поля прямого тока получается из опыта (тут же все вспоминают опыт с опилками — по сути, много магнитных стрелок одновременно) и запоминается по сакраментальному правилу буравчика с правой нарезкой.

Далее возникают две задачи, знакомые, собственно, учащимся по электростатике. Первая — механическая по сути, когда поле задано и требуется предсказать поведение частиц (тока), внесенных в него, и вторая — дано распределение движущихся зарядов (токов) и требуется предсказать конфигурацию поля, т.е. найти характеристики поля в разных точках пространства, в данном случае — поля магнитного. Точно так же первая задача — это, по существу, «силы — оси — система». Вторая — собственно задача магнитостатики, она решается либо дроблением неточечного распределения тока на элементарные прямые токи и далее — принцип суперпозиции, либо — в симметричных случаях — использованием магнитного аналога теоремы Гаусса — теоремы о циркуляции. Здесь, по-видимому, ее и будет уместно вывести, по возможности повторив параллельно уже порядком подзабытый к этому моменту вывод теоремы Гаусса и подчеркивая попутно сходства и различия обоих выводов. Теорема о циркуляции нам потребуется в дальнейшем в принципе только для одного — для индуктивности длинного соленоида, аналогично тому, как теорема Гаусса требовалась в электростатике для вывода формулы электроемкости плоского конденсатора.

В связи с полем соленоида возникает проблема доказательства того, что поле вне — если соленоид бесконечный — отсутствует. Помимо качественных пояснений, доказательной силы, понятно, не имеющих, о том, что «магнитные линии замыкаются друг на друге бесконечно далеко и, стало быть, вне соленоида плотность магнитных линий, а именно эта плотность и есть модуль B — практически ноль», можно привести следующие, более строгие соображения. Выберем поверхность, перпендикулярную оси соленоида и занимающую все пространство. Все магнитные линии поля соленоида замкнуты — таким образом, пересекает поверхность в одну сторону (к примеру, «на нас»), столько же линий, сколько в обратную («от нас»), т.е. магнитные потоки через поверхность внутри соленоида и снаружи равны по модулю и противоположны по знаку. Но магнитная индукция B, как и площадь *внутри* витка соленоида, конечна — стало быть, поток конечен. Значит, конечен (и равен этому по величине) поток и через часть поверхности *вне* соленоида. Он есть произведение магнитной индукции вне соленоида на площадь вне соленоида (косинус угла там всюду равен единице, поскольку поле ввиду бесконечной удаленности краев и внутри соленоида, и вне параллельно оси соленоида). Но площадь поверхности вне соленоида бесконечна — это все пространство, за исключением площади витка, стало быть, для того чтобы поток оставался конечным, само поле должно быть равно нулю. Итак, мы показали, что магнитное поле соленоида есть только внутри соленоида. И стало быть, циркуляция вдоль той стороны выбранного контура, которая пролегает снаружи соленоида, равна нулю (циркуляция вдоль перпендикулярных оси соленоида сторон контура равна нулю очевидно, там нулевым оказывается косинус угла между стороной контура и полем). Бесконечное рисование абсолютно всего — каждой мелочи — на доске (что, честно говоря, лучше делать вообще всегда, в любом разделе, в любой задаче!) несколько примирит клиентов с некоторой абстрактностью и отвлеченностью этих рассуждений. Картина векторных линий всегда очень существенно добавляет подобным построениям столь желанной наглядности и «осязаемости». Они будут вам благодарны, как и всегда, когда вдруг начинают понимать не понимавшееся доселе, и окончательно втянутся-таки в тонкий жанр, где разговоры о всяческих воображаемых линиях и точках ведутся точь-в-точь так же, как о вполне всамделешных шнурах, стержнях и шарнирах.

Есть, к счастью, и другие слушатели — испытывающие истинное наслаждение от жанра сразу. С ними — одно удовольствие. И конечно, трата времени. Трата, но не потеря! Здесь, в частности, если в аудитории присутствует этот персонаж, практически неизбежен еще один виток. Такой, разумеется, заметит, что потоки *вне* соленоида и *внутри* можно расписать столь просто — как (BS) и в случае *конечного* соленоида, если только рассечь его точно посередине, там тоже краевые эффекты не скажутся, все магнитные линии будут параллельны оси и тоже никаких косинусов не возникнет. И выйдет, что внешнее поле у *любого* соленоида равно нулю, даже конечной длины, что, разумеется, явно не так. Проблема, связанная с подобными клиентами, заключается в том, что соображать, увы, прихо-

дится быстро. Вы судорожно вспоминаете, что в общей физике — у Савельева, кажется? — что-то про это было. Потоки могут быть расписаны как (BS) не только при условии «неискривления» линий, но еще и при обязательном условии *однородности* полей, а ее-то и не будет, если соленоид не бесконечен! Лишь у бесконечного соленоида поля — нулевые или нет, пока не знаем — непременно однородны. Тот самый умник будет, конечно, не умник, если и здесь не спросит мгновенно — почему? Для доказательства надо просто еще пару раз применить все ту же теорему о циркуляции — вне соленоида и внутри, рассматривая на этот раз контуры, током не «протыкаемые». Тогда правая часть будет там нулевой — нулевой будет и левая, выглядящая как $B_2 l - B_1 l$ (B_2 и B_1 — поля в разных точках), откуда и следует, что при отсутствии краевых эффектов (бесконечность соленоида), когда циркуляции запишутся столь просто (снова без углов), поля могут быть только однородны. Чем и спасется окончательно то самое рассуждение про потоки, с которого вы начали, тщетно понадеявшись проскочить «под шумок» предшествующие этапы...

При изучении этого вопроса можно, как это ни странно, порядком сэкономить на законе Био–Савара. Дело в том, что он практически не используется в задачах (в школе), а определением B в нашей логике (в отличие от некоторых вузовских) не является — у нас он может лишь появиться из опыта. В принципе формула эта — в школе в значительной степени «повисающая»; исключением является, пожалуй, только поле кольца, непосредственно получаемое из Био–Савара. По крайней мере, подробно и долго им заниматься не стоит, чего нельзя сказать о последней, по сути, части школьной теории магнетизма — о силе Ампера и силе Лоренца, которые имеют к задачам самое непосредственное отношение. Сила Ампера появляется ссылкой на опыт: опыт показывает, как действует и чему равна магнитная сила, когда проводник ориентирован так, что она не максимальна. При этом — стоит отметить отдельно — проводник вносится в поле, измерение B в котором уже осуществлено — очевидно, неким другим проводником, когда I, l и F мы измеряли. Таким образом, B мы уже знаем.

Измерение F (магнитной силы) позволяет из опыта угадать ее вид: появляется синус угла, образованного током и вектором магнитной индукции. Итак, в смысле направления у нас возникает «правило левой руки», в смысле модуля — выражение с синусом. Если вы все же продемонстрировали ученикам векторное произведение векторов, самое время напомнить, что вся информация и про модуль, и про направление благополучно укладывается в одну запись и выражается одной формулой. Математики, кстати, «правило» не любят и всегда объясняют векторное произведение по-другому, а именно:

если смотреть из конца третьего вектора, то поворот от первого ко второму происходит против часовой стрелки. Полагают, наверное, что так лучше запоминается антикоммутативность.

Объясняя правило левой руки, стоит отдельно отработать на упражнениях — объяснять без упражнений это совершенно бесполезно, как и все, по сути, в нашем предмете (да и в любом другом тоже) — то, что сила $\boldsymbol{F}$ всегда направлена перпендикулярно плоскости, образованной $\boldsymbol{B}$ и током («большой палец перпендикулярен плоскости, образованной пальцами и воображаемым вектором, *под любым углом* входящим в ладонь»). Кстати, самое время сказать ученикам, что «магнитная сила», посредством которой определяется модуль B, не что иное, как вот эта самая сила Ампера, только в определении модуля $\boldsymbol{B}$ она берется максимальной. Теперь ясно, собственно, при какой ориентации пробного тока она такой получается, — когда синус максимальный, а именно единица, т.е. в ситуации, когда $\boldsymbol{B}$ перпендикулярен току. Ознакомившись с правилом левой руки, полезно убедиться, что оно вместе с правилом буравчика абсолютно верно предсказывает исход опыта Ампера — притяжение однонаправленных токов и отталкивание токов, текущих в противоположных направлениях.

При записывании силы Ампера в векторном виде (в виде векторного произведения) вектором делается длина элемента тока l, а не сила тока, остающаяся скаляром. Дело в том, что правила Кирхгофа требуют относиться к току как к скаляру, ибо подразумевают именно алгебраическое сложение токов — ток должен быть числом; вектором же по этой причине приходится сделать длину. Силу Лоренца можно — уже без лишнего обращения к опыту, а исключительно апеллируя к модели, известной после обсуждения тока в металлах — вывести из силы Ампера; правило левой руки, естественно, сохранится (вместо тока окажется только скорость частицы) — и, само собой разумеется, для *положительного* заряда, ибо изначально это правило использует ток, а за направление тока принято направление, в котором двигались бы именно положительные частицы.

Очевидно — но, безусловно, требуется отдельно обсудить и отдельно отработать на упражнениях — следующее: из выражения для силы Лоренца вытекает, что магнитное поле не действует на частицы нейтральные (заряд ноль), неподвижные (скорость ноль) либо движущиеся вдоль магнитной линии (нулю равен синус). Если частица отрицательная (к примеру, электрон), требуется, применив правило левой руки и выяснив направление интересующего вектора, на последнем шаге перевернуть ответ.

Магнитные свойства вещества можно рассказывать, мягко выражаясь, довольно кратко, ибо в задачах это представлено разве что

необходимостью не забыть поставить рядом с «мю нулевое» еще и «мю», если все происходит не в вакууме (воздухе), а в магнетике, и только. Короче, надо ввести μ. Хотя, сознаемся, элементарная теория диа- и парамагнетизма (да и ферромагнетизма, которая, в принципе, квантовая) излагаема в рамках школьного курса вполне. В финале, наконец, необходимо отдельно сделать важное замечание. Магнитное поле принципиально другое. Оно имеет замкнутые векторные линии (в данном случае они называются магнитными, а не силовыми, ибо определяются не посредством силы, а иначе). Это так называемое *вихревое* поле. Оно непотенциально. Работа между двумя точками зависит от формы траектории, а по любой замкнутой траектории отлична от нуля. Замкнутость магнитных линий — графическое выражение того, что линиям негде начинаться и заканчиваться, в конечном итоге выражение факта отсутствия в природе магнитных зарядов. Здесь еще раз (вслед за 8-м классом) обязательно нужно проговорить, что магнитный полюс магнита ни в коем случае не аналог электрического заряда в том смысле, что мы можем получить электрически заряженное тело, т.е. заряд одного знака, отдельно от заряда другого. Но мы не можем получить изолированный магнитный полюс — изолированный от другого. Если мы наэлектризуем «влиянием» проводник (посторонним электрическим полем вызовем электростатическую индукцию и разделим заряды на проводнике), а затем разделим проводник, у нас будут два заряженных тела. Разделение пополам магнита даст нам два магнита, а не два изолированных полюса. Мы получим два намагниченных тела, у каждого из которых будут оба магнитных полюса — северный и южный. Это все надо подробно обрисовать, немало не смущаясь тем, что магнит остается, по сути, для нас «вещью в себе», никакой внятной модели «магнитной стрелки» у нас нет и быть не может по причине ее «квантовости», как уже упоминалось.

К ЗАДАЧАМ

Уже неоднократно говорилось о необходимости вспомогательных упражнений, здесь — в первую очередь на правило левой руки. Упражнения простые — на рисунке изображен вектор $\boldsymbol{B}$ и ток, найти направление $\boldsymbol{F}_A$. Или наоборот: даны направление поля и сила, найти ток; или показана траектория частицы, указать $\boldsymbol{B}$ (оговорите все необходимое, чтобы это было возможно сделать однозначно!). Далее — те два типа задач, что и в электростатике, о которых уже говорилось. Частица в заданном поле — механические алгоритмы (отдельно стоит обсудить окружность, винтовую линию, дрейф вдоль границы раздела полей, а также скрещенные поля), нахождение поля — принцип суперпозиции или же теорема о циркуляции. Статистически в школьном курсе достаточно отчетливо преобладает —

в этом разделе — первый тип задач, в вузе, как правило, вообще изучаемый в механике. У нас это — магнетизм, что, однако, ни в коем случае не должно запутывать дело. Это механические задачи, разве что к известным силам тяготения, упругости, трения и, с недавних пор, Кулона добавляются еще две — Лоренца и Ампера.

НА ДОСКЕ

листы № 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80.

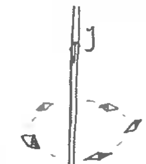
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 888, 890 (ЛРЩ);
13.1, 13.2, 13.3, 13.5, 13.6, 13.7, 13,8 (Баум);
9.1.6, 10.1.4, 10.1.5, 10.1.7, 10.1.13, 10.1.18, 10.2.1, 10.2.3 (С);
13.14, 13.15, 13.11 (Баум).

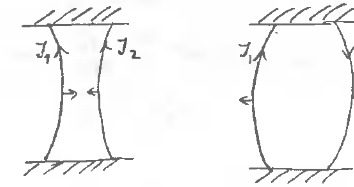
«САВЧЕНКО»

№ 9.1.3(б), 9.1.15, 9.3.18, 9.3.23, 9.2.14.

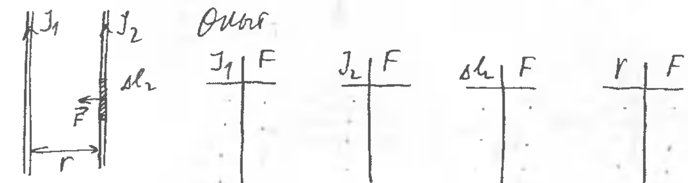
Магнитное поле.



Опыт Эрстеда



Опыт Ампера



$F \sim J_1$ $\quad F \sim J_2$ $\quad F \sim \Delta l$ $\quad F \sim \frac{1}{r}$

$F \sim \frac{J_1 J_2 \Delta l_2}{r}$; $\quad F = k' \frac{J_1 J_2 \Delta l_2}{r}$. Пусть $k' = \frac{\mu_0}{2\pi}$

$\underline{F = \frac{\mu_0 J_1 J_2 \Delta l_2}{2\pi r}}$

Итак: $F \sim J_2 \Delta l_2$; $\frac{F}{J_2 \Delta l_2} = const$

$\underline{B = \frac{F}{J_2 \Delta l_2}}$

Вообще: 1) $B = \frac{F_{max}}{J \Delta l}$ (модуль)

2) 

$\vec B$ (направл.)

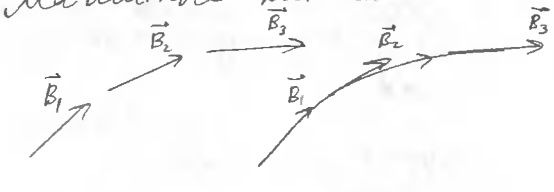
(определение $\vec B$ – вектора магнитн. индукц.)

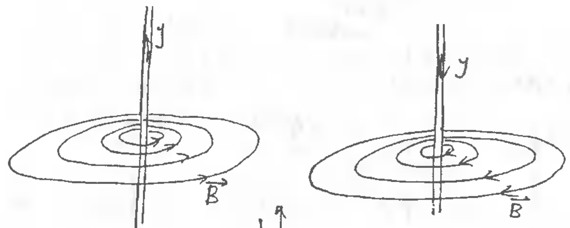
„Поле прямого тока"

$B = \frac{F}{J_2 \Delta l_2} = \frac{\mu_0 J_1 \cancel{J_2 \Delta l_2}}{2\pi r \cancel{J_2 \Delta l_2}} = \frac{\mu_0 J}{2\pi r}$, $\quad \underline{B = \frac{\mu_0 J}{2\pi r}}$

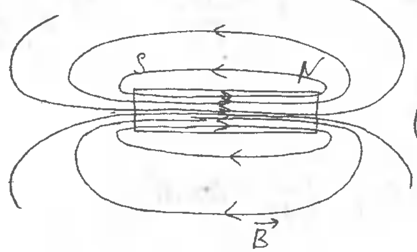
74

Магнитные линии.

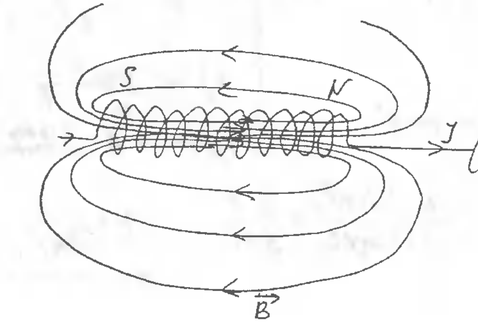




„Правило буравчика"
(правой нарезки")



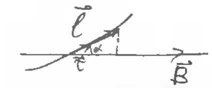
(полосовой магнит)



(соленоид)

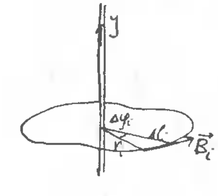
75

Теорема о циркуляции.



$$\Gamma = (\vec B, \vec l) = B l \cos\alpha = B_{\parallel} l = B l_{\parallel}$$

$$\vec l = \vec \tau l$$



$$\Delta\Gamma_i = B_i \Delta l_{i\parallel} = \frac{\mu_0 J_N}{2\pi r_i}\Delta l_{i\parallel} = \frac{\mu_0 J}{2\pi}\underbrace{\frac{\Delta l_{i\perp}}{r_i}}_{=\Delta\varphi_i} = \frac{\mu_0 J_N}{2\pi}\Delta\varphi_i$$

$$\Gamma_N = \sum_i \Delta\Gamma_i = \frac{\mu_0 J_N}{2\pi}\underbrace{\sum_i \Delta\varphi_i}_{2\pi\ (\text{замкн.})} = \frac{\mu_0 J_N}{2\pi}2\pi = \mu_0 J_N$$

Токов несколько:

$$\Gamma = \sum_N \Gamma_N = \mu_0 \underbrace{\sum_N J_N}_{J_{внутр}} = \mu_0 J_{внутр}$$

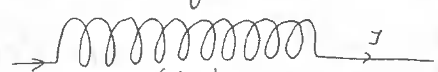
$$\sum B_{\parallel}\Delta l = \mu_0 J_{внутр}$$

Удобный контур:

$$B\sum \Delta l = \mu_0 J$$

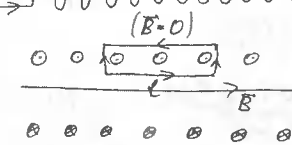
$$B l = \mu_0 J$$

Поле соленоида.



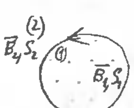
$n = \frac{N}{l}$

$J_{внутр} = JN$



$$Bl = \mu_0 n l J$$

$$B = \mu_0 n J$$



$\Phi_1 + \Phi_2 = 0$ („вихревое поле“)

$|\Phi_1| = |\Phi_2|$

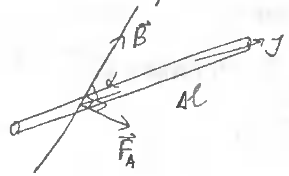
$B_1 S_1 = B_2 S_2$ — $S_1 - \pi R^2$, $B_1 S_1$ – конечно, $B_2 S_2$ – конечно

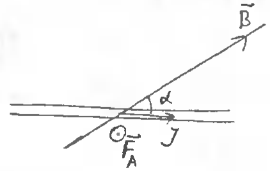
но $S_2 \to \infty \Rightarrow B_2 = 0$

(„поле вне солен. отсутств.“)

76

Сила Ампера



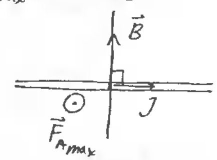


$$\underline{F_A = JB\Delta l\sin\alpha}$$

$$\underline{\vec{F}_A = J[\vec{\Delta l}, \vec{B}]}$$

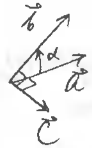
При $\sin\alpha = 1$ $(\alpha = \frac{\pi}{2})$

$F_{A max} = JB\Delta l$



Векторное произведение векторов

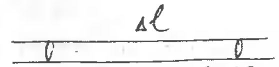
$\vec{C} = [\vec{a}, \vec{b}]$



$C = ab\sin\alpha$

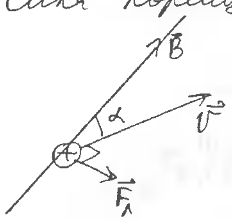
„вращение от первого ко второму против часовой стрелки"

Сила Лоренца



$J = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{qnv\Delta tS}{\Delta t} = qnvS$

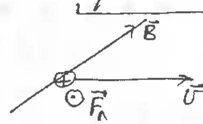
$N = nV = nS\Delta l$



$F_Л = \frac{F_A}{N} = \frac{JB\Delta l\sin\alpha}{N} = \frac{q\cancel{n}\cancel{S}vB\cancel{\Delta l}\sin\alpha}{\cancel{n}\cancel{S}\cancel{\Delta l}} = \underline{qvB\sin\alpha}$

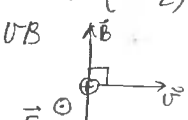
$$\underline{F_Л = qvB\sin\alpha}$$

$$\underline{\vec{F}_Л = q[\vec{v}, \vec{B}]}$$



При $\sin\alpha = 1$ $(\alpha = \frac{\pi}{2})$

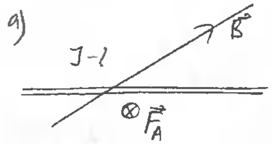
$F_{Л max} = qvB$



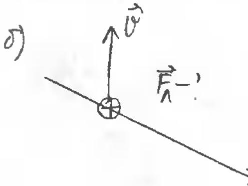
77

Упражнение.

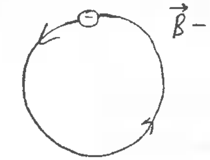
а)



б)



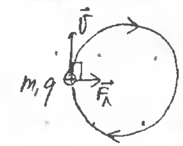
в)



Задача № 1 („Движ. по окружности")

Дано:
m, v, q, B

R - ?
T - ?



$m\frac{v^2}{R} = qvB$, $\underline{R = \frac{mv}{qB}}$

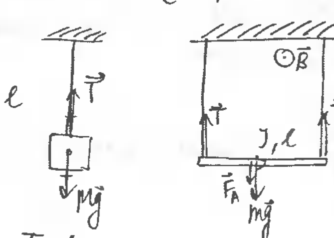
$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m\cancel{v}}{qB\cancel{v}} = \underline{\frac{2\pi m}{qB}}$

(„не зависит от v")

Задача № 2 („Обрыв нитей")

Дано:
M, m, B, l

J - ?



$T = Mg$ (условие обрыва)

$$\left.\begin{aligned} mg + JBl &= 2T \\ T &= Mg \end{aligned}\right\}$$

$mg + JBl = 2Mg$

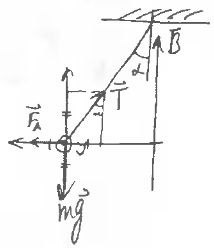
$$\underline{J = \frac{(2M-m)g}{Bl}}$$

78

Задача № 3 («Отклонение шнура»)

Дано:
I, B, l, m

α – ?



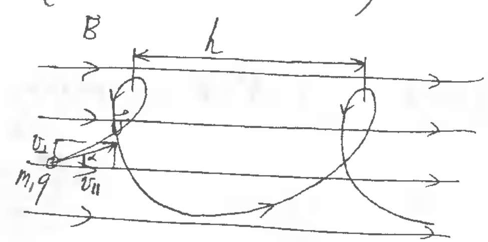
$$\left.\begin{aligned} mg &= T\cos\alpha \\ IBl &= T\sin\alpha \end{aligned}\right\}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{IBl}{mg}; \quad \underline{\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{IBl}{mg}\right)}$$

Задача № 4 («Винтовая линия»)

Дано:
v, α, m, q, B

R – ?
T – ?
h – ?



$$m\frac{v_\perp^2}{R} = qv_\perp B$$

$$v_\perp = v\sin\alpha$$
$$v_\parallel = v\cos\alpha$$

$$R = \frac{mv_\perp}{qB} = \underline{\frac{mv\sin\alpha}{qB}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m v_\perp}{qBv_\perp} = \underline{\frac{2\pi m}{qB}}$$ («не зависит от v»)

$$\underline{h = v_\parallel T = v\cos\alpha\frac{2\pi m}{qB}}$$ («шаг спирали»)

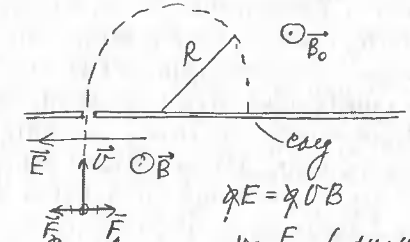
79

Задача № 5 («Масс-спектрометр»)

Дано:
E, B, B_0, R

γ – ?

(определение удельного заряда частицы)



$$qE = qvB$$

$$\underline{v = \frac{E}{B}}$$ («фильтр скоростей»)

$$m\frac{v^2}{R} = qvB_0, \quad \frac{q}{m} = \gamma = \frac{v}{RB_0} =$$

$$\frac{v}{R} = \frac{q}{m}B_0; \quad = \underline{\frac{E}{RBB_0}}$$ («удельный заряд»)

80

Глава 5
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Проблема, в принципе, витает в воздухе — если, как мы выяснили, магнетизм как-то связан с электричеством, магнитное поле создается током, возникает вопрос: возможно ли какими-то манипуляциями с магнитным полем вызвать электрический ток? Первое предположение очевидно — не возникнет ли ток, если замкнутый проводник поместить в магнитное поле? Опыт незамедлительно покажет, что не возникнет. Единственно, когда замкнутый контур вносили в магнитное поле, ток был, и когда выносили — был. (Именно здесь можно пересказать полуапокрифические рассказы о предшественниках Фарадея, смотревших на гальванометр, помещенный в соседней комнате, *после* помещения витка в магните и затем — *после* вынесения его оттуда; стрелку, таким образом, они всегда заставали неподвижной, ибо отклонялась она тогда, когда экспериментатор ее просто не видел.) Заключение Фарадея состоит в том, что при любой манипуляции, когда число магнитных линий, пронизывающих поверхность, ограниченную витком, *меняется*, в витке появляется ток. Способ манипуляции роли не играет, манипуляция может быть любой, лишь бы она приводила к изменению числа линий, т.е. важно не «пронизывание» поверхности внутри витка полем как таковое, а *изменение* его. Именно так и должны быть поняты выводы из опытов Фарадея.

Число магнитных линий, пронизывающих поверхность, ограниченную данным контуром, — это, конечно, поток. Поток вектора ***B*** через поверхность, называемый в данном случае «магнитным потоком». Здесь же появляется «вебер». Становится возможной формализация основного вывода из опытов Фарадея: при отличном от нуля изменении со временем магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром, ток в контуре, называемый индукционным, также отличен от нуля. Но на ток, кроме фактора, вызывающего его (некой ЭДС), оказывает влияние, разумеется, сопротивление контура. Дабы отвлечься от конкретного контура, будем впоследствии говорить не об индукционном токе, а именно об индукционной ЭДС. Итак, ЭДС индукции необходимо связать с изменением магнитного потока — это и будет основа будущего закона. Опыт показывает, что ЭДС индукции пропорциональна скорости изменений магнитного потока. В этом — содержание закона электромагнитной индукции Фарадея. Конечно, речь может идти только о пропорциональности, а не о равенстве. Равна ЭДС индукции скорости изме-

нения магнитного потока (т.е. коэффициент пропорциональности равен единице) именно в СИ, и сейчас можно, наконец, понять, чем именно это обеспечивается.

Коэффициент в законе электромагнитной индукции будет единица, если соответствующим образом определить поток, а значит, и вектор ***B***, что и сделано в системе СИ (в ней, как известно, введена дополнительная основная единица — ампер, что позволило исключить коэффициенты в уравнениях Максвелла, одним из которых является, в сущности, закон Фарадея, но в которой однородные, по существу, характеристики полей ***E*** и ***B*** оказались выраженными в различных единицах, в отличие от СГС (*Сивухин*)). Итак, мы нашли, как связаны в СИ ЭДС индукции и скорость изменения магнитного потока по модулю. Теперь учтем направление — это необходимо, до этого момента информация об индукционной ЭДС неполна: индукционный ток может возникнуть в кольце в двух направлениях — по часовой стрелке и против. Придется договориться о знаках. Снабдим контур жестко связанными друг с другом обходом и нормалью — пусть они связаны правилом «правого буравчика», т.е. совмещение нормали с движением штопора с правой нарезкой будет приводить к тому, что движение рукоятки будет совпадать с направлением обхода. Тогда положительной будет считаться ЭДС, которая вызывает ток по обходу, отрицательной — против. Ну, а изменение потока получается тем или иным в соответствии с тем, как считается знак самого потока: по нормали — положительный, против — отрицательный. Если при положительной скорости изменения магнитного потока индукционный ток возбуждается по обходу контура, в законе, записанном уже без модулей, нужно поставить «плюс», если они — скорость изменения магнитного потока и ЭДС индукции — имеют разные знаки — минус. Выяснить это можно на опыте, впрочем, опыта, как понятно, достаточно одного.

То, собственно, что покажет опыт, и отражено в так называемом правиле Ленца — единственном, пожалуй, утверждении школьного курса, который лучше даже не заставлять учить наизусть (в отличие от всего остального), а изначально призывать формулировать его своими словами, дабы избежать соблазна «учить текст», а, напротив, максимально обозначить необходимость выучивания смысла. Итак, индукционный ток будет иметь всякий раз такое направление, чтобы своим магнитным полем препятствовать тому изменению внешнего магнитного потока, которым («изменением») он вызван. При попытках «выучивания слов» самое важное слово «изменение», как несложно догадаться, и утрачивается. Так вот, если все происходит так, как об этом говорит правило Ленца, то — нетрудно убедиться — изменение потока и ЭДС индукции знаки всегда будут иметь различные. И потому в законе электромагнитной индукции, записанном без модулей, должен стоять «минус». Можно ли понять, что все должно происходить так, как происходит, *без* обращения к опыту? В нашей науке это всегда интересно. Возможно ли, ничего не проделывая, из неких общих соображений догадаться — предсказать! — как будет все происходить. Каждый раз подобные упражнения весьма поучительны, ибо каждый раз заставляют вспоминать, ни много ни мало, о смысле и цели физики — да и науки вообще (не хочется прерываться, нас еще ждет отдельное отступление о смысле всего, обсуждаемого в нашем предмете). Итак, оказывается, можно. Можно «вывести» правило Ленца, не обращаясь к эксперименту, из общих принципов (*Мякишев*). Разумеется, это будут соображения сохранения энергии. Дело в том, что, как только в витке возникает индукционный ток, возникает и сила Ампера, ибо виток находится в магнитном поле. Чтобы индукционный ток возник, необходимо добиться изменения магнитного потока.

Представим себе для примера, что мы толкнули виток в неоднородном поле (если сообщить скорость витку в магнитном поле однородном, ничего не будет, ток не возникнет, ибо число магнитных линий, пронизывающих его, не будет меняться). Если же поле неоднородное (пусть оно осесимметрично), у сил Ампера, действующих на элементы кольца — это исключительно важно отобразить на рисунке, — будут составляющие вдоль движения кольца — продольные. Так вот, они будут *тормозящими*, направленными назад. Дело в том, что, как только в кольце пошел ток, в нем стало выделяться джоулево тепло (кольцо вполне обычное, имеющее свое сопротивление). Энергия, которая переходит в тепло, не может браться ниоткуда — в этом, собственно, и состоит соображение сохранения энергии. Единственная форма, в которой энергия уже запасена в данной системе, — кинетическая энергия кольца, которому придана начальная скорость. Следовательно, кинетическая энергия кольца — единственное, что может переходить в джоулево тепло. Стало быть, эта энергия должна *уменьшаться*, т.е. кольцо обязано *затормаживаться*. Стало быть, сила Ампера обязана иметь горизонтальную составляющую *назад*, а значит, направление тока, возникающего в кольце, определено однозначно. То есть из закона сохранения энергии возможно однозначное указание направления, в котором возникает индукционный ток, и разумеется, это направление именно то, которое и получается, если применять правило Ленца. Таким образом, мы получили направление индукционного тока, минуя опыт, и смогли предсказать его из неких общих соображений. Здесь энтузиасты, как правило, объясняют, что правило Ленца есть не что иное, как очередная личина принципа Ле Шателье, дабы он, воспомненный из химии, способствовал бы формированию представления учащихся об изначальном единстве природы и совершенной

условности разделения научного знания на отдельные учебные дисциплины. Все тщетно — учащиеся ничего не помнят.

Итак, электромагнитная индукция описана. Самое время осознать, что описан некий *признак*, сопровождающий это явление, сопутствующий ему, не более. *Причина* же возникновения тока в кольце — в смысле указания того, что именно движет электроны, остается нам неизвестной. Остается неясен механизм возникновения тока. Если этот механизм в принципе может быть прояснен, в том смысле, что возникновение индукционного тока может быть сведено к чему-то уже известному. Итак, «что же сдвигает электроны?» Первая версия очевидна — сила Лоренца. Действительно, проводник движется — стало быть, движутся все заряженные частицы в этом проводнике. И все происходит в магнитном поле. Естественно, возникает сила Лоренца, действующая на частицы, она и «повинна» в создании тока в кольце. Если индукционная ЭДС, как ЭДС любая, есть удельная работа сторонних сил, то сторонней силой оказывается в данном случае, по-видимому, сила Лоренца. Попытка обсчитать двумя способами простейшую установку из двух рельсов и движущейся перемычки в магнитном поле как будто полностью подтверждает нашу гипотезу относительно того, что сторонней силой является сила Лоренца. Два способа, которыми мы воспользовались для вычисления ЭДС: первый — по закону электромагнитной индукции Фарадея через скорость изменение потока, пронизывающего поверхность внутри замкнутого контура, образованного рельсами и перемычкой; второй — как удельную работу силы Лоренца, действующую на заряд в движушейся перемычке.

По ходу мы исправляем некоторую ошибку, которая, однако, не вынуждает нас кардинально пересмотреть наше объяснение, а заставляет лишь уточнить его. Ошибка мгновенно обнаруживается, если только вспомнить одно очевидное обстоятельство — сила Лоренца, будучи силой, всегда направленной перпендикулярно скорости («правило левой руки»!), работу не совершает. Более внимательное рассмотрение (и более аккуратный рисунок!) позволяет понять, в чем тут дело. Скорость частиц в перемычке — полная — направлена при установившемся режиме отнюдь не перпендикулярно перемычке — частицы еще и упорядоченно текут вдоль нее; в этом, собственно, и выражается то, что «по перемычке течет ток». Стало быть, сила Лоренца, перпендикулярная этой скорости — отнюдь не вдоль перемычки, а также под углом к ней, есть проекция этой силы на перемычку, а есть — на нормаль к ней. Так вот, аккуратный расчет дает, что пресловутое Bvl (которое лучше и с выводом и без вывода помнить наизусть) есть удельная работа *продольной составляющей* силы Лоренца, т.е. *проекции ее* на направление перемычки. Сумма же перпендикулярных составляющих (направленных назад, против движения перемычки) есть не что иное, как сила Ампера, действующая на перемычку и тормозящая ее; тормозящее действие силы Ампера мы уже обсудили в связи с попыткой предсказания правила Ленца из закона сохранения энергии. Но общий вывод, однако, не отменен — просто ЭДС индукции оказалась удельной работой не *полной* силы Лоренца (эта работа действительно всегда ноль), а отличной от нуля *продольной проекции* силы Лоренца на перемычку.

Здесь — дальше будет уже менее удобно — лучше всего обсудить, что установка, которую мы обсчитываем, не что иное, как электрогенератор — устройство, преобразующее механическую энергию в электрическую. Из нашего рассмотрения совершенно ясно, почему движение перемычки сопряжено с необходимостью совершения работы — нам приходится преодолевать тормозящее действие силы Ампера. Она, а вовсе не трение, как об этом думает нерадивый ученик, является причиной того, что трудно двигать перемычку, объяснением того, почему она не может двигаться по инерции сколь угодно долго. Работа, совершаемая внешней силой («нашей») при равномерном движении перемычки, в точности равна, разумеется, работе силы Ампера по модулю и отличается от нее знаком. Именно эта работа и равна той механической энергии, которая преобразована в электрическую и впоследствии, к примеру, выделена на нагрузке в виде джоулева тепла. Несложно догадаться, что возможно иное — «обратное» использование той же машины. Если мы будем пропускать по перемычке ток от постороннего источника, а не действовать на нее с постоянной силой, то сила Ампера будет ее сдвигать и вместо получения тока мы получим механическое движение самой перемычки. Мы получили вместо электрогенератора электродвигатель — электрическая машина оказалась обратимой. Итак, если двигаем перемычку и возникает ток — генератор, пропускаем ток от постороннего источника и движется перемычка — двигатель.

Уместно вспомнить и о других — уже пройденных — обратимых машинах, машине Карно например. Да и вообще, обратимую машину представить себе, в принципе, несложно. Представим колесо с лопастями, погруженное в воду. Если крутить колесо, что вызовет движение воды, мы получим режим насоса, если поместить колесо в движущуюся воду, оно закрутится и сможет крутить что-то еще, точильный круг например, получаем режим двигателя.

Более внимательное рассмотрение нашей электромагнитной машины открывает для учеников некие «дали». Дело в том, что, когда мы двигаем перемычку, дабы создать в цепи ток (режим генератора), то, как уже говорилось, на перемычку действует сила Ампера, стремящаяся ее затормозить, т.е. в генераторе в определенном смысле скрыт двигатель — как помеха. Если же мы будем пускать ток от постороннего источника, а перемычка, благодаря силе Ампера, начнет

двигаться (режим двигателя) — в ней возникнет ЭДС, та самая, которая и обсуждалась выше, — ЭДС индукции в движущемся проводнике. Нетрудно убедиться, что ЭДС эта будет работать против той, которая создает ток в цепи, тот ток, из-за которого и стала двигаться перемычка, т.е. в двигателе также скрыт генератор, и тоже уже в качестве помехи. Если представить себе две такие установки, т.е. просто рельсы с двумя перемычками, то, если мы начнем двигать одну, будет двигаться и вторая. Первая станет при этом генератором, вторая — двигателем; будем двигать другую — станет генератором она. Ток в цепи будет обусловлен двумя ЭДС, существующими в цепи и работающими друг против друга: та перемычка, ЭДС в которой больше, и будет являться генератором, та же, в которой меньше, — двигателем. Отсюда ясно, что перемычка «двигатель» должна двигаться медленнее перемычки «генератор». Все изложенное ученик должен понимать вполне ясно. А вот то, что понимание это достигнуто именно на этой модели, — отнюдь не страшно. Реальный генератор-двигатель отличается от рассмотренного устройства лишь тем, что поступательное движение заменено там вращательным. Вместо перемычки, поступательно движущейся по рельсам, там вращается рамка, снабженная скользящими контактами, что сути, конечно, не меняет.

Итак, ученик уже совершенно ясно понимает, почему на электростанции недостаточно просто один раз «крутануть» ротор — рамку со множеством витков — его будут останавливать силы Ампера. Отсюда необходима внешняя сила, которая поддерживала бы вращение ротора. Для этого ротор соединяют жестко с турбиной (то самое колесо с лопастями), которая крутится некой силой: либо со стороны разогнанной воды (воду для этого заставляют падать с высоты) — ГЭС, либо со стороны струи пара, для чего воду кипятят (либо сжигая уголь — ТЭС, либо заимствуя энергию, получающуюся в ходе ядерных распадов, — АЭС), либо, к примеру, ветра (ветряная электростанция) и т.д. (представления, которые должны были, в идеале, быть сформированы в 8-м классе и сейчас возникнуть исключительно как воспоминание). Именно так на земле вырабатывается львиная доля всей электрической энергии; на химические источники — гальванические элементы и аккумуляторы — приходится совершенно ничтожная часть. (Как не вспомнить знаменитый вопрос, адресованный Фарадею в связи с открытием электромагнитной индукции: «Какая от этого может быть польза?» «А какая польза может быть от новорожденного?» — среагировал Фарадей.)

Итак, на первый взгляд, явление полностью «объяснено» — мы свели к известному все, связанное с возникновением индукционного тока в замкнутом контуре; известным этим стала сила Лоренца, точнее продольная проекция ее. Трудность обнаруживается очень быстро. Дело в том, что в опытах Фарадея было выяснено, что индукционный ток возникает при *любой* манипуляции, сопровождающейся изменением магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром. Понятно, что несложно представить себе манипуляцию, магнитный поток при которой меняется, но к действию силы Лоренца совершенно несводимую по причине того, что в установке, к примеру, вообще нет *движущихся* проводников. Примером такого может являться ситуация, когда индукционный ток появляется в замкнутом витке, расположенном вблизи проводника с током, ток в котором меняется с течением времени. Сопровождающий признак налицо: магнитное поле прямого тока меняется — меняется поток через поверхность внутри витка — в витке наводится индукционный ток. Никаких движущихся элементов в рассматриваемой системе нет — и силе Лоренца действовать негде, тогда как сопутствующий признак имеет место. И опыт покажет, что ток в замкнутом витке действительно возникает. Становится понятно, что найденное нами объяснение с силой Лоренца не универсально и что явление электромагнитной индукции не сводится, по-видимому, к единственному «механизму» сдвигания заряженных частиц.

Далее — о второй причине возникновения тока. Тут ни до чего догадаться невозможно, речь идет о гипотезе Максвелла — идее о том, что переменное во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое. Это, понятно, нужно воспринимать как аксиому и здесь «механизма», известного заранее, уже искать не приходится. Речь в действительности идет о том, что если магнитное поле регистрируется переменным, то будет и зарегистрировано некое электрическое — вихревое. Сразу надо оговориться, что здесь возникает новое, неизвестное нам электрическое поле — по виду как магнитное, с *замкнутыми* силовыми линиями, работой между двумя точками, *зависящей* от формы траектории, и по любой замкнутой траектории *отличной* от нуля. Почему именно так? В чем эта необходимость придумать (предположить) *другое* электрическое поле, отличное от известного нам? В этом смысле все понять несложно: *известное* электрическое поле, «электростатическое», здесь фигурировать не могло — оно никогда бы не смогло поддерживать ток в *замкнутом* контуре без сторонних сил — его работа над зарядом по любой замкнутой траектории — ноль, ибо оно потенциально. Значит, предположить можно было исключительно такое поле, «списать» на которое возникший индукционный ток было бы принципиально возможно. Но почему тогда не предположить просто действие самого магнитного поля? Это тоже очевидно — магнитное поле на неподвижные заряды не действует, стало быть, вызвать упорядоченное движение зарядов, которого не было, не может. Итак, речь идет о том, что электроны «сдвигает» (имеется в виду упорядоченный

дрейф, тепловое движение электронов существовало и до этого, оно не в счет) *вихревое электрическое* поле, согласно гипотезе Максвелла порожденное переменным магнитным.

Мы можем сделать предварительный вывод о том, что под «электромагнитной индукцией» понимаются, в сущности, два совершенно разных явления. Они сходны лишь тем, что оба состоят в конечном итоге в возникновении некой ЭДС, вызывающей ток, но при этом имеют место совершенно разные механизмы этого. В одном случае работает одна из проекций силы Лоренца и заряды в проводнике сдвигаются ею, в другом — возникает новое электрическое поле и сдвигание электронов обусловлено им. Сопутствующий же признак $\Delta\Phi/\Delta\tau \neq 0$ просто имеет место при обоих механизмах и, таким образом, «объединяет» два этих различных явления. Однако здесь особенно полезно разобрать следующий пример. Вернее, пример-то старый, только разобрать его нам придется заново. Вернемся к ситуации, когда витку сообщается и, допустим, поддерживается внешней силой скорость в неоднородном магнитном поле, — виток двигают к полосовому магниту вдоль оси симметрии поля. Чем здесь объяснялось возникновение тока в витке? Это мы уже разбирали — продольной составляющей силы Лоренца. Но стоит нам, ничего не меняя в нашей установке, лишь изменить систему отсчета — мысленно «сесть» на виток — объяснение немедленно сделается неверным. В системе отсчета «витка» он неподвижен, стало быть, неподвижны заряды в нем (тепловое их движение по причине хаотичности, понятно, не учитываем) — никакой силы Лоренца нет и быть не может. А перейти в эту систему отсчета — это надо осознавать отдельно — мы имеем полное право: будучи движущейся относительно лабораторной ИСО *равномерно*, она таким образом ИСО тоже. То есть мы перейдем из инерциальной системы отсчета в инерциальную же. Но объяснение в ней «пропадает» начисто. Вот тут-то самое время заметить, что в этой новой системе отсчета — «кольцо» — магнитное поле регистрируется *переменным*.

Действительно, «сидя на кольце», мы попадаем в каждый момент времени в иную область магнитного поля и, так как поле неоднородно, т.е. в каждой точке пространства различно, обнаруживаем его другим. Но если магнитное поле переменно, то по гипотезе Максвелла возникает вихревое электрическое — видимо, и здесь имеет место именно это. И в этой ИСО объяснение возникновения индукционного тока будет состоять уже в этом — в действии вихревого электрического поля, «порожденного» переменным магнитным. Получается, объяснение одному и тому же явлению, происходящему в одной и той же установке, зависит от выбора ИСО, в которой проводится рассмотрение. Да, это именно так. А если мы выберем третью ИСО — промежуточную между этими двумя (относительно лабораторной мы движемся, но с иной скоростью, нежели кольцо), то объяснения, очевидно, там будут присутствовать оба. И продольная составляющая силы Лоренца, ибо кольцо в этой ИСО движется, и движутся заряды в нем, и вихревое электрическое поле, поскольку магнитное в этой ИСО все же переменное и вихревое электрическое возникает. То обстоятельство, что объяснение оказывается привязанным к выбору системы отсчета, вообще говоря, не будет казаться сколько-нибудь странным, если с самого начала осознавать — нам предстоит это осознать, в общем, только сейчас — что такие величины, как $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$, в принципе, зависят от системы отсчета и в другой системе отсчета будут иные.

Первая мысль — не нарушается ли этим, собственно, принцип относительности, вроде как запрещающий по описанию физической системы отличать одну ИСО от другой? Еще раз вспомним, что требует (и чего не требует) на самом деле принцип относительности. Он говорит о том, что все явления при одинаковых начальных условиях во всех ИСО происходят одинаково — это, несомненно, и у нас именно так: возникла индукционная ЭДС в одной ИСО — возникла и в другой. Мало того, законы, описывающие все явления, должны иметь в разных ИСО один и тот же вид («ковариантность»). Если и это не нарушено — все в порядке. Принцип относительно *не требует* одинаковости всех входящих в эти законы величин в разных ИСО («инвариантности»). Так что $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ вполне могут быть различны в разных ИСО, вот законы, в которые они входят, не должны быть разного вида — этого требует принцип относительности. Значит, второй закон Ньютона во всех ИСО имеет один и тот же вид, и все силы тоже, однако значения этих сил могут быть различны? Да, конечно. Мы уже столкнулись с этим, но до поры до времени не заостряли на этом внимания. Нам уже встретилась «странная» сила, совершенно не похожая на те, какие были до нее. Это сила Лоренца. В ней стоит скорость частицы — какая? Относительно чего? Оказывается, просто относительно данной системы отсчета. Как это понимать? Что, в другой ИСО, где у частицы скорость другая, будет и другой сила? Строго говоря, да. Вид силы Лоренца будет тот же, а значение будет другим. Все сказанное относится и к полной силе со стороны и электрического, и магнитного полей — так называемой «обобщенной силе Лоренца». Она, как понятно, векторная сумма сил со стороны электрического поля («электрическая сила») и со стороны магнитного («магнитная»). Если задействовать векторное произведение для магнитного, обобщенная сила Лоренца запишется наиболее лаконично: $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}]$. Здесь величины $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$ и $\boldsymbol{v}$ зависят от выбора ИСО и в другой ИСО будут другими: $\boldsymbol{E}'$, $\boldsymbol{B}'$, $\boldsymbol{v}'$. Вид же силы — согласно принципу относительности — сохраняется: $\boldsymbol{F}' = q\boldsymbol{E}' + q[\boldsymbol{v}', \boldsymbol{B}']$. Будут ли равны сами обобщенные силы, т.е. будет ли иметь место $\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F}$? Принцип относительности сам по себе, вообще говоря, этого не требует, он требует, как было сказано, лишь «одинаковости вида». Но на самом деле в нерелятивистском случае ($v << c$) будут равны и сами обобщенные силы. Дело в том, что во втором законе Ньютона, записанном для двух ИСО, а именно: $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{F}' = m'\boldsymbol{a}'$ совпадут и сами величины. Действительно, в двух ИСО $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$, в этом легко убедиться, воспользовавшись преобразованиями Галилея (еще раз оговорим нерелятивистский случай): $\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{V}$. Продифференцируем строчку один раз (для школьников всегда можно расписать все через «дельты») и, учитывая, что $V = \mathrm{const}$, немедленно получим, что $\boldsymbol{a}' = \boldsymbol{a}$. Массы, по причине того что сводимы по определению к ускорениям ($m = m_{эт}a_{эт}/a$), останутся, стало быть, неизменными тоже. Следовательно, будет неизменна и сила $\boldsymbol{F}' = \boldsymbol{F}$. Но оговоримся еще раз — принцип относительности этого не требует. Из неизменности силы в случае медленных движений, кстати, можно легко получить связь $\boldsymbol{E}$ в разных ИСО (*Иродов*). Вывод построен на том, что в ИСО, где частица покоится, обобщенная сила Лоренца сводится, как понятно, лишь к электрической, тогда как в той ИСО, где у частицы есть скорость, в силе присутствуют как электрическая составляющая, так и магнитная, а силы эти — в обеих этих ИСО в нерелятивистском случае равны:

$$q\boldsymbol{E}' = q\boldsymbol{E} + q[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}];$$

$$\boldsymbol{E}' = \boldsymbol{E} + [\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}].$$

Закон преобразования $\boldsymbol{B}$ получается более изощренно, и его можно представить без вывода:

$$\boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B} - \varepsilon_0\mu_0[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{E}].$$

Так что $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ — отнюдь не инварианты. Инварианты, как мы знаем, есть, что им объяснят впоследствии уже в вузе, это $(\boldsymbol{EB})$, но об этом сейчас не будем — нам это, в общем, не необходимо, чего не сказать об идее относительности полей — зависимости $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$ от выбора системы отсчета, осознавать которую ученику нужно уже здесь. Теперь отнюдь даже и не кажется страшным, что объяснение электромагнитной индукции привязано к выбору ИСО, — электроны каждый раз сдвигаются некой силой со стороны какого-то поля, а что касается полей, все исключительно относительно и связано с тем, в какой системе отсчета проводится рассмотрение. Здесь же немедленно можно заключить и приятную вещь, а именно — указать некий универсальный механизм возникновения индукционной ЭДС. ЭДС индукции в любом случае и в любой ИСО есть удельная (над единичным зарядом) работа продольной проекции обобщенной силы Лоренца:

$$\varepsilon = A_F/q;$$

где $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{B}]$.

В последней формуле ненулевым может быть только второе слагаемое (магнитное поле постоянно, вихревого электрического поля не возникает, ЭДС обусловлено проекцией силы Лоренца), только первое (все проводники неподвижны, силы Лоренца нет, но магнитное поле переменно, и поэтому существует вихревое электрическое), а также оба (имеют место оба фактора — та самая «промежуточная» ИСО). Понятно, что в ситуации с рельсами и перемычкой никаким выбором ИСО мы не получим вихревое электрическое поле, потому что однородное магнитное поле ни в какой ИСО не окажется нестационарным. Если же мы мысленно сядем на перемычку («перейдем в ИСО «Перемычка»), изменится только то, что подвижной окажется другая перемычка, та, которая была неподвижной, и сила Лоренца будет действовать на заряды там, а не здесь. Если индукционный ток возникает в витке, расположенном поблизости от проводника, в котором изменяется ток, — второй наш пример — здесь, напротив, дело никогда не будет в силе Лоренца, причиной возникновения ЭДС индукции всегда будет вихревое электрическое поле, поскольку магнитное всегда окажется изменяющимся. В иных случаях — повторимся — механизмы будут задействованы оба и как именно — будет определяться выбором ИСО (пример с кольцом и магнитом).

Кстати, исключительно в качестве отступления и некоторого возвращения теперь, после получения формулы для преобразования полей, может быть наконец плодотворно разобрана ситуация движения заряда в так называемых скрешенных (взаимно перпендикулярных) полях. Пусть частица в начальный момент покоилась. Для рассмотрения (*Иродов*) надо перейти в ИСО такую, что в ней $E = 0$. Она должна двигаться в лабораторной ИСО, как понятно, со скоростью $V_0 = E/B$ перпендикулярно обоим полям. Тогда согласно формулам преобразования полей в ней будет единственное поле — магнитное, причем оно по сравнению с лабораторной системой почти не изменится в нерелятивистском случае ($v << c$): $\boldsymbol{B}' \approx \boldsymbol{B}$.

Действительно, если мы вспомним, забегая вперед (если так можно выразиться), что $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = c$, то

$$\boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B} - \mu_0\varepsilon_0[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{E}]$$

можно записать как

$$\boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B} - (1/c^2)[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{E}],$$

$\boldsymbol{B}' \approx \boldsymbol{B}$ (величиной $(1/c^2)[\boldsymbol{v}, \boldsymbol{E}]$ можно пренебречь ввиду ее малости).

Итак, в этой системе отсчета магнитное поле прежнее, а электрического нет. Стало быть, движение в этой СО заряженной частицы

исключительно простое и совершенно знакомое — по окружности радиусом mV_0/qB, здесь электрическое поле ничуть «не смазывает» нам эту картину ввиду его отсутствия. Теперь вспомним, что эта система отсчета движется в лабораторной с постоянной скоростью E/B и частица в ней описывает окружность. Мы понимаем, что в лабораторной системе отсчета она движется как точка на ободе колеса относительно земли, т.е. описывает циклоиду. Последнее исключительно полезно для решения соответствующих задач на движение в скрещенных полях — по сути, только теперь этот тип задач может быть прокомментирован.

Итак, мы разобрали электромагнитную индукцию и механизмы ее возникновения — силу Лоренца и вихревое электрическое поле, порождаемое переменным магнитным. После закона Фарадея, фиксирующего, по большому счету, сопутствующий признак — изменение магнитного потока, мы записали и универсальную причину возникновения ЭДС как удельной работы обобщенной силы Лоренца, компоненты которой — «электрическая» и «магнитная» — зависят от выбора той системы отсчета, в которой проводится рассмотрение. Некоторое законное изумление клиента по поводу того, что «оно вон здесь как», следует пережить, особо на нем не фиксируясь, и двигаться дальше. Привыкнут.

Выделенным частным случаем электромагнитной индукции, который надо разобрать отдельно, является так называемая самоиндукция. Здесь нет вообще никакого внешнего магнитного поля, а есть только магнитное поле тока, текущего благодаря постороннему источнику *в том самом* контуре, ЭДС в котором будет обсуждаться. Магнитный поток через этот контур пропорционален индукции поля, которая, в свою очередь, пропорциональна величине тока. Можно сразу записать, что поток пропорционален току, и ввести коэффициент пропорциональности, константу для данного контура, так называемую *индуктивность*. Иной способ определения индуктивности — через ЭДС индукции (запишем через индуктивность закон Фарадея). Совершенно ясно, что самоиндукция как частный случай электромагнитной индукции обусловлена «первой компонентой», а именно вихревым электрическим полем, возникающим при изменении в контуре тока, и, стало быть, изменении магнитного поля этого самого тока. Используя выведенную из теоремы о циркуляции формулу для магнитной индукции внутри бесконечной катушки и «теряя краевые эффекты», получим индуктивность длинного соленоида, второе название которого — «катушка индуктивности» — уже контекстуально понятно. Теперь можно сделать такое общее заключение, касающееся электромагнитного поля, которое будет являться вдобавок и смысловым переходом к следующему разделу — «колебания и волны». Это некие общие выводы об электромагнитном поле, которые будут выражены сначала в виде некоторое схемы, а затем — формульно. Но перед этим — еще один неразобранный момент.

Трудность, приводящая к нему, излагаема многими способами, наиболее «необременительной» для школы логикой может быть логика рассмотрения примера с заряжающимся конденсатором (*Бутиков*). Дело в том, что в теореме о циркуляции сама циркуляция вектора B вдоль замкнутого контура не должна зависеть от поверхности, натянутой на этот контур. Если эта поверхность «протыкается» проводником, то правой частью будет в соответствии с теоремой, записанной в СИ, величина $\mu_0 I$, где I — полный ток, проходящий через поверхность, ограниченную контуром. Но если на тот же контур поверхность натянуть иную, а именно обхватывающую обкладку, то мы немедленно получаем иную правую часть, а именно ноль, поскольку *эта* поверхность никаким током не пронизывается. Между тем значение правой части не должно, как уже говорилось, зависеть от выбора поверхности, натянутой на контур. Вывод может состоять (и состоит) в предположении о сложном виде правой части. Кроме тока, в ней есть еще одно слагаемое, такое, что оно равно нулю для первой поверхности, пронизываемой током, и в точности равна току для второй поверхности, обхватывающей обкладку. Таким образом, полная правая часть, состоящая из таких двух слагаемых, действительно от выбора поверхности уже зависеть не будет. Собственно, именно из того соображения, что правая часть должна быть независящей от выбора поверхности, и можно найти вид второго слагаемого. Оно должно быть равно току зарядки.

Идея Максвелла состоит в том, что слагаемое это связано с переменным электрическим током. Исходя из того что по размерности — это ток, несложно найти его вид, это и будет тот самый «ток смещения» — добавочное слагаемое в четвертом уравнении Максвелла. Таким образом, магнитное поле, вне обкладок порождаемое током зарядки, между обкладками порождается переменным электрическим. И кстати, прямой опыт с магнитной стрелкой покажет, что между обкладками заряжающегося конденсатора магнитное поле существует точь-в-точь, как и вне обкладок вблизи проводников, по которым, собственно, и протекает ток зарядки. Итак, трудность устранена. И идея, благодаря которой этого удалось добиться, исключительно продуктивна для дальнейшего и потому важна. Гипотеза Максвелла утверждает некую фундаментальную симметрию во взаимном порождении полями друг друга. (Представляется естественным предположить, если уж имеет место электромагнитная индукция, симметрично ей, если можно так выразиться, «магнитоэлектрическую», это-то и составляет содержание гипотезы Максвелла.)

Итак, переменное электрическое поле порождает магнитное. Указание «вихревое» можно, понятно, опустить. Как уже упоминалось, магнитное поле бывает — по причине отсутствия магнитных зарядов — одного вида. Характер же переменного электрического — потенциальное оно или вихревое — роли не играет. Любое переменное электрическое порождает магнитное, подобно тому, как переменное магнитное (единственно возможного вида) порождает вихревое электрическое. И вот теперь-то можно сформулировать окончательные выводы, касающиеся электромагнитного поля.

Итак, оно бывает электрическим и магнитным. Электрическое бывает потенциальным (электростатическим) — оно порождается зарядами, и вихревым — порождается переменным магнитным. Магнитное, будучи только вихревым, связано с так называемыми постоянными магнитами, движущимися зарядами (токами), а также — переменным электрическим. После того как это записано в виде схемы, можно, наконец, записать и формульное выражение этого. Речь, понятно, идет об уравнениях Максвелла. Записать их в адекватном виде (что интегральном, что дифференциальном) в школе, понятное дело, невозможно. Нет ничего криминального в том, чтобы записать их «по-школьному», как бы комично это ни смотрелось для профессионала. Ученик поймет. А вот когда он поймет эту свою «адаптированную» запись — в качестве приятного десерта (бессмысленного, в общем, как любой десерт) можно показать и «нормально» записанные уравнения — при прочих равных интегральная форма все же предпочтительней, они усмотрят в ней хоть какое-то сходство со своим «адаптированным видом».

В качестве «лирического дополнения» можно рассмотреть канонические рассуждения по установлению вида тока смещения, принадлежащие самому Максвеллу. Представим себе заряженный шар, который разряжается в слабопроводящей среде (как и всегда, все рисуем!). В данной ситуации магнитное поле тока разрядки равно нулю. Действительно, так как магнитное поле вихревое и все линии непременно замкнуты сами на себе, исключена радиальная составляющая магнитного поля. Дело в том, что если она есть, то в силу симметрии ситуации она имеет всюду один и тот же знак, т.е. вектор $\boldsymbol{B}$ направлен либо всюду к шару, либо от него. И тогда поток этого вектора через замкнутую поверхность, окружающую шар, отличен от нуля: либо отрицателен — в первом случае, либо положителен — во втором (ибо нормаль по договоренности в любой точке замкнутой поверхности направлена вовне). Но поток вектора B через любую замкнутую поверхность быть отличным от нуля не может — в силу вихревого характера магнитного поля. Следовательно, радиальная составляющая B исключена. Что же касается тангенциальной составляющей, то она равна нулю опять же в силу симметрии — направление против часовой стрелки ничем не отличается от направления по ней — мы никогда не укажем предпочтительного направления для вектора $\boldsymbol{B}$ и, стало быть, предпочтительного знака для касательной проекции, значит, касательной проекции тоже нет. Итак, вектор $\boldsymbol{B}$ всюду равен нулю. Следовательно, равна нулю левая часть уравнения. Значит, равна нулю и правая. Но правая — это сумма тока и тока смещения, следовательно, ток смещения равен току разрядки по модулю и противоположен по знаку. Из этого условия и получается в конечном итоге искомый вид этой величины.

Несколько слов о правиле знаков, т.е. как именно определяется направление вихревого электрического поля при изменяющемся магнитном, и наоборот. В первом случае мысленно поместим на место воображаемой силовой линии вихревого электрического поля замкнутый виток и зададимся вопросом о направлении индукционного тока. Это направление мы легко выясним, пользуясь правилом Ленца, туда же, разумеется, будут направлены и силовые линии. Если нам нужно определить направление магнитных линий при изменении электрического поля, вспомним пример с заряжающимся конденсатором, тот, пользуясь которым мы выясняли вид тока смещения. Там между обкладками конденсатора магнитное поле, обусловленное переменным электрическим, было, как мы помним, точно такое же, как вблизи проводов (что, кстати, буквально и показала бы на опыте магнитная стрелка, ориентирующаяся между обкладками конденсатора точно так же, как вблизи проводника). Следовательно, возрастающее электрическое поле (а там, вспомним, оно возрастает — мы же обсуждали ток зарядки) порождает магнитное поле точь-в-точь как ток, т.е. по правилу буравчика. Это правило и следует применять. То есть, если имеются силовые линии возрастающего электрического поля, нужно применить правило буравчика с правой нарезкой, как если бы это был ток, и получить направление возникающего магнитного поля. Если электрическое поле убывает — ответ нужно поменять. Естественно, можно заметить, что в этих случаях мы будем получать: в первом случае, если изменение потока отрицательно, силовую линию вдоль обхода, что отображается «минусом» в соответствующем уравнении, во втором случае — наоборот, что отображается «плюсом».

Итак, уравнения Максвелла. Первое — теорема Гаусса, обобщение закона Кулона. Говорит о том, что электрическое поле бывает потенциальным и связано с зарядами. Второе — утверждение, что потенциального магнитного нет, ибо нет магнитных зарядов. Третье говорит о вихревом электрическом, связанном с переменным магнитным. И наконец, четвертое, содержащее то самое добавочное слагаемое, о котором шла речь, говорит о вихревом магнитном, связанном с токами и переменным электрическим. Из этих уравнений следует, как известно, глобальное предсказание относительно возможности существования электромагнитного поля в отсутствие токов и зарядов. Для того чтобы это увидеть, совершенно необязательно получать волновое уравнение, как это, разумеется, делается в вузе. Третье и часть четвертого уравнения показывают, что возможна ситуация $\boldsymbol{E} \neq 0$ и $\boldsymbol{B} \neq 0$ при $q = 0$ и $I = 0$. Электромагнитное поле существует взаимным порождением компонент. Возникающие при этом поля в отсутствие токов и зарядов оказываются переменными и, таким образом, порождают поле в соседних точках. Итак, поля в отсутствие зарядов и токов могут существовать только переменными, и процесс этот будет распространяться в пространстве с течением времени.

Эти же два уравнения — и опять без непосредственного получения волнового — позволяют в некой упрощенной редакции понять, как происходит это распространение, и даже вывести скорость этого процесса (*Суорц*). Действительно, рассмотрим некую «стенку магнитного поля», продвигающуюся с неизвестной пока нам скоростью вдоль оси ox (представлять поля однородными нам, конечно, будет необходимо, для того чтобы иметь возможность обойтись элементарной математикой). В плоскости xy выберем контур и применим второе уравнение, учитывая то, что циркуляция E отлична от нуля лишь вдоль одной стороны контура — «задней», поскольку до другой стороны контура — «передней» — стена магнитного поля еще «не добралась».

С учетом знаков для потока (по нормали) и циркуляции (по обходу) получим соотношение $E = vB$. После повторим все, используя четвертое уравнение, точнее добавочное слагаемое, и рассматривая движение вдоль ox «стены» возникшего на предыдущем шаге электрического поля, направленного вдоль y и выбирая контур в плоскости xz. Снова учтем, это отличная от нуля циркуляция B только вдоль той стороны контура, что «уже находится в поле», и с учетом знаков получим $B = \varepsilon_0\mu_0 vE$. Подставив E из предыдущего, получим, что $B = \varepsilon_0\mu_0 v^2 B$ и, соответственно, $v = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$. Процесс, упрощенно рассмотренный нами, есть электромагнитная волна, и мы, таким образом, вывели ее скорость. Воистину удивительно, что, для того чтобы узнать скорость распространения электромагнитной волны, можно не проводить вообще никаких опытов с реальными волнами — для этого требуется всего лишь знать константы ε_0 и μ_0, возникшие давным-давно в электростатике и магнитостатике и выясненные там, где речи не было и близко ни о какой волне. Когда во всех учебниках наперебой говорится невероятно много о важности и незаменимости опыта, можно и даже весьма полезно сказать отдельно несколько слов об абсолютной незаменимости и исключительной прогностической перспективности теоретического знания. Но требовать от клиента сколько-нибудь твердого выучивания этих материй, уже самых заключительных, про скорость волны — мы бы не стали. Тот самый случай, когда трата на это времени оправдывается лишь исключительным изяществом фрагмента...

Ну и последнее. Прекрасное численное совпадение найденной скорости с экспериментально измеренной (прежде всего астрономическими методами) скоростью света показывает, что, в частности, свет — это электромагнитная волна. Впоследствии волновая природа света будет подтверждена отдельно обнаружением у света специфических волновых явлений: интерференции, дифракции и поляризации. Но об этом дальше. Собственно, к этому «дальше» мы и переходим. Выяснив, что свет является электромагнитной волной, нам логично отдельно разобрать, что есть волна, а для этого сначала — что есть колебание, ибо волна — это распространение в пространстве с течением времени неких колебаний, после чего перейти в конце концов к оптике.

К ЗАДАЧАМ

Про то, что задачи на движение частиц в заданных полях (здесь добавились скрещенные поля) — чисто механические и решать их, стало быть, нужно по механическому алгоритму, говорилось много. Теперь, собственно, задачи на электромагнитную индукцию. Как ни странно, именно для задач порой нужно очень четко понимать, какой механизм возникновения индукционной ЭДС имеет место. Дело в том, что буквальное применение формулы через скорость изменения магнитного потока сплошь и рядом вызывает вопросы. К примеру (*Иродов*), дан вращающийся стержень, требуется найти наводимую там ЭДС. Через что же там поток? Какой там вообще контур? Там его нет. Для применения формулы $\varepsilon = -\Delta\Phi/\Delta t$ этот контур надо *вообразить*. Понятно, что следует, не раздумывая, идти на эту условность, понимая в принципе условность формулы, зиждущейся на «сопутствующем признаке». ЭДС наводиться, безусловно, будет, хотя никакого контура нет. Это понятно, если вспомнить, чем она обусловлена — продольной составляющей силы Лоренца; здесь она, разумеется, возникнет.

Отдельный тип задач — на отыскание вихревого электрического поля. К примеру, задача о том, до какой угловой скорости раскрутится заряженное диэлектрическое кольцо в изменяющемся магнитном поле (а оно под действием вихревого E именно *раскрутится*, в проводящем кольце возник бы ток). Для отыскания напряженности вихревого поля надо учесть, что, с одной стороны, ЭДС индукции — это скорость изменения магнитного потока через поверхность внутри контура (закон Фарадея), а с другой стороны — по определению ЭДС — удельная работа сторонней силы, в данном случае как раз со стороны вихревого поля за один оборот. Приравнивание этих двух выражений для ЭДС индукции и позволяет получить выражение для вихревого E. Что касается первого механизма — возникновения ЭДС индукции в движущемся проводнике — то это, как правило, формула Bvl, если проводник движется поступательно, или же $B\omega l^2/2$, если он вращается вокруг одного из своих концов. Выводы этих формул (не говоря уж о них самих) надо твердо знать наизусть и не выводить в каждой конкретной задаче. (Ничего особенного в этом нет, мы же не выводим в каждой задаче $mv^2/2$, или $kx^2/2$, или mgh, хотя они тоже, в принципе, выводятся.) Если система сколько-нибудь сложна, нужно немедленно переходить к эквивалентным схемам, изобразив в них движущиеся перемычки как источники, ЭДС которых вычисляются как Bvl, и решать стандартные задачи по теме «Постоянный ток», т.е. правилами Кирхгофа, вполне забыв на время решения об индукционной природе этих ЭДС.

Ну, вот и все, электродинамика завершена. Как нам уже пришлось обмолвиться, идеальный вариант, если сейчас как раз закончилась первая четверть, начало ноября. Впереди — осенние каникулы. И надо бы не потерять это время и парочку раз позаниматься с желающими решением олимпиад Физтеха. Не беспокойтесь, заставлять (Боже упаси!) никого не придется в помине — они сами, уверяем вас, попросят позаниматься. Да не попросят — умолять будут. Оно и понятно — начинаются олимпиады, надо поступать! Отборочные туры — вообще на носу. Да и заключительные — очные — не за горами, всего-то каких-нибудь месяца три...

Но при этом — известно доподлинно — есть-таки учителя другого склада, есть! Они не могут (пардон) пропустить каникулы, а то даже и выходные, оставив детей в покое и не увезя их куда-нибудь подальше!

Им посвящается тематически вполне уместное перед каникулами

отступление 14-е

ЭКСКУРСИИ

Лучше бы на них не ездить. Это вообще такой жанр, где главное не экспонаты, а экскурсовод. По крайней мере, именно так обстоит дело примерно в девяноста процентах случаев. То, на что смотришь, ничто по важности в сравнении с рассказом об этом, согласитесь. Это относится в некоторой степени даже к каким-нибудь импрессионистам, хотя, казалось бы, там рассказ не так уж важен — смотри. Ан нет, оказывается, всегда важен контекст, нюансы, комментарии профессионала. А уж если вместо Моне — модель генератора, или какая-нибудь турбина, или что-нибудь там из истории создания вечных двигателей, то тут уж рассказ экскурсовода — всё. Помнится, в Тарусе все время приходилось — по не-счастью, математический лагерь был совсем рядом — посещать дом-музей Цветаевой, где мы выучили, кажется, все стулья (благо, собраны были по сусекам в соседних домах). Надо признать, стулья как стулья. В случае бездарного экскурсовода делать там было нечего вообще. Помнится, ученики с тоски прикидывали местоположение центра масс стула и, когда наша горе-экскурсовод отворачивалась, производили в этом направлении нехитрые опыты. Прекратить эти вполне предметные изыскания не поднималась рука, ибо в противном случае оставалось только удавиться. С тех самых пор ненависть нашу к плохим экскурсиям можно сопоставить разве что с тем же чувством по отношению к плохим урокам. И очень жалко детей. Короче, идти на абы какого экскурсовода — попусту тратить время. Либо рассказывайте сами, либо экскурсовод должен быть хорош, тогда это имеет хоть какой-то смысл.

Теперь по поводу поездок. Боже упаси! В подавляющем большинстве случаев — заявляем это с полнейшей ответственностью — это самое непрофессиональное, что только делают учителя. Поясним. Нигде так, как в поездках, не сокращается дистанция между учеником и учителем, ничто так к этому не подталкивает. И совершенно неважно, что там в итоге — гостиница, как это, как правило, бывает теперь, или же «в школе на матах», как в прошедшие времена. Злая ирония судьбы состоит в том, что ко всем этим поездкам с неизбежным сокращением дистанции наиболее расположены учителя, имеющие явные проблемы с дисциплиной на уроке, т.е. те, кому ситуации, расшатывающие и без того шаткое равновесие, наиболее противопоказаны. На месте администрации школ стоило бы запрещать приказом любые походы и поездки тем, у кого с пресловутой дисциплиной даже на уроке — и то дело плохо. Им не надо никуда ездить — им надо употребить все силы, чтобы экстренно исправить это положение любой ценой. Любой, поскольку, пока дисциплины нет — об этом уже говорилось, научить нельзя ничему и никого, даже самого послушного, который ни в каких нарушениях не участвует и близко. Урок — мероприятие общественное. И если там проблемы — ни шагу за школьный порог. Представление, что вот там-то, «в неформальной обстановке», все и наладится, невообразимая чушь. Если у учителя все в порядке — пусть едет куда хочет. На любителя. Впрочем, не стоит и в этом случае. Учитель должен видеть смысл сохранить их восприятие его (извиняемся за корявое словесное конструирование — хочется донести мысль) исключительно «как человека у доски». Остальное — всяческое расширение образа — на наш взгляд, просто неполезно. Учителю не терпится показать им свою разносторонность и многогранность своей личности, что он еще и «жнец и на дуде игрец»? Ничего ужасного в этом нет, если это — часть инструмента в работе, а не примитивное кокетство.

Инструмент учителя, как это хорошо известно и всех нас учили этому в институте, это он сам. Поэтому нужно внимательно следить — не перестаете ли вы быть *инструментом*, не забылись ли часом. Если все в порядке, можно и показать (это про многогранность). Но лучше — уже выпускникам. После выпускного. Вообще, любую, на наш взгляд, дилемму, если она возникает, сказать ли хоть что-то за рамками стандартной процедуры *до* выпускного или все-таки *после*, всегда решать в пользу второго. На всякий случай. Это — первое. Второе — все необходимое, в общем, можно показать на уроке. Мало того, там и есть этому самое место. Вы — *человек у доски*. Нет ничего хорошего, т.е. полезного, в преждевременном размывании этого образа. Профессия наша — как опять же известно, ничего нового тут не открыть, устроена как сказка о царевне-лягушке. Не надо жечь шкурку раньше времени. Всему — свой черед. Не надо. Вы — *учитель*. Именно в этом качестве они в вас и нуждаются. В этом. Им не просто совершенно не нужны, а откровенно противны попытки учителя занять нишу друга, брата, свата — не нужно всего этого! Друзей у них полно и без вас, да вы и не подойдете, честно говоря. А вот *учителя* без вас у них не будет. Будьте учителем, больше ничего не требуется. И не стремитесь «смазывать» этот образ, тем паче преднамеренно, во что-то другое. Не нужно без необходимости — по городам и весям. Останьтесь у доски — в их восприятии. Ей Богу, лучше будет всем, дело от этого только выиграет! Конечно, «жизнь богаче книги», как говаривал один наш выпускник — приходится их возить на всяческие олимпиады, турниры и тому подобное, никуда не денешься. Приходится. Но вот на байдарках — не надо! Уместнее будет, если это сделает руководитель водной секции. И в поход — руководитель туристической. И за границу — с родителями. Так лучше, поверьте. А не поверите — не удивляйтесь. Не удивляйтесь, что в один далеко не прекрасный момент вы с ужасом осознаете, это вы для них в первую очередь — турист-водник, вполне даже «продвинутый», который может и байдарку заштопать, и катамаран собрать. Но не учитель. А совмещение образов — поверьте — удается немногим. Хотя каждый неудачник почему-то полагает, что уж он-то — из этого числа. Это хорошо, если в результате получится, что он учитель только в третью очередь, а то ведь и вообще в двадцать пятую. Удивляться здесь (уж простите за эту категоричность) абсолютно нечему. Ничего странного.

НА ДОСКЕ

листы № 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

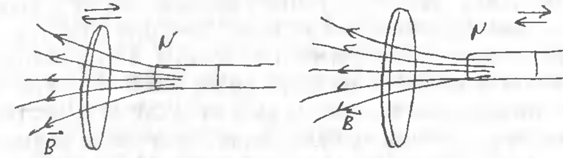
№ 910, 909, 912 (ЛРЩ);
23.48, 23.49 (Г);
3.115, 3.119, 3.116, 3.117, 3.112, 3.113, 3.114 (М);
13.22, 13.24, 13.26, 13.27 (Баум);
3.4.6, 3.4.7, 3.4.8, 3.4.9, 3.4.10, 3.4.11, 3.4.13, 3.4.12, 3.4.14 (ВМК).

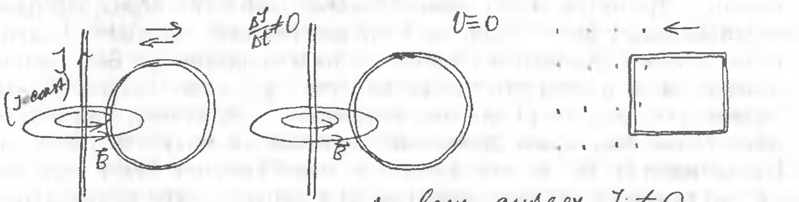
«САВЧЕНКО»

№ 11.1.20, 11.1.24, 11.5.11, 11.5.17, 11.5.18, 11.2.8(б), 11.2.14, 11.2.15, 11.2.17, 11.5.25, 11.5.26, 11.5.6.

Электромагнитная индукция.

Опыты Фарадея





Во всех случаях $I_i \neq 0$ (возникает ток в витке)

Во всех случаях $\frac{\Delta N}{\Delta t} \neq 0$, т.е. $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \neq 0$ $(\Phi = (\vec B, \vec S) = BS\cos\alpha)$

$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$ чтобы не говорить об R витка — говорим об $\mathcal{E}_i$ („ЭДС индукции")

Итак, у опыта:

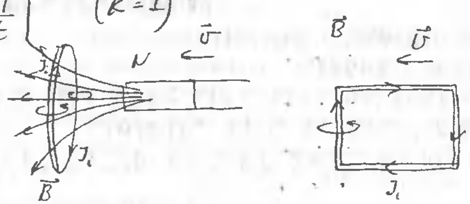
$|\mathcal{E}_i| \neq 0$ при $\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| \neq 0$, причем

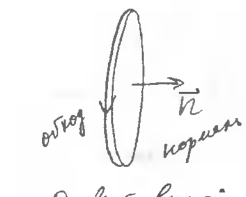
$$|\mathcal{E}_i| \sim \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$$

в СИ $|\mathcal{E}_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$ $(k=1)$

Правило Ленца

I_i своим магн. полем стремится скомпенсировать то $\Delta\Phi$, которое вызвало данный I_i





„Правый винт"

Если траектория так, как говорит правило Ленца, то

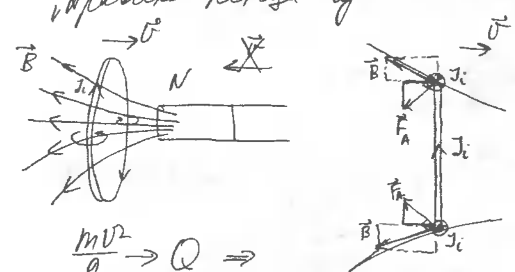
при $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$; $\mathcal{E}_i < 0$

при $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} < 0$; $\mathcal{E}_i > 0$, т.е.

$$\underline{\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}$$

З-н электромагнитной индукции Фарадея

„Правило Ленца и ЗСЭ"



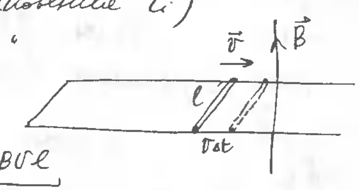
$\frac{mv^2}{2} \to Q \Rightarrow$

$\frac{mv^2}{2}$ уменьшается $\Rightarrow F_A$ тормозящая

по F_A определяем направл. I_i

Интерпретация эл.-м. индукции
(„Механизм возникновения $\mathcal{E}_i$")

1. „Сила Лоренца"



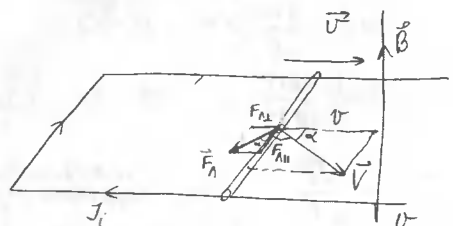
1) $|\mathcal{E}_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B\frac{\Delta S}{\Delta t} = B\frac{lv\Delta t}{\Delta t} = \underline{Bvl}$

2) $|\mathcal{E}_i| = \frac{A_{F_Л}}{q} = \frac{qvBl}{q} = \underline{Bvl}$

Но! $\vec F_Л \perp \vec v \Rightarrow \underline{A_{F_Л} = 0}$

„Почему"

„Разрешение противоречия" Верный рисунок



Пусть част. полож.

V – полная скор. частицы

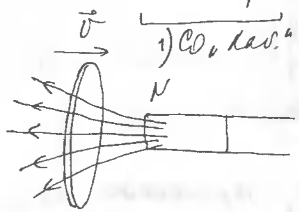
$V\cos\alpha = v$ стержня

$$|\mathcal{E}_i| = \frac{A_{F_{Л\parallel}}}{q} = \frac{qVB\cos\alpha\, l}{q} = \frac{Bl\,\overbrace{V\cos\alpha}}{q} = \underline{Bvl}$$

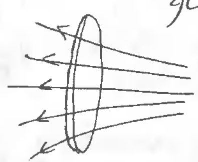
Итак: $\underline{|\mathcal{E}_i| = \frac{A_{F_{Л\parallel}}}{q}}$ Но

1) СО „лаб."

2) СО „кольцо"



$\vec v \ne 0 \Rightarrow \vec F_Л \ne 0$



$\vec v = 0 \Rightarrow \vec F_Л = 0$

Здесь $\underline{|\mathcal{E}_i| = \frac{A_{F_{Л\parallel}}}{q}}$

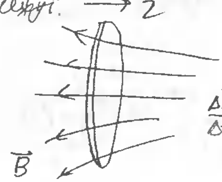
Чем обусловлена в таком случае $\mathcal{E}_i$?

Здесь: $\frac{\Delta \vec B}{\Delta t} \ne 0 \Rightarrow \vec E_{вихр} = 0$.

Итак „изменение $\vec B$ порождает вихревое $\vec E$"

СО „промежут." $\longrightarrow \frac{\vec v}{2}$

И здесь: $\underline{|\mathcal{E}_i| = \frac{A_{E_{вихр}}}{q}}$



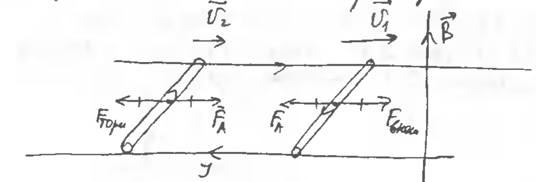
$$\left.\begin{aligned}\vec v \ne 0 &\Rightarrow \vec F_Л \ne 0\\ \frac{\Delta \vec B}{\Delta t} \ne 0 &\Rightarrow \vec E_{вихр} \ne 0\end{aligned}\right\}\ \underline{\mathcal{E}_i = \frac{A_F}{q}},\ \text{где}$$

$$\underline{\vec F = q\vec E_{вихр} + q[\vec v, \vec B]}$$

(„в общем случае")

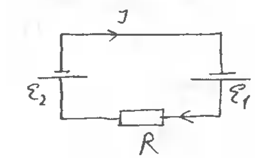
83

Двигатель и генератор



$\mathcal{E}_1 = Bv_1 l$

$\mathcal{E}_2 = Bv_2 l$

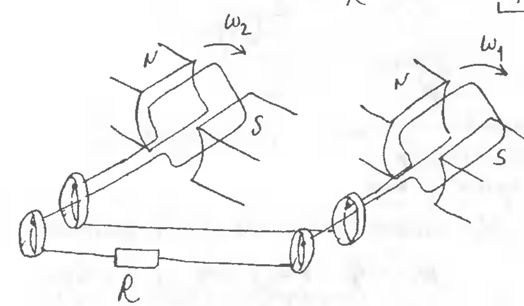


$$\underline{J = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R}}$$

При $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ – (1) – генератор („двиг. как помеха" – F_A)

(2) – двигатель („генер как помеха" – $\mathcal{E}_2$)

$$F = F_A = JBl = \frac{Bv_1l - Bv_2l}{R}Bl = \underline{\frac{B^2l^2}{R}(v_1 - v_2)}$$

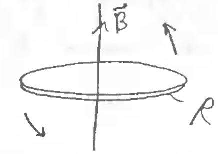


84

„Формула для заряда и изменение потока"

Пусть в результате неких манипуляций поток изменился на $\Delta\Phi$. Сопротивление контура R. Найти протекший через контур заряд Δq

Рассмотрим $\Delta t_i \to 0$



$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t_i}$$

$$J_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$$

$$\Delta q_i = J_i \Delta t_i$$

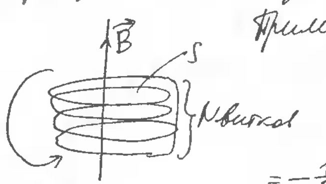
$$\Delta q_i = \frac{\mathcal{E}_i \Delta t_i}{R} = -\frac{\Delta\Phi_i}{\Delta t_i}\frac{\Delta t_i}{R} = -\frac{\Delta\Phi_i}{R}$$

$$\Delta q = \sum_i \Delta q_i = \sum_i\left(-\frac{\Delta\Phi_i}{R}\right) = -\frac{1}{R}\underbrace{\sum_i \Delta\Phi_i}_{\Delta\Phi} = -\frac{\Delta\Phi}{R}$$

$$\underline{\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R}}$$

$\Delta q > 0$ — „по обходу";
$\Delta q < 0$ — „против обхода".

„Как проводилась манипуляция — не имеет значения".

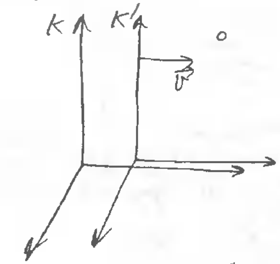


Пример: катушку из N витков повернули на 180°. Δq — ?

$$\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{1}{R}\big(BSN - (-BSN)\big) = \frac{-2BSN}{R}$$

85

Зависимость $\vec{E}$ и $\vec{B}$ от системы отсчёта. Преобразования полей.



$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$\vec{F}' = m'\vec{a}'$$
$$\vec{a}' = \vec{a} \;; \quad m = \frac{a_{эт}}{a}$$
$$m' = \frac{a_{эт}'}{a'}$$
$$m' = m$$

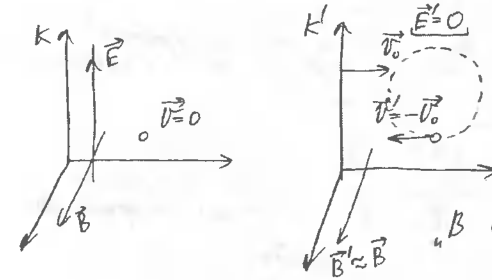
Следовательно: $\vec{F}' = \vec{F}$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$
$$\vec{F}' = q\vec{E}' + q[\vec{v}', \vec{B}']$$

Пусть в K' частица неподвижна: $\vec{v}' = 0$

$$q\vec{E}' = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$$
$$\underline{\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]}$$
$$\underline{\vec{B}' = \vec{B} - \mu_0\varepsilon_0[\vec{v}, \vec{E}]}$$

„Скрещенные поля". Пусть $v_0 = \frac{E}{B}$. Тогда



$\vec{E}' = 0$. При $v_0 \ll \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c$
$\vec{B}' \approx \vec{B}$

„В СО K' — только магнитное поле"

$v' = v_0 \;; \quad qvB = m\frac{v^2}{R}$

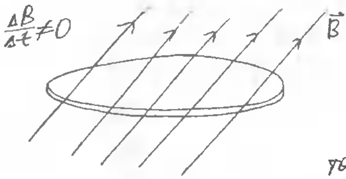
$R = \frac{mv}{qB}$ — окружность

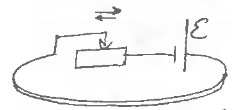
В СО K — циклоида

86

Самоиндукция.

$\frac{\Delta B}{\Delta t} \neq 0$ $\vec{B}$





Самоиндукция: изменяется ток в цепи → изменяется его B — изменяется Φ через этот контур

$\Phi \sim B; \; B \sim I$ итак

$\Phi \sim I; \; \frac{\Phi}{I} = const$

$\underbrace{L = \frac{\Phi}{I}}$ индуктивность контура.

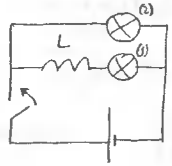
Размерности (СИ): $[B] = \frac{[F]}{[I][l]} = \frac{Н}{А \cdot м} = Тл$ («Тесла»)

$[\Phi] = [B][S] = Тл\, м^2 = Вб$ («Вебер»)

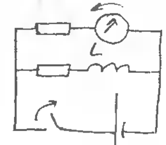
$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{Вб}{А} = Гн$ («Генри»)

$\underbrace{\mathcal{E}_{is} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}}$ З-н эл-м индукции Фарадея для самоиндукции.

Следовательно: $[L] = \frac{[\mathcal{E}]}{\left[\frac{\Delta I}{\Delta t}\right]} = \frac{В}{\frac{А}{с}}$ Наблюдение самоиндукции.

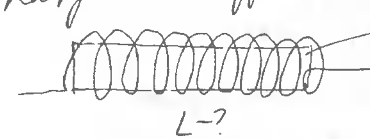
1) 

(1)-ая лампочка разгорается медленнее

2) 

стрелка гальванометра отбрасывается в другую сторону

Катушка индуктивности



$\mu = \frac{B}{B_0}$ — магнитная проницаемость

$L - ?$

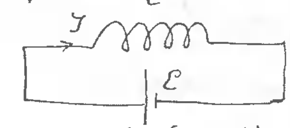
$B = \mu\mu_0 n I$ — из теоремы о циркуляции

$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{BSN}{I} = \frac{\mu\mu_0 n \cancel{I} S N}{\cancel{I}} =$ $n \equiv \frac{N}{l}$

$\underbrace{= \mu\mu_0 n N S = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 l S}$

индуктивность длинного соленоида (катушки индуктивности)

Энергия магнитного поля



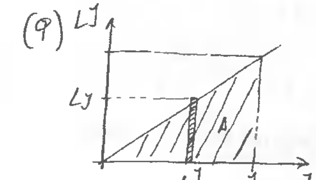
$\mathcal{E} + \mathcal{E}_{is} = iR^{\to 0}$ (R=0)

$\mathcal{E}_{is} = -\mathcal{E}$

$\Delta t \to 0$

$\Delta A = \Delta q \mathcal{E} = \Delta q(-\mathcal{E}_s) =$

$= \Delta q\left(-\left(-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right)\right) = \Delta q L \frac{\Delta I}{\Delta t} = I\cancel{\Delta t} L \frac{\Delta I}{\cancel{\Delta t}} = \underbrace{L I \Delta I}$



$A = \sum \Delta A = \frac{LI^2}{2}$

$\underbrace{W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}}$ энергия магн. поля в катушке

Объёмная плотность энергии:

$w \equiv \frac{W}{V} = \frac{\Phi^2}{2LV} = \frac{B^2 S^2 \cancel{N^2}}{2\mu\mu_0 \frac{\cancel{N^2}}{l} S^2 l \cancel{S}} = \underbrace{\frac{B^2}{2\mu\mu_0}}$

Итак

$$\sum E_\perp \Delta S = \frac{q_{внутр}}{\varepsilon_0}$$ – теорема Гаусса

$$\sum B_\perp \Delta S = 0$$ – „отсутствие магн. зарядов"

$$\sum E_\parallel \Delta l = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

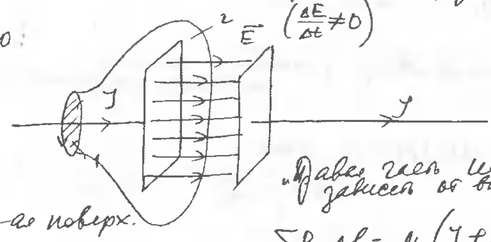
$\sum E_\parallel \Delta l$ – удельная работа вихр. поля – $\mathcal{E}_i$

$$\mathcal{E}_i = \frac{A_{F_{л\parallel}}}{q} = \frac{F_{л\parallel} l}{q} = \frac{\cancel{q} E_\parallel l}{\cancel{q}} = E_\parallel l$$

Индукционное поле $\sum E_\parallel \Delta l$ – з-н Фарадея

$$\sum B_\parallel \Delta l = \mu_0 I_{внутр}$$ – теорема о циркуляции

Но:



„Правая часть не должна зависеть от выбора поверхности"

1-ая поверх.

$Bl = \mu_0 I$

2-ая поверх.

$Bl = 0$ (?)

$$\sum B_\parallel \Delta l = \mu_0 (I + I_{см})$$

$I_{см}$ – „ток смещения"

$I_{см}$ – ?

Для 2-ой поверхности $Bl = \mu_0 I_{см}$ и это должно быть равно $\mu_0 I$.

Итак $$I_{см} = I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta \sigma S}{\Delta t} = \varepsilon_0 S \frac{\Delta E}{\Delta t} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}}$$

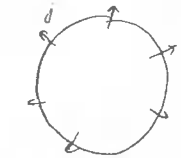
$\sigma = \frac{q}{S}$;

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

„Переменное электрическое поле порождает магнитное"

$$\underbrace{\sum B_\parallel \Delta l = \mu_0 I_{внутр} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}}$$

„Рассуждение Максвелла".



Заряженный шар разряжается „в однородной слабопроводящей среде"

$\sum B_\parallel \Delta l = 0$ т. к. $\vec{B} = 0$

$\left(\begin{array}{l} B_n = 0 \text{ – поле вихревое} \\ B_\tau = 0 \text{ – сообраож. симметрии} \end{array} \right)$

$$\sum B_\parallel \Delta l = \mu_0 (I + I_{см}) = 0 \Rightarrow I_{см} + I = 0$$

$$I_{см} = -I = -\frac{\Delta q_{ушедш. заряд}}{\Delta t} = -\frac{\Delta(q_0 - q_{оставш. заряд})}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{\Delta t} =$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2 \Delta E}{\Delta t} = \varepsilon_0 S \frac{\Delta E}{\Delta t} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}}$$

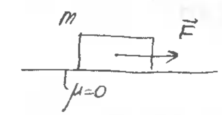
$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$;

$S = 4\pi R^2$

Итак, „ток смещения"

$$\underbrace{I_{см} = \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}} \quad (СИ)$$

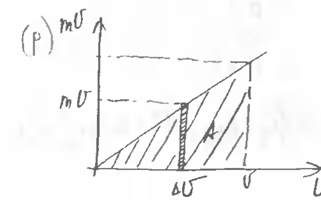
Аналогия самоиндукции и инерции.



$F = ma$; $\Delta t \to 0$

$$\Delta A = F \Delta x = m a v \Delta t = m \frac{\Delta v}{\Delta t} v \Delta t =$$

$$= \underbrace{m v \Delta v}$$



$$A = \sum \Delta A = \frac{mv^2}{2}$$

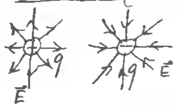
$$\underbrace{W = \frac{mv^2}{2} = \frac{pv}{2} = \frac{p^2}{2m}}$$

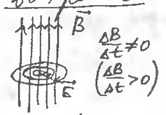
Электромагнитное поле

Э.-м поле

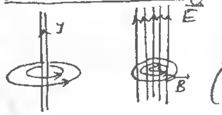
электрическое — магнитное (вихр)

потенц (электростатическое) — вихревое





$\frac{\Delta B}{\Delta t} \neq 0$ $\left(\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0\right)$



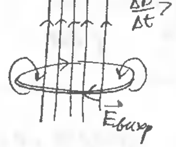
$\frac{\Delta E}{\Delta t} \neq 0$ $\left(\frac{\Delta E}{\Delta t} > 0\right)$

„Правило знаков"

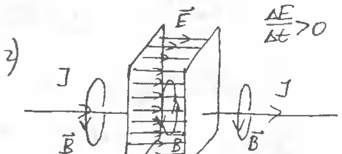
1) $\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$

Правило Ленца

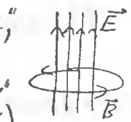
$\frac{\Delta B}{\Delta t} > 0$



2) $\frac{\Delta E}{\Delta t} > 0$



$\vec B$ – „как ток",
т. е.
„правило буравчика"
(при $\frac{\Delta E}{\Delta t} > 0$!)



„Уравнение Максвелла"

$$\sum E_\perp \Delta S = \frac{q}{\varepsilon_0}, \qquad \oint \vec E d\vec S = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho dV,$$

$$\sum B_\perp \Delta S = 0, \qquad \oint \vec B d\vec S = 0;$$

$$\sum E_\parallel \Delta l = -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}, \qquad \oint \vec E d\vec l = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec B d\vec S,$$

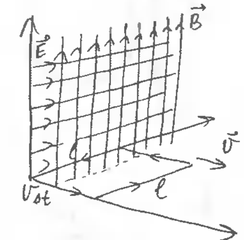
$$\sum B_\parallel \Delta l = \mu_0 J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t} \qquad \oint \vec B d\vec l = \mu_0 \int \vec j d\vec S + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\int \vec E d\vec S$$

91

Электромагнитные волны

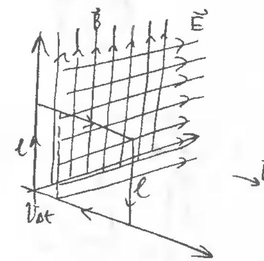
При $q = 0$, $J = 0$

$$\left.\begin{aligned} \sum E_\parallel \Delta l &= -\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \\ \sum B_\parallel \Delta l &= \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t} \end{aligned}\right\}$$



$$-El = -\frac{v\Delta t\, l B}{\Delta t}$$

$$\underline{E = vB}$$



$$B l = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{v\Delta t\, l E}{\Delta t}$$

$$\underline{B = \mu_0 \varepsilon_0 E v}$$

$$\cancel{B} = \mu_0 \varepsilon_0 v \cdot v \cancel{B}$$

$$1 = \mu_0 \varepsilon_0 v^2$$

$$\underbrace{v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}_{\text{скорость электромагнитной волны}} = c \quad (\text{„скорость света"})$$

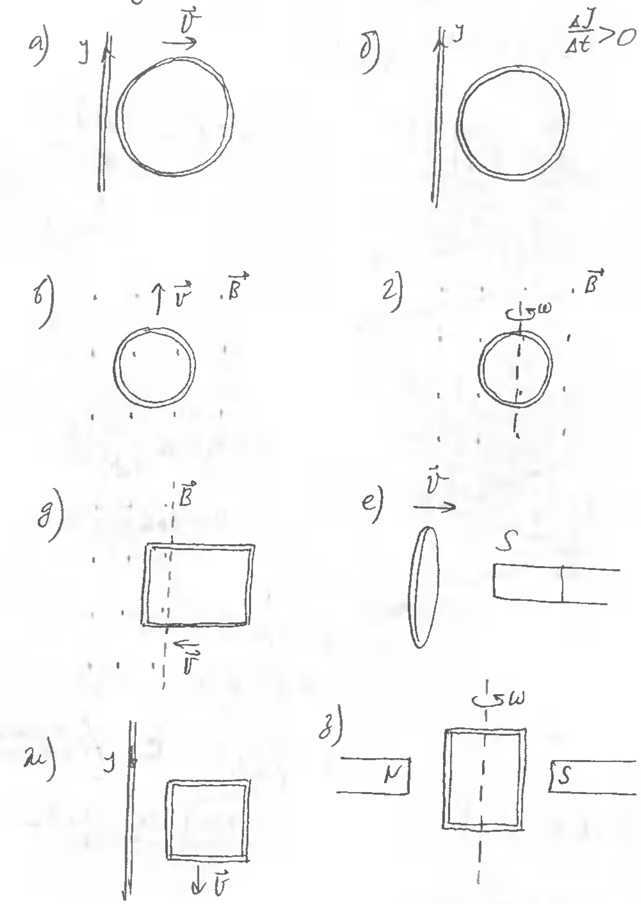
В в-ве (μ, ε)

$$\underline{v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}}$$

92

Упражнение.

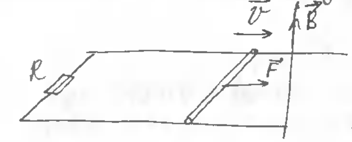
Найти направление индукционного тока. Показать способ нахождения



93

Задача № 1 „ЭДС в движ. пр-ках"

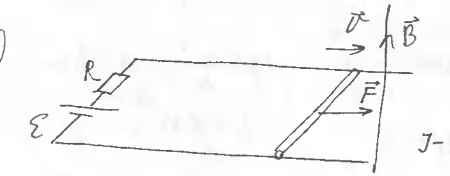
а)



J-? F-?

$$J = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \underline{\frac{Bvl}{R}}, \quad F = F_A = JBl = \frac{Bvl}{R}Bl = \underline{\frac{B^2l^2v}{R}}$$

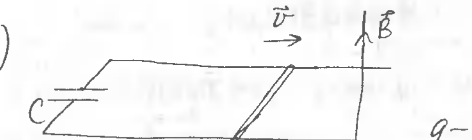
б)



J-?

$$J = \frac{\mathcal{E}+\mathcal{E}_i}{R} = \underline{\frac{\mathcal{E}+Bvl}{R}}; \quad F = F_A = \underline{\frac{\mathcal{E}+Bvl}{R}Bl}$$

в)



q-?

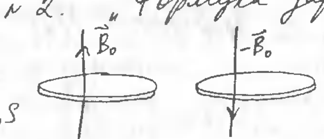
$$q = CU_c = C\mathcal{E}_i = \underline{CBvl}$$

Задача № 2 „Формула заряда и потока".

Дано

$\pm B_0, R, S$

$|\Delta q|$-?



$$|\Delta q| = \frac{|\Delta\Phi|}{R} = \frac{B_0S-(-B_0S)}{R} = \underline{\frac{2B_0S}{R}}$$

94

Задача № 3. „Вращающийся проводник"

Дано:
l, ω, B

$\mathcal{E}_i$ — ?

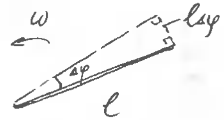
$\odot\vec{B}$

1) $\mathcal{E}_i = B v_{ср} l$

$v_{ср} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{\omega l}{2}$

$\mathcal{E}_i = B\frac{\omega l}{2} l = \boxed{\frac{B\omega l^2}{2}}$

2)



$|\mathcal{E}_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B\left|\frac{\Delta S}{\Delta t}\right| = B\frac{l^2}{2}\underbrace{\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}_{=\omega} = \boxed{\frac{B\omega l^2}{2}}$

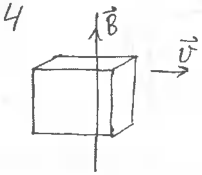
$\Delta t \to 0,\ \Delta\varphi \to 0$

$\Delta S \approx \frac{1}{2} l \cdot l\Delta\varphi = \frac{l^2\Delta\varphi}{2}$

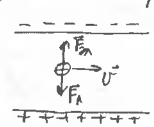
Задача № 4

Дано:
$v, B,$

σ — ?



1) СО „лабор" $\odot\vec{B}$



$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\sigma = \varepsilon_0 E$

$F_л = F_{эл}$

$qvB = qE$

$E = vB \Rightarrow$

$\boxed{\sigma = \varepsilon_0 vB}$

2) СО „Движущийся брусок" $\odot\vec{B}$

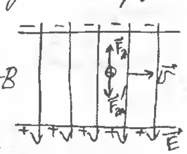
$v = 0,\ F_л = 0$

$\vec{E}' = \vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]$

$\vec{E}' = [\vec{v}, \vec{B}]$

$(\vec{E} = 0)$

$E' = vB$



$F_{эл} = F_{эл}'$

$qE = qE'$

$E = E' = vB$

$\boxed{\sigma = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 vB}$

95

Раздел IV
КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Изящный раздел с исключительно изящными задачами. Последнее, впрочем, скорее относится к первой его части («Колебания»). Великолепная возможность все наконец объединить и увязать — имеется в виду вся «Механика» и абсолютно весь «Электромагнетизм». Да и вообще всё. После этого раздела — в идеале — не потребуется никаких отдельных увещеваний на тему единства Природы и универсальности математики как инструмента ее постижения. Да, и еще. Уникальная возможность безошибочно проверить, усвоены ли ими предшествующие разделы — практически все.

«Волны» скорее трамплин к «Оптике», в чем и усматривается основная функция этой части.

Глава 1
КОЛЕБАНИЯ

1.1. СВОБОДНЫЕ НЕЗАТУХАЮЩИЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ

Прежде всего уточним: определение колебаний учебниковое, а именно «периодически или почти периодически повторяющиеся движения» — только запутывает дело. И существенно отдаляет то верное понимание, которое так потребуется им в задачах. Согласно этому определению движение пятого трамвая от вокзала до рынка — колебание, ибо «периодически или почти периодически повторяющееся». И движение Луны вокруг Земли — колебание, и движение поршня в цилиндре тепловой машины — тоже. Хотя интуитивно при этом понятно, что имеется в виду совсем не это. Отнюдь не любые периодические движения — колебания. К ним явно не относятся — и потому требуется от них отделить — условно-равномерное по окружности (Луна), возвратно-поступательное (поршень), несмотря на их периодичность. Дело в том, что колебания — это периодические или почти периодические движения в так называемых колебательных системах или *осцилляторах* — это обстоятельство и логично сделать определением (*Матвеев*).

Итак, колебания — процессы в осцилляторе. Понятно, смысловой центр тяжести перенесен на определение осциллятора. В основу этого определения требуется положить самую суть, тот инвариант, который определяет все колебательные системы. В чем он? Колебательные системы или осцилляторы — это системы, обладающие состоянием *устойчивого равновесия*. Самое время поговорить о видах равновесия, если вдруг это почему-то не сделалось в статике или уже забылось с тех пор. Причем лучше освежить не только динамическое определение разных видов равновесия: устойчивое — при малом отклонении возникает сила, стремящаяся вернуть систему в равновесие; неустойчивое — стремится увести от равновесия; безразличное — сил не возникает, но и энергетическое: устойчивое — минимум потенциальной энергии; неустойчивое — максимум: безразличное — отсутствие экстремума. Мало того, стоит показать связь динамического и энергетического определений и, таким образом, вывести формулу связи потенциальной силы и изменения потенциальной энергии — формулу, частный случай которой нам уже известен, это не что иное, как связь напряженности и потенциала. Здесь же, чтобы не делать этого тогда, когда уже настанет момент рассказать хотя бы сугубо приблизительно о туннельном эффекте, можно объяснить, как понимать модели потенциального барьера и потенциальной ямы.

Потенциальной ямой называется всего лишь кривая зависимость потенциальной энергии от координаты, имеющая минимум (соответственно, потенциальный барьер — максимум). Надо объяснить, почему частица (классическая, разумеется, не квантовая) находится непременно «внутри ямы». Дело в том, что энергия частицы, которая постоянна, обозначится горизонтальной чертой («полочкой»), которая будет пролегать от границы ямы до другой границы. Представим себе любую точку «полочки»: здесь полная энергия — высота «полочки», еще раз повторимся — она постоянна, а ордината точки — потенциальная энергия в ней. Разность этих высот — «полочки» и точки пересечения вертикали с кривой — есть разность полной энергии и потенциальной, т.е. — кинетическая. Если представить себе продолжение «полочки» за кривую потенциальной энергии и некую точку там — потенциальная энергия окажется выше «полочки», т.е. больше полной, и кинетическая должна была бы быть в этом случае отрицательной, чего быть не может. Следовательно, состояние частицы может изобразиться любой точкой на «полочке» между ветвями нашего графика, но не вне ветвей. И это относится к любой «полочке», которую мы можем изобразить.

Таким образом, состояние осциллятора может быть изображено исключительно точками внутри ямы, и никак иначе. Точно так же состояние системы не может изображаться точками внутри барьера, а только вне его; в противном случае у нас опять же потенциальная энергия будет оказываться больше полной и, стало быть, кинетическая — отрицательной, что невозможно. Кстати, изобразив полочку для осциллятора с некой полной энергией и опустив вертикали из точек пересечения ее с графиком потенциальной энергии, мы найдем на оси абсцисс крайние точки движения частицы. Действительно, именно в этих точках потенциальная энергия равна полной, стало быть, кинетическая равна нулю, а значит, это и есть точки поворота. Забегая вперед и заранее зная о том, что придется говорить об осцилляторе квантовом, отметим, что в классическом осцилляторе «полочка» может располагаться на любой высоте. Этим выражается то обстоятельство, что энергия осциллятора может быть любой, в квантовом же случае, понятно, это будет не так, о чем будет говориться как о квантовании, — ну, да об этом в свой момент.

Итак, осциллятор, обладающий состоянием устойчивого равновесия, будет иметь график $W(x)$ с минимумом, т.е. в виде ямы; сила же, всегда направленная в случае устойчивого равновесия к равновесию, и будет той возвращающей силой, благодаря которой движения вблизи этого состояния устойчивого равновесия и будут периодичны.

Но на самом деле наличия возвращающейся силы для возникновения периодических движений мало; требуется еще, чтобы состояние это, к которому возвращает систему сила, всегда «проскакивалось», чтобы система не оставалась в этом состоянии. За «проскакивание» отвечает, разумеется, инертность. И это второй фактор, необходимый — наряду с возвращающей силой — для периодического процесса. Вот, собственно, качественная зарисовка колебаний.

Впрочем, качественную картину можно нарисовать и подробней. Вот пружинный осциллятор — груз на пружине, находящийся на гладкой горизонтальной поверхности. Мы деформируем пружину — она, допустим, растянута. Возникает сила упругости; в крайней точке, где деформация максимальна, сила эта — по закону Гука — тоже максимальна. И по второму закону Ньютона там, стало быть, максимально ускорение. Скорость в этот момент — ноль. Это одна из крайних точек будущих колебаний. Груз начинает двигаться к положению равновесия — это движение, разумеется, не равномерное (есть сила) и не равноускоренное (сила переменна, ибо зависит от координаты). Через время, равное (забегая вперед) четверти периода, груз проскакивает равновесие. Почему — качественно — равновесие проскакивается? Причину понять легко: к моменту, когда деформация пружины и, стало быть, сила упругости равны нулю и груз «ничего не толкает», у него набрана скорость, и он, будучи массивным, т.е. инертным, просто-напросто не в состоянии потерять эту скорость мгновенно. Скорость его — в этом, собственно, и состоит свойство инертности — уменьшается постепенно, и остановка происходит отнюдь не в равновесии, а в другой крайней точке. В равновесии сила и ускорение, как мы уже выяснили, нулевые, а скорость не просто отлична от нуля, она, как несложно понять, там максимальна! Действительно, именно до равновесия скорость совпадает по направлению с силой и поэтому растет. После, когда начнется уже сжатие пружины, сила упругости станет тормозящей, и после состояния равновесия скорость начнет уменьшаться, чтобы наконец сделаться нулевой во второй крайней точке.

Еще очевидней максимальность скорости в момент прохождения положения равновесия из энергетических соображений. В этом положении деформация нулевая и, стало быть, равна нулю потенциальная энергия. А при отсутствии трения полная энергия неизменна, ибо никуда не переходит, оставаясь все время механической. Стало быть, она целиком стала кинетической, кинетическая в этот момент равна полной, стало быть, максимальна. Так же очевидно из энергетических соображений, что вторая крайняя точка расположена от точки равновесия на том же расстоянии, что и первая, т.е. колебание симметрично. В крайней точке, напротив, кинетическая энергия нулевая — это по определению точка остановки, стало быть, вся полная стала потенциальной — и при этом, естественно, такой же, как вначале. Следовательно, деформация во второй крайней точке равна деформации в первой — вторая точка расположена симметрично первой. Изобразим результаты этих наших сугубо «качественных» комментариев графически. Разумеется, подобное наше рассмотрение доказательной силы не имело и косинусоид с фазовым сдвигом друг относительно друга из него никогда не получить, и тем не менее советуем здесь опуститься до определенного безобидного лукавства и изобразить на доске эти графики «сразу правильно». Тем более что действительная правильность таких графиков будет вытекать исключительно из математических выкладок, которые, в свою очередь, в главном своем пункте должны будут также быть приняты учениками на веру и доказаны корректно уже только в вузе. Последнее, впрочем, может не относиться к математическим классам, где не только показывается, что данное дифференциальное уравнение имеет такое решение, но и доказывается единственность последнего.

Итак, рисуем графики и обсуждаем, что они выражают ровно то, о чем мы «догадались» в результате качественного рассмотрения. Далее — то же самое «с математикой». Задача, которая будет решаться, есть не что иное, как основная задача механики в первозданной редакции — мы должны получить формулы, позволяющие предсказать положение колеблющегося тела в любой момент времени. Такой формулой будет являться, как уже говорилось, решение дифференциального уравнения второго порядка, а именно формула $x(t)$; и вот как раз то обстоятельство, что эта формула имеет именно такой вид, и придется принять без вывода в виде некой математической ссылки. Увы, так придется поступить — временно — даже в матклассе, поскольку дифференциальные уравнения в курсе матанализа к тому моменту будут, скорее всего, еще не пройдены.

Собственно, недоказанной для математиков остается в этом случае лишь единственность решения — то обстоятельство, что решение вообще подходит, проверяется простым двукратным дифференцированием. Здесь, конечно, требуется проверить и достоверно убедиться, что все понимают, что первая производная координаты есть проекция скорости на соответствующую координатную ось, а вторая производная координаты (и соответственно, первая — проекции скорости) — проекция ускорения. Объяснять очень долго это не придется — переход от «дельт» к производным, как показывает практика, вполне безболезнен и скор, и все сложности здесь, в общем, надуманы. Просто не надо ни в коем случае предупреждать их о том, что это — сложно. Напротив, надо всем своим видом показывать, что ничего такого не происходит: производная — ну ведь они же ее прошли? — так в чем же дело!

Далее — терминология. Колебания, происходящие по закону синуса или косинуса, — *гармонические*. Аргумент синуса или косинуса — *фаза*. К ней лучше всего относиться, в лучшем смысле этого слова, формально — то, что стоит под знаком синуса — и все. Можно после (после!) — показать, что, по сути, она показывает, какая доля периода прошла к данному моменту колебаний. Фаза в начальный момент — *начальная фаза*, максимальное значение изменяющейся величины — *амплитуда* (не стоит определять амплитуду просто как максимальное смещение; понятно, что так можно определить амплитуду *координаты* — и только, тогда как можно говорить и об амплитуде скорости, ускорения, энергии и т.д.). Так же вводятся период и частота, которые обозначают ровно то, что и в условно-равномерном движении по окружности, только вместо оборота — колебание: время одного колебания и число колебаний в единицу времени. Осталась *циклическая частота*. Пользуясь формулой связи циклической частоты с обычной, учебник формулирует смысл этой величины как «число колебаний в два пи секунд», что, безусловно, верно, ведь частота — число колебаний в секунду, а циклическая частота в 2π раз больше. Однако представляется, что важнее то, что величина эта есть скорость изменения фазы, т.е. изменение аргумента синуса или косинуса в единицу времени. Для задач же это будет, несомненно, самая важная величина, она-то и будет отыскиваться в подавляющем их большинстве. Дело в том, что эта величина связана с периодом. И еще в том, что она — это ученики должны усвоить безукоризненно — не зависит, как мы можем убедиться, выводя уравнение, от начальных условий — начальной координаты и начальной скорости, т.е. от того, как возбудили колебание, а однозначно определяется параметрами данного осциллятора. То же самое, стало быть, можно заключить и про период, для отыскания которого в задачах и будет, как правило, отыскиваться циклическая частота.

Колебания, рассмотренные нами, таковы, что в системе действуют исключительно внутренние силы, и для возникновения этих колебаний достаточно того, чтобы осциллятор был выведен из состояния равновесия — и только. Такие колебания, происходящие без внешней периодической силы, назовем *свободными*. Естественно, в реальности в любом осцилляторе кроме внутренних потенциальных сил действуют диссипативные — трение. И механическая энергия в связи с этим переходит во внутреннюю, из-за чего амплитуда колебаний постепенно уменьшается, т.е. колебания являются *затухающими*. Естественно, мы, как и всегда, начали с идеализированной модели, где трения нет, и, таким образом, рассмотренные нами свободные колебания — незатухающие. Осталось рассмотреть в этих свободных незатухающих колебаниях энергетический аспект. Формулы показывают, что кинетическая и потенциальная энергия, что мы, в общем, уже выяснили качественно, колеблются в противофазе друг с другом и с удвоенной по сравнению с самим колебанием частотой. Последнее тоже понятно. Дважды в течение одного колебания деформация пружины максимальна (крайние точки), дважды равна нулю (равновесие); то же самое можно сказать про скорость, которая дважды равна нулю (крайние точки) и дважды максимальна (равновесие). Знак же — как деформации, так и проекции скорости — для энергии не важен, ибо и координата, и скорость входят в соответствующие формулы в квадрате. Полная механическая энергия, как это и должно быть при отсутствии трения, оказывается постоянной, что уже было ясно. Постоянство полной энергии позволяет иным способом, не используя второй закон Ньютона, получить уравнение свободных незатухающих колебаний: вывод состоит в требовании равенства нулю — как константы — первой производной механической энергии по времени. Решений мы получаем два — покой ($v = 0$) и движение, подчиняющееся искомому уравнению, — те два случая, энергия в которых сохраняется.

К ЗАДАЧАМ

В этом разделе, как, быть может, ни в каком другом, исключительно важно правильно идентифицировать задачу, дабы правильно (оптимально) начать ее решать. Здесь четко выделяются несколько типов, которые лучше — во избежание путаницы — сначала четко разобрать по отдельности, объяснив ученикам, что это совершенно разные типы, и уже потом, когда этот этап завершен, некоторое время позаниматься решением задач «вразброс», дабы клиент научился самостоятельному определению типа той или иной задачи.

Тип первый. Предъявляется осциллятор, задаются его параметры. Нужно найти период. Реально — циклическую частоту. В этом случае мы вообще всегда ищем именно ее. Деление 2π на полученное выражение — искомый период. Как это делается? Мы представляем осциллятор выведенным из равновесия, для простоты туда же — в сторону смешения — направляем ось (дабы перед $m\ddot{x}$ был бы всегда «плюс») и пытаемся записать для этого осциллятора второй закон Ньютона, попутно уложив его в «прокрустово ложе» вида $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$. То есть после перегруппировки у нас должно получаться, что вторая производная смешения ($\ddot{x}$) равна с обратным знаком некоему выражению, пропорциональному с постоянным коэффициентом самому смещению (x). Корень из этого постоянного множителя — перед «икс без точек» — искомая циклическая частота. Умение и навык в данном случае заключаются в этом самом умении «уложить» второй закон в вожделенный вид того самого уравнения. Если на этом пути встречаются кажущиеся непреодолимыми препятствия («мешает» некое слагаемое, искомый вид не получается), надо подумать в первую очередь о том, не мала ли «помеха», не пренебречь ли ею. В случае если это «помогает», надо это незамедлительно сделать и проинтерпретировать сделанное в том ключе, что в данном осцилляторе гармоническими колебаниями будут лишь *малые*, а отнюдь не любые. При произвольной амплитуде колебания будут иметь место, но, вообще говоря, они отнюдь не будут происходить по закону синуса или косинуса, т.е. будут ангармоничными.

Приближение «малости» будет тем точнее, чем меньше амплитуда. Как правило, в задаче требуется пренебречь всевозможными слагаемыми, содержащими смещение в неких степенях (чаще всего в квадрате) — это величина, более высокого порядка малости, на основании чего и осуществляется пренебрежение. В других задачах требуется учесть малость угла отклонения. Учет этот выражается в том, что косинус этого угла принимается за единицу, а синус считается неотличимым от самого угла. (Действительно, посмотрев на синусоиду, убедимся, что вблизи нуля она почти отрезок прямой под углом 45° к оси.) Именно так решается задача о математическом маятнике — точечном грузе на невесомой нити. Задачу эту можно записать аж тремя способами, считая смещением горизонтальную координату, дугу или же угол отклонения; малость, разумеется, требуется учитывать в любом случае, ибо обусловлена она не способом записи, а тем, что произвольные — любой амплитуды — колебания маятника гармоническими не являются. Отбрасывание мешающего довеска, не позволяющего достичь вожделенного вида, как раз требует от научающегося некоего внутреннего усилия. Именно этому и надо научиться. Посему надо решить не одну задачу на это и не две; так что особое внимание маятнику — отнюдь не случайно.

Тип второй. Сходен с первым тем, что циклическая частота (а искомое — тоже циклическая частота или же период, но отыскивается снова именно циклическая частота) снова находится исключительно из уравнения гармонических колебаний. Но только само уравнение мы получаем не при помощи второго закона Ньютона, а при помощи закона сохранения энергии. Этот путь актуален и единственно возможен в случае, если второй закон Ньютона записать просто невозможно. Для школьника самое распространенное — физический маятник (твердое тело, имеющее ось вращения), для которого вместо второго закона Ньютона требуется записать его вращательный аналог: момент силы (аналог силы) равен произведению момента инерции относительно данной оси (аналог массы) на угловое ускорение (аналог линейного). Так как момент инерции школьнику, вообще говоря, неизвестен, энергетическое решение, в сущности, единственное, что ему остается. Алгоритм уже упоминался — записывается полная механическая энергия осциллятора, берется первая производная от нее по времени — и приравнивается к нулю.

Тип третий. Найти нужно по-прежнему период колебаний. Но находится он не из уравнения — это весьма обременительно и, в общем, не нужно. Берется готовый ответ и «переделывается» под данную задачу, т.е. в готовый ответ для периода вносятся некие вариации, благодаря чему учитывается специфика конкретного осциллятора. Примером является математический маятник, находящийся на ускоренно движущейся тележке. Решение состоит в переходе в НИСО «тележка» и записывании канонической формулы для периода математического маятника с заменой в нем ускорения свободного падения на некое g' в этой СО. В основу этого решения положена идея о неразличимости ускорения, обусловленного гравитацией, и неинерциальности данной системы отсчета («принцип эквивалентности»), остается только вычислить соответствующее g'. Уравнение при этом не составляется, ибо каноническая формула считается здесь известной.

Тип четвертый. Требуется найти не циклическую частоту осциллятора и не период, а некую величину, связанную с необходимостью анализа *решения* уравнения колебаний. Мы снова не обращаемся к самому уравнению и изначально занимаемся решением его. Примером является задача, в которой надо найти, какую долю периода гармонически колеблющееся тело находится к равновесию ближе, чем на половину максимального смещения. Анализируя решение,

находим один такой промежуток и смотрим по графику, сколько таких промежутков содержится в периоде.

Тип пятый. В задаче обсуждается некий осциллятор, но на этом принадлежность задачи к данной теме заканчивается. Задача решается с использованием типовых механических алгоритмов — в первую очередь законов сохранения — и никаких специфических сведений из теории колебаний для своего решения не требует. Примером может служить любая механическая задача, где так или иначе фигурирует осциллятор. Множество подобных задач и решалось уже в курсе механики, когда никакой теории колебаний ученики еще не знали. Например, задача, где груз осторожно прикрепляют к недеформированной пружине, подвешенной к потолку, и отпускают. Под «осторожно» понимается «не деформируя пружины и не сообщая начальной скорости грузу». Найти требуется максимальную скорость груза и максимальное удлинение пружины при последующих колебаниях. Никаких сведений из теории колебаний не требуется, задача решается законами сохранения. Именно здесь выводится весьма полезная формула о том, что в этом случае максимальное удлинение равно удвоенному равновесному. Впрочем, с привлечением сведений из теории колебаний, а именно формулы «связи амплитуд» (имеются в виду амплитуды скорости и координаты) $v_0 = \omega_0 x_0$, максимальная скорость найдется, разумеется, гораздо быстрее.

Тип шестой. Также очень важный. «Колебания без колебаний». Осциллятора вообще нет — соответственно, о колебаниях в точном смысле слова речь не идет. Но некоторое время тело движется так, что второй закон Ньютона укладывается-таки в тот самый заветный вид. На протяжении этого времени и можно считать, что имеют место некие колебания с определенными циклической частотой и периодом. Типичнейший пример — брусок, въезжающий на шероховатую поверхность. Сила трения, действуюшая на него в процессе въезда, переменна (ибо создается не всем весом, а лишь весом въехавшего фрагмента), причем — очевидно — пропорциональна «въехавшей длине», т.е. координате. Типичные вопросы здесь — минимальная скорость, требуемая для въезда целиком, и время до остановки. Ответ на первый вопрос — формула связи амплитуд $v_0 = \omega_0 x_0$, где x_0 — длина бруска, а ω_0 — та самая «фиктивная» частота; на второй — четверть периода тех самых несуществующих колебаний.

Итак, разобрав эти типы, мы, по сути, исчерпали все варианты «колебательных задач»; и лучше было бы, если бы в сознании учеников — упомянем об этом еще раз — варианты эти также были бы разложены по полочкам. Это — самое основное при освоении задач этой темы, профилактика основных затруднений здесь.

НА ДОСКЕ

листы № 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 3.2.33, 3.1.1, 3.2.13, 5.5.35 (С);
14.13, 14.15, 14.14, 14.17,14.20, 14. 21 (Баум);
3.2.37, 3.3.5, 3.3.11(С);
14.4, 14.5, 14.6, 14.8,14.11, 14.16, 14.2, 14.3 (Баум);
1.222, 1.221, 1.228, 1.231, 1.224, 1.223. 1.219, 1.220 (Б);
2.3.48,2.3.49, 3.3.7. 3.3.8, 3.3.14 (С).

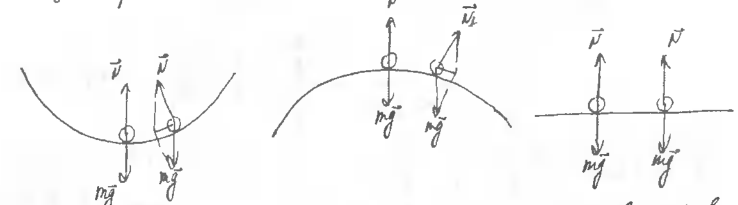
«САВЧЕНКО»

№ 3.2.31, 3.2.22, 3.1.14, 3.2.36, 7.1.23, 7.4.35, 9.1.8, 7.1.22, 7.4.36, 11.5.23, 11.5.24, 3.3.15, 3.3.21.

Теория колебаний.

Осциллятор — система, обладающая состоянием устойчивого равновесия

Виды равновесия



„возвращает к равновесию" — устойчивое

„уводит от равновесия" — неустойчива

„равновесие не нарушает" — безразличное

Энергетический аспект:

$$\left.\begin{aligned} A &= -\Delta W_p \\ A &= F_x \Delta x \end{aligned}\right\} \qquad F_x \Delta x = -\Delta W_p \qquad F_x = -\frac{\Delta W_p}{\Delta x}$$

пример: $\left(E_x = -\frac{\Delta \varphi}{\Delta x}\right)$

(Если сила не постоянна $F_x = -\frac{\Delta W_p}{\Delta x}$; $\Delta x \to 0$, т.е. $F_x = -\frac{dW_p}{dx}$)

Ф-ла показывает, что сила направлена в сторону убывания потенциальной энергии

Действительно: При $\Delta x > 0$ и $F_x > 0$

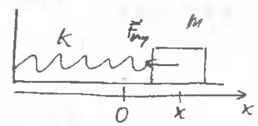
$\Delta W_p = -F_x \Delta x < 0$ — т.е. убывает

Устойчивое равновесие	Неустойчивое равновесие	Безразличное равновесие
$F = 0$ –	$F = 0$ –	$F = 0$;
$\frac{dW_p}{dx} = 0$ – min	$\frac{dW_p}{dx} = 0$ – max	$W_p = const$

96

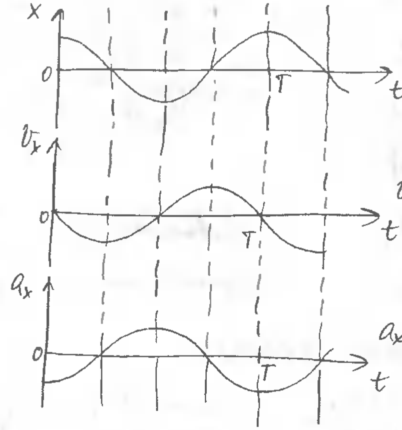
Гармонический осциллятор.

„Осн. задача механики"



$x(t)$ — ?

$v_x(t)$ — ?



$x = x_0\cos(\omega_0 t)$

$v_x = -\underbrace{x_0\omega_0}_{v_0}\sin(\omega_0 t)$

$a_x = -\underbrace{x_0\omega_0^2}_{a_0}\cos(\omega_0 t)$

Итак

$ma_x = F_x$, $F_x = -kx$, $a_x = \dot v_x(t) = \ddot x(t)$

$m\ddot x = -kx$

$\ddot x + \frac{k}{m}x = 0$

Ур-е гармонич. колеб. $\ddot x + \omega_0^2 x = 0$, где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — циклическая частота

Решение $x(t) = x_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

x_0 — амплитуда (max значение x)

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ — фаза (аргумент cos или sin)

φ_0 — нач. фаза (фаза в момент $t=0$)

T — период (время одного колебания)

ν — частота (число колеб. в ед. времени)

97

При $x = x_0\cos(\omega_0 t)$ $\varphi_0 = 0$ — графики

$v_x = \dot x = -\underbrace{x_0\omega_0}_{v_0}\sin(\omega_0 t) = x_0\omega_0\cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$

$v_0 = \omega_0 x_0$ — „связь амплитуд"

$a_x = \dot v_x = -\underbrace{x_0\omega_0^2}_{a_0}\cos(\omega_0 t)$

Итак, выполняется $a_x = -\omega_0^2 x$ — „решение подходит".

Связь периода с циклической частотой.

Значения cos повторяются через 2π и, соответств., через T

$\omega_0 t + 2\pi = \omega_0(t+T)$

$\cancel{\omega_0 t} + 2\pi = \cancel{\omega_0 t} + \omega_0 T$

$\omega_0 T = 2\pi$

$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ ω_0 зависит только от параметров системы и не зависит от начальн. условий $(x_0, \varphi_0) \Rightarrow$ T — то же самое. (тоже параметр системы!)

Пружинный маятник

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Смысл ω_0

1) $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ — „число колебаний за 2π секунд"

2) $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$

$\omega_0 = \frac{\varphi - \varphi_0}{t}$ — „изменение фазы за 1 сек — скорость изменения фазы".

98

Энергетический аспект

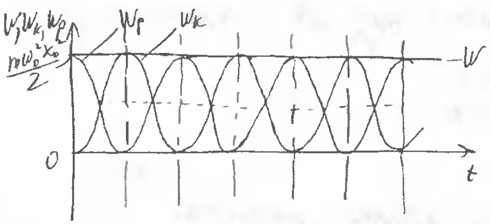
$$W_k=\frac{mv_x^2}{2}=\frac{mv_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t)=\underline{\frac{m\omega_0^2x_0^2}{2}\sin^2(\omega_0 t)}$$

$$W_p=\frac{kx^2}{2}=\frac{kx_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t)=\underline{\frac{m\omega_0^2x_0^2}{2}\cos^2(\omega_0 t)}$$

$$\omega_0^2=\frac{k}{m}\ ;\ k=m\omega_0^2$$

$$v_0=\omega_0x_0\ ;\ v_0^2=\omega_0^2x_0^2$$

$$W=W_k+W_p=\frac{m\omega_0^2x_0^2}{2}\left(\sin^2(\omega_0 t)+\cos^2(\omega_0 t)\right)=\underline{\frac{m\omega_0^2x_0^2}{2}=const}$$



Ур-е гармонических колебаний — из ЗСЭ

$$\frac{mv_x^2}{2}+\frac{kx^2}{2}=const$$

$$\left(\frac{m\dot x^2}{2}+\frac{kx^2}{2}\right)'=0$$

$$\frac{m}{\cancel{2}}\cancel{2}\dot x\ddot x+\frac{k}{\cancel{2}}\cancel{2}x\dot x=0$$

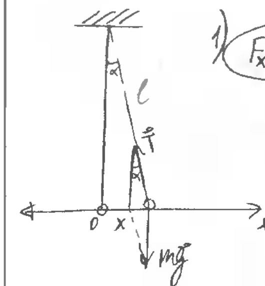
$$\dot x(m\ddot x+kx)=0$$

$$\left[\begin{array}{l}\dot x=0\ \ (\text{„покой“})\\ \ddot x+\frac{k}{m}x=0\ \ \text{— гармонические колебания}\end{array}\right.$$

99

Математический маятник

(Точечный груз на невесомой нити) α — мал. („малость колеб.“)



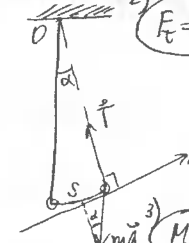
1) $F_x=ma_x$

$T\cos\alpha=mg\ ;\ \cos\alpha\approx1\ \Rightarrow\ T\approx mg$

$T\sin\alpha=-ma_x\ ,\qquad \frac{x}{l}=\sin\alpha$

$m\ddot x=-mg\frac{x}{l}\qquad a_x=\ddot x$

$$\underline{\ddot x+\frac{g}{l}x=0}\ ;\ \underline{\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}}$$



2) $F_\tau=ma_\tau$

$$\overbrace{mg\sin\alpha}^{F_\tau}=-ma_\tau\ ,\ a_\tau=\ddot s$$

$\sin\alpha\approx\alpha=\frac{s}{l}$

$a_\tau=-g\frac{s}{l}$

s — дуга

$$\underline{\ddot s+\frac{g}{l}s=0}\ ,\ \underline{\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

3) $M=J\gamma$

$$-\underbrace{mg\,l\sin\alpha}_{M}=\underbrace{ml^2}_{J}\cdot\underbrace{\ddot\alpha}_{\gamma}\qquad \sin\alpha\approx\alpha$$

$$-g\alpha=\ddot\alpha l\ ,\ \ \underline{\ddot\alpha+\frac{g}{l}\alpha=0}$$

$$\underline{\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

4) $W=const$

$h=l-l\cos\alpha=l(1-\cos\alpha)=l\,2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\approx l\cdot2\frac{\alpha^2}{4}=l\frac{\alpha^2}{2}$

$$\left(\frac{m(\dot\alpha l)^2}{2}+mgl\frac{\alpha^2}{2}\right)'=0$$

$$\frac{ml^2}{\cancel{2}}\cancel{2}\dot\alpha\ddot\alpha+\frac{mgl}{\cancel{2}}\cancel{2}\alpha\dot\alpha=0$$

$$ml\dot\alpha(\ddot\alpha l+g\alpha)=0$$

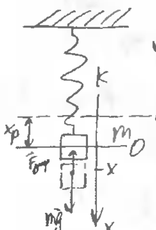
$$\left[\begin{array}{l}\dot\alpha=0\\ \underline{\ddot\alpha+\frac{g}{l}\alpha=0}\ ;\ \underline{\omega_0=\sqrt{\frac{g}{l}}}\end{array}\right.$$

100

Задача №1. («Пружинный маятник в поле тяжести»)

Дано: k, m

$\omega_0 - ?$



$$\left.\begin{aligned} mg &= kx_p \\ ma_x &= mg - k(x + x_p) \end{aligned}\right\}$$

$$m\ddot{x} = \cancel{mg} - kx - \cancel{kx_p}$$

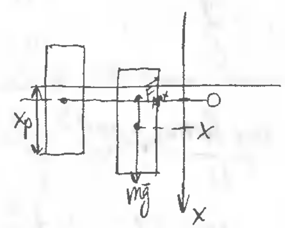
$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\underbrace{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}\ ; \quad \underbrace{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}}\ \text{(«не изменилась»)}$$

Задача №2 («Поплавок»)

Дано: ρ, S, m

$\omega_0 - ?$



$$\left.\begin{aligned} mg &= \rho g S x_p \\ ma_x &= mg - \rho g (x_p + x) S \end{aligned}\right\}$$

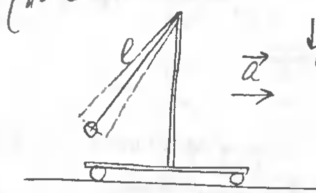
$$m\ddot{x} = \cancel{mg} - \cancel{\rho g x_p S} - \rho g S x$$

$$\underbrace{\ddot{x} + \frac{\rho g S}{m}x = 0}\ , \quad \underbrace{\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho g S}{m}}}$$

Задача №3 («Маятник на тележке»)

Дано: l, a

$T - ?$



$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

НИСО «Тележка»

$$\vec{g}' = \vec{g} + (-\vec{a})$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

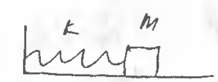
$$g' = \sqrt{g^2 + a^2}$$

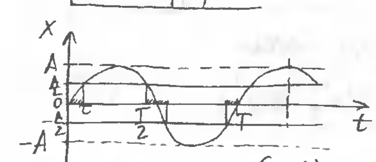
$$\underbrace{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}}$$

Задача №4 («Груз ближе к равновесию, чем на $\frac{A}{2}$»)

Дано: T

$\tau_0 - ?$





$\tau_0 = 4\tau$ — график

$$x = A\sin(\omega_0 t)$$

$$\frac{A}{2} = A\sin(\omega_0 \tau)$$

$$\frac{1}{2} = \sin(\omega_0 \tau)$$

$$\omega_0 \tau = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right)$$

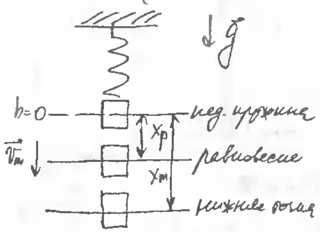
$$\omega_0 \tau = \frac{\pi}{6}\ , \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$\tau = \frac{\pi}{6\omega_0} = \frac{\pi \cdot T}{6 \cdot 2\pi} = \underbrace{\frac{T}{12}}\ ; \quad \underbrace{\tau_0 = 4\frac{T}{12} = \frac{T}{3}}$$

Задача № 5 („Найти x_m и v_m у повешенного груза")

Дано: k, m

x_m — ?
v_m — ?



$$mg = kx_p$$
$$\boxed{x_p = \frac{mg}{k}}$$

а)

1) Система „груз-пружина-Земля"

$$0 = -mgx_m + \frac{kx_m^2}{2} \qquad (W_1 = W_2)$$

2) Система „груз-пружина" $F_{тяж}$ — внешняя сила

$$mgx_m = \frac{kx_m^2}{2} \qquad (A_{внеш} = \Delta W)$$

$$\underline{x_m = \frac{2mg}{k}}, \quad \underline{x_m = 2x_p}$$

б)

1) „Груз-пружина-Земля"

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -mgx_p + \frac{kx_p^2}{2} + \frac{mv_m^2}{2} \\ mg &= kx_p \end{aligned}\right\}$$

2) „Груз-пружина"

$$\left.\begin{aligned} mgx_p &= \frac{kx_p^2}{2} + \frac{mv_m^2}{2} \\ mg &= kx_p \end{aligned}\right\}$$

Короче: $v_0 = \omega_0 x_0$

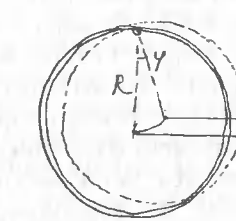
$v_m = \omega_0 x_p$

$$v_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \frac{mg}{k} = \underline{g\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Задача № 6 („Физический маятник" („Обруч на гвозде"))

Дано: R

ω_0 — ?



$$h = R - R\cos\varphi = R(1-\cos\varphi) = R\,2\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \approx R\,2\frac{\varphi^2}{4} = R\frac{\varphi^2}{2}$$

(„колеб. малые")

1) Способ

$$\cancel{2}\frac{mv^2}{\cancel{2}} + mgh = \text{const} \qquad v = \omega R = \dot\varphi R$$

$$\left(m\dot\varphi^2R^2 + mR\frac{\varphi^2}{2}g\right)' = 0$$

$$mR^2\,2\dot\varphi\ddot\varphi + \frac{mRg}{\cancel{2}}\cancel{2}\varphi\dot\varphi = 0$$

$$2mR^2\dot\varphi\left(\ddot\varphi + \frac{g}{2R}\varphi\right) = 0$$

$$\dot\varphi = 0$$

$$\underline{\ddot\varphi + \frac{g}{2R}\varphi = 0}, \quad \underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2R}}}$$

2) Способ

$$M = J\ddot\varphi, \quad J = J_0 + mR^2 \quad J = mR^2 + mR^2 = 2mR^2$$

$$-mgR\sin\varphi = 2mR^2\ddot\varphi, \quad \sin\varphi \approx \varphi$$

$$\underline{\ddot\varphi + \frac{g}{2R}\varphi = 0}, \quad \underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2R}}}$$

1.2. СВОБОДНЫЕ НЕЗАТУХАЮЩИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ

Прежде чем перейти к колебаниям затухающим и вынужденным, лучше рассмотреть электромагнитные, а затем — все иные типы уже параллельно в осцилляторах — как механических, так и электромагнитных. Очевидно, что электромагнитные колебания удобнее всего рассмотреть исключительно по аналогии с механическими. Но сначала надо ответить на вопрос, что собой представляет сам осциллятор, в котором происходят эти колебания. Как правило, это не вызывает особых затруднений. После ошибочного упоминания всяческих колеблющихся заряженных шариков на нитях или пружинах (эти колебания, разумеется, *механические*, несмотря на то что колеблющиеся тела заряжены, ибо периодически повторяется *механическое движение* этих тел) следует наконец верный ответ. Подсказки здесь очевидны: колебания не должны сводиться к механике, это должны быть колебания заряда и тока — видимо, имеется в виду некая электрическая цепь. В этой цепи должны присутствовать «состояние равновесия» и некая «инертность», заставляющая это равновесие «проскакивать» каждые полпериода. Итак, это цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности. Первый представляет собой некий «источник»: здесь существует переменное напряжение на обкладках («равновесие» — когда оно ноль). Вторая же — источник ЭДС самоиндукции, стремящийся «устранить» любое изменение тока и, таким образом, обеспечивающий «инертность» системы. Самое наилучшее — разобрать качественно полпериода или период в колебательном контуре, подчеркивая на каждом шаге аналогию с соответствующими этапами свободных колебаний в пружинном маятнике. Сделать это лучше всего в виде комиксов — и чем подробнее, тем лучше. Доказательной силы эти ухищрения снова не будут иметь сами по себе никакой — и мы снова переходим к выводу соответствующих формул, продолжая всячески подчеркивать аналогию с механическим случаем; поверьте, это самый эффективный и одновременно лаконичный способ усвоения всего про электромагнитный осциллятор.

Итак, выводим, как понятно, уравнение гармонических колебаний в колебательном контуре. И также двумя способами — из закона Ома для неоднородного участка цепи и из закона сохранения энергии. Энергия будет сохраняться, если только нет сопротивления — единственного элемента, где энергии электрического и магнитного поля переходят во внутреннюю. При выводе же первым способом существует следующая тонкость: положительным надо по определению сделать ток зарядки (а не разрядки) конденсатора — именно в этом случае он будет полным формальным аналогом проекции скорости, все шаги будут совершенно аналогичны выводу уравнения для пружинного маятника. Началом и концом неоднородного участка удобно выбрать обкладки конденсатора, единственная ЭДС на участке — ЭДС самоиндукции в катушке, описываемая законом Фарадея (знак здесь терять ни в коем случае нельзя, как нельзя было терять его в законе Гука в механическом случае), правая же часть равенства равна нулю по причине отсутствия сопротивления. То, что уравнение данного вида имеет такое решение, снова имеет статус математической ссылки (проверить истинность которой снова можно двукратным дифференцированием, позволяющим убедиться, что гармоническая функция действительно отличается от своей второй производной по времени знаком и множителем ω_0^2). Впрочем, это уже делалось в связи с пружинным маятником, и потому здесь можно не повторять, однако снова стоит обратить внимание на полную формальную аналогию — на этот раз получившихся решений.

Без длинных комментариев, поскольку комиксы вполне подробно разбирались и аналогия с механическим случаем всячески подчеркивалась, можно снова воспроизвести графики. И еще раз отследить аналогию. По аналогии же рассмотреть энергетический аспект и выяснить, что энергия магнитного поля в катушке аналогична кинетической энергии груза, тогда как энергия электрического в конденсаторе — потенциальной энергии пружины. Все эти разговоры логично подытожить развернутой таблицей аналогий, рассмотрение которой позволит заметить и то, что магнитный поток аналогичен импульсу, и то, что напряжение (или ЭДС) имеет механическим аналогом силу. И то, что кинетическая энергия в механике могла бы быть выведена не так, как это делалось нами, а так, как выводилась энергия магнитного поля; вообще, все то, на что захочется обратить внимание, здесь так или иначе будет представлено. Таблицу надо составить непременно, и она должна быть выучена наизусть как важнейший элемент теории.

К ЗАДАЧАМ

Здесь также прослеживаются типы, но несколько иные. По существу, все задачи, которые могут здесь встретиться, так или иначе относятся лишь к четырем типам, которые и следует подробно разобрать. Причем непременно вместе с механическими аналогами, знание которых может быть исключительно полезным при решении соответствующих задач. Это задачи, представляющие собой четыре типа комбинированного соединения конденсаторов и катушек: два конденсатора, соединенных параллельно, подсоединены к катушке, затем — они же, соединенные последовательно. Далее две катушки, соединенные последовательно, подсоединены к конденсатору, затем — они, соединенные параллельно. Ввиду того что аналогом емкости в механике является не жесткость пружины, а величина, обратная жесткости, аналогом параллельно соединенных конденсаторов являются последовательно соединенные пружины, и наоборот (тогда как аналогом индуктивности является просто масса, и значит, последовательно соединенные индуктивности аналогичны последовательно соединенным массам и точно так же — параллельные). Так находятся механические аналоги. Рассмотреть все эти восемь — в общей сложности — осцилляторов можно на примере любой в принципе задачи. К примеру, конденсатор C_1 заряжен до напряжения U_0. Найти максимальный ток (токи) через катушки индуктивности.

Аналогом этой задачи в механических осцилляторах будет являться следующее: пружина жесткости k_1 деформирована на x_0. Найти максимальную скорость (скорости) грузов. Строго говоря, буквальный аналог вышеприведенной задачи в механическом случае выглядит несколько иначе: пружина жесткости k деформирована так, что возникшая в ней сила упругости составила F_0, поскольку аналогом напряжения является сила, а не смещение. Но мы позволим себе это отхождение от буквального аналога, ибо выражение $kx^2/2$ гораздо привычней, нежели $F^2/2k$. Впрочем, сама задача может быть и другой. Дело не в ней — важно так или иначе разобрать эти восемь осцилляторов — основу всех последующих задач в этой теме.

Итак, *первый случай* — два конденсатора параллельно, один из них заряжен. Сначала бесконечно быстро (по сравнению с периодом колебаний) произойдет перераспределение зарядов на них — до уравнивания напряжений (в равновесии получается два эквипотенциальных проводника — разность потенциалов между ними и есть напряжение и на первом, и на втором). Контур, который составляют эти конденсаторы, можно считать неким колебательным контуром с бесконечно малой индуктивностью (по формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$), из чего и получится бесконечно малый период. После того как это перераспределение (описываемое совершенно банально — это само по себе вообще задача наизусть) произойдет, начнутся колебания, т.е. периодическая перезарядка конденсаторов через катушку. Максимальный ток в катушке имеет место тогда, когда оба конденсатора (а напряжения на них одинаковы всегда) полностью разряжены. Механический аналог, как уже говорилось, — последовательно соединенные пружины, одна из которых деформирована. Вначале «выравниваются» деформации пружин — теперь они деформированы обе до состояния равенства сил. Действительно, если на точку соединения пружин силы со стороны одной и другой действовали бы различные, у нее должно было бы наблюдаться бесконечное ускорение, ибо она не массивна. Происходит это бесконечно быстро по причине вышеупомянутой немассивности соединения. Дальше — колебания — максимальная скорость груза в момент, когда пружины не деформированы.

Если же конденсаторы соединены последовательно — *второй случай* — перераспределение зарядов на них до состояния равновесия (равновесие то же самое — равенство напряжений на обоих), минуя катушку, невозможно — разветвлений в цепи нет. Оно и осуществляется через катушку, и максимальный ток в ней наблюдается как раз в момент достижения равновесия. Механический аналог — пружины, соединенные параллельно. Положение равновесия — силы упругости обеих пружин равны (равнодействующая сил, действующих на груз, равна нулю). Это «выравнивание сил», невозможное здесь без сдвигания груза, осуществляется со сдвиганием. Скорость груза максимальна при достижении равновесия — одинаковости сил в пружинах. Как видно, в механических аналогах происходит нечто, действительно сходное по характеру с соответствующими контурами. Но эта аналогия появится только тогда, когда параллельным конденсаторам мы приведем в соответствие последовательные пружины, и наоборот.

Третий случай — две катушки последовательно. Ток в них одинаков, как в любых последовательных элементах (в квазистационарных случаях, т.е. когда время распространения поля в цепи много меньше характерных времен изменения параметров тока, у нас все именно так), и максимален, разумеется, когда заряд на конденсаторе равен нулю. Механический аналог очевиден — две скрепленных жестко массы. И скорость у них — всегда одинаковая для этих масс — максимальна в момент, когда пружина не деформирована.

И наконец, *случай четвертый* — катушки соединены параллельно. Токи в них максимальны, когда конденсатор заряжен, но при этом они разные и находятся из дополнительного условия равенства потоков. Следует это условие, к примеру, из второго правила Кирхгофа, записанного для контура, содержащего обе катушки. Действительно, сопротивления у этого контура нет — правая часть равна нулю. Стало быть, равна нулю и левая, т.е. сумма ЭДС самоиндукции катушек. Но это означает, что ЭДС катушек равны по модулю и противоположны по знаку. Стало быть, так же связано изменение магнитных потоков через них (сократим на Δt), а при одинаковых начальных потоках — и конечные потоки. Можно рассуждать короче: если суммарная ЭДС равна нулю, равно нулю и изменение суммарного магнитного потока через обе катушки; стало быть, этот суммарный поток — константа. То есть, по сути, мы получили некий закон сохранения суммарного магнитного потока — аналог (как мы помним из таблицы) закона сохранения суммарного импульса в механике. Отсюда очень хорошо понятен механический аналог и решение в его случае: скорости грузов будут максимальны в момент недеформированности пружин и найдутся как раз из закона сохранения импульса.

Рассмотрение механического аналога может быть исключительно полезно в случае неких затруднений с исходной электромагнитной задачей. К примеру, даны две параллельные катушки, подсоединенные к конденсатору, который заряжен, сначала замыкают ключ первой катушки, и когда — известная задача — напряжение на конденсаторе становится равным нулю, замыкают ключ в ветви второй катушки. Найти нужно, допустим, максимальный и минимальный токи через первую катушку. Без всякого риска можно сформулировать и обсчитать задачу-аналог, после чего заменить в ответе согласно таблице массы — на индуктивности, скорости — на токи и т.д. — и получить верный ответ исходной задачи. Аналогом, понятно, является ситуация двух грузов, соединенных пружиной. Пружина деформирована, например растянута (конденсатор заряжен), первый груз отпускают без начальной скорости (замыкание первого ключа). В момент, когда пружина не деформирована (конденсатор разряжен), отпускают второй (замыкание второго ключа). Требуется найти максимальную и минимальную скорость первого груза. Понятно, что максимальна она как раз в момент, когда пружина первый раз оказалась недеформированной (в момент отпускания второго груза), и эта скорость без труда найдется из закона сохранения энергии. В дальнейшем, когда отпущен и второй груз, вся система становится замкнутой и мы можем применить как закон сохранения энергии, так и закон сохранения импульса для системы из двух грузов.

Итак, в движение вовлечены оба груза, когда пружина оказывается сжатой (после достижения недеформированного состояния), она тормозит первый груз и разгоняет второй. Сжатие ее максимально в момент сравнивания скоростей грузов, затем пружина начинает распрямляться, но все равно, пока существует сжатие, скорость второго груза все еще увеличивается, а первого — уменьшается. Таким образом, ясно, в какой момент скорость первого груза будет наименьшей, — это случится, когда пружина вновь окажется недеформированной. Далее она будет уже растянута и, действуя силами упругости, будет разгонять первый груз и тормозить второй. Итак, второй момент, интересующий нас, — момент повторного «проскакивания» пружиной недеформированного состояния. Исходя из понимания качественной стороны происходящего в системе, мы выяснили, каковы интересующие нас моменты, и можем записать для них законы сохранения, из которых, в частности, отыщется минимальная скорость первого груза. Производя формальные замены в ответах согласно нашей таблице аналогий, мы найдем максимальный и минимальный токи в первой катушке. Мы отнюдь не призываем решать эту задачу непременно так, т.е. исключительно через аналогию,

не вдаваясь в суть процессов, происходящих в контуре; мы лишь хотим обратить внимание на то, что способ такой возможен, полезен и удобен. В частности, для проверки тех строчек, которые были написаны про контур. Поверьте, им это тоже понравится.

Колебания, как уже говорилось, вообще увлекательны и проходятся весьма живо — в основном, как и всегда, благодаря задачам, чего не сказать о «школьных» волнах, переход к которым нам предстоит уже относительно скоро (недели через две).

Итак, задача этой темы — практически любая задача, которая может встретиться здесь, скорее всего, будет той или иной вариацией одного из четырех (а точнее — с учетом аналогов — восьми) случаев, разобранных нами. Это ученики должны очень хорошо осознавать и знать «восемь случаев» — повторимся — практически наизусть.

НА ДОСКЕ

листы № 105, 106, 107, 108, 109, 110.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

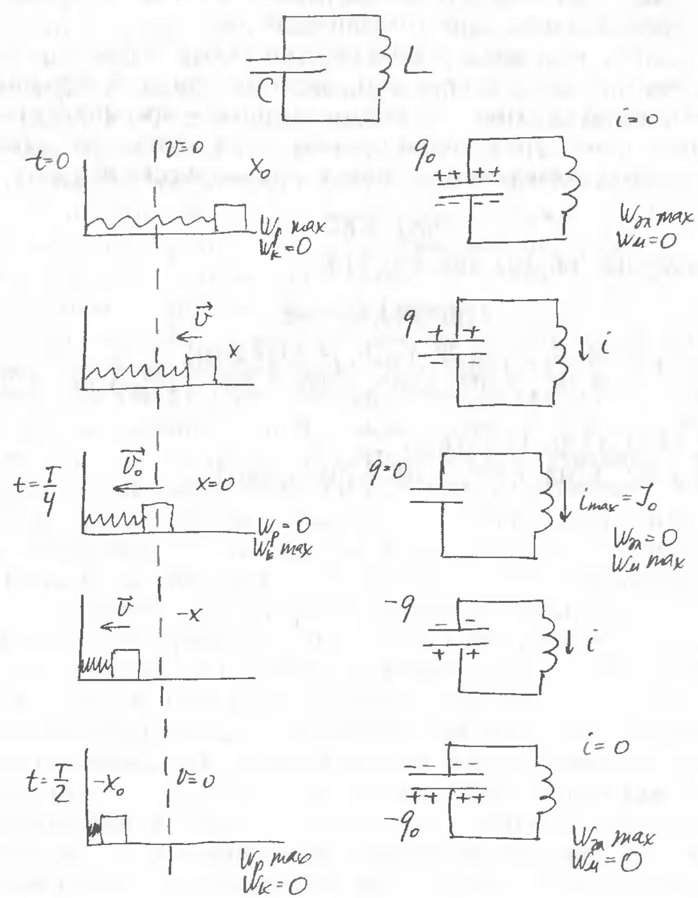
№ 13.33, 13.34,14, 27, 14.28, 14.29, 14.30 (Баум);

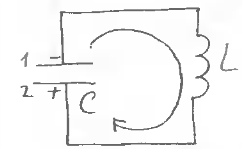
3.198, 3.199, 3.197, 3.204, 3.205, 3.206, 3.200, 3.201, 3.202, 3.203, 3.204 (Б);

13.32, 13.31, 13.36, 13.35 (Баум);

3.200, 3.201, 3.202, 3.203, 3.205, 3.204, 3.206 (Б).

Электромагнитные колебание





$i=\dot q$

i – ток зарядки

1) $\underbrace{\varphi_1-\varphi_2}_{} + \mathcal{E}_s = i\cancel{R}^{\to 0}$; $\mathcal{E}=\mathcal{E}_s$; $\mathcal{E}_s = -Li' = -L\ddot q$

$-\frac{q}{C} - L\ddot q = 0$

$\underline{\ddot q + \frac{1}{LC}q = 0}$; $\underline{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}}$, $\underline{T = 2\pi\sqrt{LC}}$

("ф-ла Томсона")

2) $\frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C} = const$

$\left(\frac{L\dot q^2}{2} + \frac{q^2}{2C}\right)' = 0$

$\frac{L}{2}2\dot q\ddot q + \frac{1}{2C}2q\dot q = 0$

$\dot q\left(\ddot q + \frac{1}{LC}q\right) = 0$

$\left[\begin{array}{l}\dot q = 0\\ \ddot q + \frac{1}{LC}q = 0\end{array}\right.$

Решение: $\underline{q(t) = q_0\cos(\omega_0 t + \varphi_0)}$

При $\varphi_0 = 0$

$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t)$

$i = \dot{q} = -q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t)$

$i' = \ddot{q} = -q_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t)$

$$\underbrace{I_0 = \omega_0 q_0}$$

(„связь амплитуд")

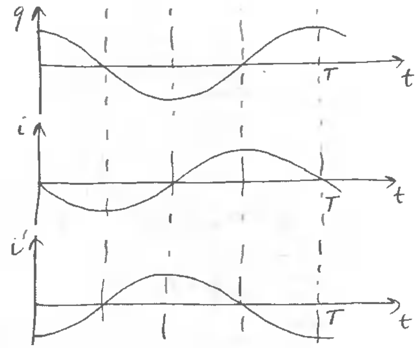


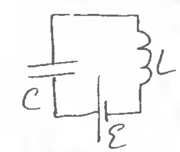
Таблица аналогий.

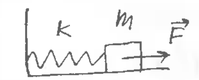
мех	эл.-м.
x	q
$v_x = \dot{x}$	$i = \dot{q}$
$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}$	$i' = \ddot{q}$
m	L
k	$\frac{1}{C}$
$p = mv$	$\Phi = Li$
F	$\mathcal{E}, U$
$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{pv}{2} = \frac{p^2}{2m}$	$W_м = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi I}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$
$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{Fx}{2} = \frac{F^2}{2k}$	$W_э = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi\sqrt{LC}$

Задача №1 („Контур с постоянной ЭДС")
(и мех. аналог)

Дано:
$C, L, \mathcal{E}$

q_m - ?
I_m - ?





Дано:
m, k, F

x_m - ?
v_m - ?

$$\underbrace{\cancel{W_1}^{0} + A_{внеш} = W_2 + \cancel{Q}^{0}}$$

1) $q_m \mathcal{E} = \frac{q_m^2}{2C}$

$$\underline{q_m = 2C\mathcal{E}}$$

$q_p = C\mathcal{E}$

$$\underline{q_m = 2q_p}$$

2) $\left.\begin{array}{l} q_p \mathcal{E} = \frac{q_p^2}{2C} + \frac{L I_m^2}{2} \\ q_p = C\mathcal{E} \end{array}\right\}$

1) $F x_m = \frac{k x_m^2}{2}$

$$\underline{x_m = \frac{2F}{k}}$$

$x_p = \frac{F}{k}$

$$\underline{x_m = 2x_p}$$

$\left.\begin{array}{l} F x_p = \frac{k x_p^2}{2} + \frac{m v_m^2}{2} \\ F = k x_p \end{array}\right\}$

Проще — через ф-лу связи амплитуд:

$$\underline{I_0 = \omega_0 q_0}$$

$I_m = \sqrt{\frac{1}{LC}}\, C\mathcal{E} =$

$$= \underline{\mathcal{E}\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

$$\underline{v_0 = \omega_0 x_0}$$

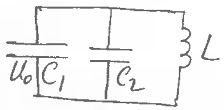
$v_m = \sqrt{\frac{k}{m}}\, \frac{F}{k} =$

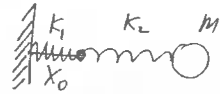
$$= \underline{\frac{F}{\sqrt{m \cdot k}}}$$

Задача № 2 „Четыре случая"

J_{max} – ? (и мех. аналог)

а)

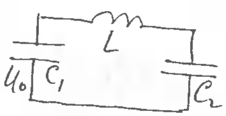


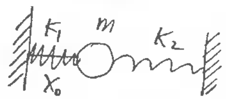


$$\left.\begin{array}{l} C_1U_0=(C_1+C_2)U \\ \dfrac{(C_1+C_2)U^2}{2}=\dfrac{LJ_m^2}{2} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} k_1x_1=k_2x_2 \\ x_1+x_2=x_0 \\ \dfrac{k_1x_1^2}{2}+\dfrac{k_2x_2^2}{2}=\dfrac{mv_m^2}{2} \end{array}\right\}$$

б)

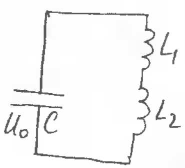


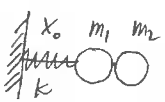


$$\left.\begin{array}{l} C_1U_0=(C_1+C_2)U \\ \dfrac{C_1U_0^2}{2}=\dfrac{(C_1+C_2)U^2}{2}+\dfrac{LJ_m^2}{2} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} k_1x_1=k_2x_2 \\ x_1+x_2=x_0 \\ \dfrac{k_1x_0^2}{2}=\dfrac{k_1x_1^2}{2}+\dfrac{k_2x_2^2}{2}+\dfrac{mv_m^2}{2} \end{array}\right\}$$

в)

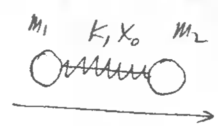




$$\frac{CU_0^2}{2}=\frac{(L_1+L_2)J_m^2}{2}$$

$$\frac{kx_0^2}{2}=\frac{(m_1+m_2)v_m^2}{2}$$

г)

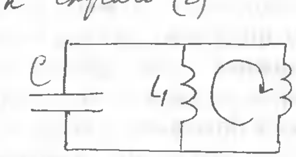


$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{CU_0^2}{2}=\dfrac{L_1J_1^2}{2}+\dfrac{L_2J_2^2}{2} \\ L_1J_1=L_2J_2 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{kx_0^2}{2}=\dfrac{m_1v_1^2}{2}+\dfrac{m_2v_2^2}{2} \\ 0=m_2v_2-m_1v_1 \end{array}\right\}$$

109

к случаю (г)



$$\mathcal{E}_{is_1}+\mathcal{E}_{is_2}=iR^{\to 0}$$

$$\mathcal{E}_{is_1}+\mathcal{E}_{is_2}=0$$

$$\mathcal{E}_{is_1}=-\mathcal{E}_{is_2}$$

$$-\frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t}=-\left(-\frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t}\right)$$

$$\Delta\Phi_1=-\Delta\Phi_2$$

при $\Phi_{1_0}\ \Phi_{2_0}=0$

$$\Phi_1=-\Phi_2$$

$$|\Phi_1|=|\Phi_2|$$

Вообще – для контура с $R=0$

$$\mathcal{E}_i=iR^{\to 0}$$

$$\mathcal{E}_i=0$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=0 \Rightarrow$$

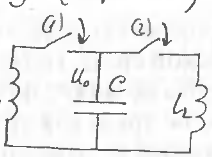
$$\Phi=const$$

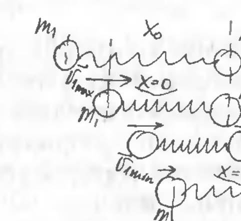
Задача № 3 („Ток в катушке L_1")

Дано: C, U_0, L_1, L_2

J_{1max} ?

J_{1min} ?





$$\frac{CU_0^2}{2}=\frac{L_1J_{1max}^2}{2}$$

$$\frac{kx_0^2}{2}=\frac{m_1v_{1max}^2}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} L_1J_{1max}=L_1J_{1min}+L_2J_2 \\ \dfrac{L_1J_{1max}^2}{2}=\dfrac{L_1J_{1min}^2}{2}+\dfrac{L_2J_2^2}{2} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1v_{1max}=m_1v_{1min}+m_2v_2 \\ \dfrac{m_1v_{1max}^2}{2}=\dfrac{m_1v_{1min}^2}{2}+\dfrac{m_2v_2^2}{2} \end{array}\right\}$$

110

1.3. ДРУГИЕ ВИДЫ КОЛЕБАНИЙ

Затухающие механические колебания происходят при вязком трении, где сила пропорциональна скорости. То есть модель осциллятора с трением предполагает вязкое трение о воздух, а отнюдь не сухое о поверхность, которого по-прежнему нет и в случае которого все будет происходить уже сложнее — по причине наличия в сухом трении фазы покоя. В частности, груз после затухания колебаний совсем не обязательно окажется в положении, когда пружина не деформирована, как это будет после затухания колебаний при наличии лишь вязкого трения. Важно, кстати, понимать, что затухание — полное — произойдет через бесконечное время (амплитуда будет приближаться к оси абсцисс асимптотически), что вообще характерно для торможения силой, пропорциональной скорости. Можно упомянуть про некое характерное время, по истечении которого колебания условно можно считать затухнувшими — амплитуда уменьшилась в e раз, — так называемое время релаксации. К затуханию, обусловленному сухим трением, не относится и это — под действием сухого трения остановка наступит через конечное время. Именно вязкое трение (сила, пропорциональная скорости в первой степени) — точный формальный аналог фактору затухания в электромагнитном случае — сопротивлению (в действительности дело просто в том, что катушка индуктивности неидеальна и обладает, помимо индуктивности, еще и сопротивлением). Соответствующие графики идентичны механическим — в рамках все той же таблицы аналогий.

Вынужденные колебания происходят — по определению — под действием внешней периодической силы. Перед этим можно пояснить, что *постоянная* внешняя сила не может поддержать колебания, ибо половину периода «помогает», тогда как другую половину «мешает» колебаниям. Далее без формул — по все той же неоднократно упоминавшейся причине — выводы: вынужденные колебания, в установившемся режиме незатухающие, происходят с частотой вынуждающей силы; фазовый сдвиг между колебаниями силы и смещения никак не связан с начальными условиями и обусловлен параметрами данного осциллятора. Амплитуда же вынужденных колебаний зависит от того, сколь «удобна» или «неудобна» частота вынуждающей силы, т.е. сколь далека она от собственной частоты данной колебательной системы. Наибольшая амплитуда наблюдается, как известно, при совпадении частот — собственной и вынуждающего воздействия («резонанс»), хотя в этом вопросе существует определенная тонкость. Решение соответствующих уравнений, которые в школе не решаются (и не надо), покажет, что на самом деле резонансная частота — частота, при которой амплитуда колебаний

максимальна, равна ω_0 для *скорости*. Для *смещения* она иная: $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, говорить о чем, впрочем, мы не собираемся. Про саму резонансную кривую ученики, в принципе, должны знать с вполне качественными комментариями. В частности, следует различать упомянутые резонансные кривые для скорости и смещения в следующем моменте: при $\omega_0 = 0$ (случай постоянной силы) смещение отлично от нуля и равно F/k, тогда как скорость равна нулю (осциллятор смещен из положения равновесия и неподвижен).

Электромагнитные вынужденные колебания происходят в *RLC*-контуре, где есть еще источник периодической ЭДС. Разумеется, аналогичным образом выглядят выкладки и результаты. Точно так же можно говорить о резонансе (*тока*) при условии. Резонансные $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ кривые для заряда и тока так же различаются в точке $\omega = 0$: в колебательном контуре с источником постоянной ЭДС ток не течет и конденсатор заряжен до напряжения, равного ЭДС, и, соответственно, заряда $C\varepsilon$. О вынужденных электромагнитных колебаниях традиционно разговор более подробный.

Итак, задача. Она состоит в следующем. Уже упоминалось, что вынужденные колебания происходят с частотой вынуждающего воздействия, а разность фаз колебаний с этим периодическим воздействием (силой или ЭДС), а также амплитуда их никак не зависят от начальных условий, а определяются параметрами внешнего воздействия и самой колебательной системы. Проблема в самом общем виде заключается в нахождении амплитуды вынужденных колебаний, а также разности фаз колебаний и вынуждающего воздействия, если все параметры и этого воздействия, и осциллятора заданы. В электромагнитном случае имеется *RLC*-контур с известными R, L, C, а также амплитуда и частота вынуждающей ЭДС. Требуется найти амплитуду колебаний тока, а также фазовый сдвиг колебаний тока относительно колебаний ЭДС (про это говорят как про «сдвиг по фазе колебаний тока относительно колебаний напряжения»). Решить это в общем случае — значит найти искомые величины для произвольного колебательного контура. Вообще говоря, нам это не так уж нужно, мы, честно сказать, не собираемся решать на это задачи. Поэтому вообще не особенно понятно, почему мы за это взялись. Вряд ли потому, что это так уж интересно; вопрос совсем не таков, как, к примеру, столь же «факультативные» энтропия или статистическое толкование второго начала, ничего особенно увлекательного здесь не будет, никакие «дали» не откроются. И вероятно, не потому, что это как-то связано с повседневной жизнью, — мало ли, что с ней связано, вязкость к примеру, мы же ею в школе не занимаемся. Дело в том, что за нашим теперешним вопросом скрывается все же некий *метод*, что всегда у нас и изящно, и поучительно, а скорее всего, если честно, просто так уж сложилось — и не хочется ничего менять. А метод этот, который упомянут, — векторные диаграммы. Для того чтобы его освоить — лучше сказать, ознакомиться, поскольку задачи на него мы снова благополучно оставим до вуза, совершенно не обязательно рассматривать много вариантов. Мы ограничимся случаем, когда резистор, конденсатор и катушка соединены последовательно, и разберем решение лишь этой задачи.

Вначале решим сформулированную задачу для элементов R, C и L по отдельности, т.е. найдем связь амплитуд тока и напряжения, а также сдвиг фаз на сопротивлении, конденсаторе и катушке. Для этого представим себе в качестве вспомогательного шага три малые цепи, а именно — к источнику переменной ЭДС подсоединен резистор, затем конденсатор, затем катушка. Итак, сопротивление. Связь амплитуд и фазовый сдвиг выясняем, применяя закон Ома для мгновенных значений (для мгновенных значений можем записать все то, что могли записать для постоянного тока, — условие квазистационарности, о котором говорилось, выполняется). Закон Ома быстро покажет нам, что амплитудные значения связаны как мгновенные и колебания тока и напряжение синфазны. В случае конденсатора с законом Ома не подступишься — никакого R здесь нет. Тем не менее по-прежнему начинаем с того, что задано напряжение (закон изменения его со временем), и будем искать ток. Ток будет выражаться той же функцией — синусом или косинусом, но с добавлением (вычитанием) некой фазы. Кроме того, мы должны получить некий множитель — им будет выражаться искомая связь амплитуд. Найдем ток как первую производную заряда конденсатора по времени, заряд же найдем как произведение напряжения на емкость. Обнаружим, что колебания тока опережают колебания напряжения на фазу $\pi/2$ или на четверть периода, если говорить о времени (т.е. — это можно увидеть на графике — если в какой-то момент напряжение максимально, то максимум у тока наблюдался четверть периода назад). Качественно это понятно — сначала имеет максимум ток зарядки, затем конденсатор оказывается максимально заряженным, сначала — ток разрядки, затем он разряжен. Хотя доказательной силы подобные «качественные» догадки иметь не будут — то, что сдвиг именно $\pi/2$, следует, конечно, из формул. Что же касается связи амплитуд, множителем перед косинусом является величина $U_m\omega C$. То есть, если мы введем величину $1/\omega C$ — по размерности это будут омы, и сама формула связи амплитуд примет вид закона Ома — величина эта будет не что иное, как отношение напряжения к току — так получается *емкостное сопротивление*.

Последний случай — к источнику переменной ЭДС подсоединена только катушка. Здесь удобно «танцевать» не от напряжения,

а от тока — о причине дальше. Итак, закон изменения тока задан, задача прежняя — отыскание связи амплитуд и фазового сдвига относительно колебаний напряжения. Запишем второе правило Кирхгофа (или закон Ома для полной цепи — когда контур в цепи один, это одно и то же) для нашего случая. Правая часть снова окажется нулевой ($R = 0$). Мы получим, что ЭДС самоиндукции равна по модулю и противоположна по знаку вынуждающей ЭДС, а она, в свою очередь, находится по закону Фарадея черед первую производную тока по времени. Проделав все эти небольшие выкладки, напишем окончательную формулу для напряжения. Теперь видно, почему удобнее в данном случае было начинать рассуждения от тока, а не от напряжения, в противном случае пришлось не дифференцировать, а интегрировать. Чтобы у нас фигурировала производная, а не интеграл, мы и задали изначально ток, а не напряжение, а напряжение искали. Полученная формула, содержащая в фазе прибавление $\pi/2$, говорит о том, что напряжение на катушке опережает ток (ток, стало быть, отстает). Сдвиг снова $\pi/2$ в смысле фазы и $T/4$ в смысле времени (т.е. если у напряжения в данный момент некая фаза, к примеру максимум, то у тока эта же фаза была четверть периода назад). Качественно это опять же понятно — ЭДС самоиндукции по правилу Ленца должна обусловливать запаздывание колебаний тока относительно колебаний напряжения. Что касается связи амплитуд, множителем перед косинусом является $I_m\omega L$, стало быть, отношением напряжения к току, т.е. величиной, совпадающей по размерности с сопротивлением, окажется ωL — это и есть *индуктивное сопротивление*. Итак, можно переходить к общему случаю, где сопротивление, конденсатор и катушка соединены последовательно (мы договорились ограничиться им).

Как разбирается общий случай? Мы знаем, как связаны амплитуды тока и напряжения на R, C, L по отдельности, а также каков сдвиг фаз тока относительно напряжения на каждом из этих элементов. Задача — напомним — выяснить это же для всей цепи. Здесь и используется метод векторных диаграмм. Метод целиком построен на формальной аналогии — дело в том, что если вращать некий гипотетический вектор относительно его начала вокруг некоторой оси (к примеру, горизонтальной), то проекция его на эту ось будет изменяться с течением времени по закону, в точности совпадающему с решением уравнения колебаний, т.е. гармонически. В роли циклической частоты ω выступит угловая скорость вращения вектора, длина вектора будет аналогична амплитуде колебаний, а начальный угол наклона к оси — начальной фазе. На этой формальной идентичности закона гармонических колебаний и закона изменения проекции вращающегося вектора построен метод. Дело в том, что мгновенное напряжение на всей цепи равно сумме напряжений на элементах (элементы последовательны, для мгновенных значений верны те соотношения, которые имеют место для постоянного тока). Каждое из мгновенных значений напряжения на R, C и L — из аналогии с вращающимся вектором — проекции неких вращающихся векторов U_{mR}, U_{mC}, U_{mL}. Однако сумма проекций есть проекция суммы — т.е. мгновенное значение суммарного напряжения есть проекция вращающегося вектора U_m, равного геометрической сумме U_{mR}, U_{mC}, U_{mL}. Стало быть, если мы найдем векторную сумму этих амплитудных напряжений как векторов, каждое выразив через I_m, мы получим амплитудное значение суммарного напряжения. Причем выражено оно будет также через амплитудное значение тока — таким образом, мы получим связь амплитуд в случае всей цепи. Далее, построив эту векторную сумму, мы найдем угол, под которым она — эта сумма, т.е. вектор U_m, будет располагаться к вектору тока и, таким образом, найдем фазовый сдвиг.

Итак, представим себе вращающимся вектор I_m, i есть его проекция на некоторую ось. Изобразим I_m в некоторый момент — так направлен этот вектор на любом элементе — элементы последовательные, ток на них одинаков в любой момент. Прямая, вдоль которой направлен I_m, — «ось токов». Это та ось, проекции на которую — мгновенные значения напряжений на элементах u_R, u_C, u_L. Теперь, помня, что U_R есть проекция U_{mR} на ось токов, изобразим сам U_{mR}. Колебания напряжения на R синфазны колебаниям напряжениям, поэтому изображаем U_{mR} вдоль оси токов. Мгновенное значение напряжения u_C на C есть проекция вращающегося вектора U_{mC}. И так как колебания напряжения на конденсаторе отстают от колебаний тока на $\pi/2$, изобразим вектор U_{mC} повернутым на $\pi/2$ против вращения, т.е. по часовой стрелке вниз по отношению к оси токов, ибо разность фаз колебаний на векторной диаграмме — это угол между вращающимися векторами. Итак, вектор U_{mC} вращается, как и U_{mR}, против часовой стрелки с той же угловой скоростью ω (равной циклической частоте колебаний), но только будучи всегда повернут относительно U_{mR} на 90° назад. Напряжение на катушке опережает колебания тока на $\pi/2$, таким образом, вектор U_{mL} изобразим повернутым на $\pi/2$ против часовой стрелки вверх. Вектор U_{mL} вращается так же, но только будучи повернутым на $\pi/2$ вперед по направлению вращения. Итак, мы должны представить себе вращение трех жестко скрепленных между собой векторов I_m, U_{mR}, U_{mC}, U_{mL}. При этом вращение всей «фигуры» как таковое нас не интересует. Нас интересует то, как сдвинуты *относительно* вектора I_m векторы напряжений на элементах. Изобразив все векторы, построим, как мы уже говорили, вектор U_m, являющийся их векторной суммой, найдем по рисунку угол его наклона к оси токов — и это будет сдвиг

фаз — и выраженную через I_m его длину — это будет искомая связь амплитуд.

Итак, методом векторных диаграмм мы решили задачу для случая последовательного соединения элементов. Ясно, что для случая параллельного соединения нужно выбрать ось напряжений (именно напряжения на всех элементах одинаковы в этом случае) и в дальнейшем строить векторы I_{mR}, I_{mC}, I_{mL} амплитуд тока для различных элементов, при этом точно так же используя выясненные предварительно сведения о сдвиге фаз на каждом элементе и полученные формулы связи амплитуд. Далее мы строим вектор I_m, являющийся векторной суммой I_{mR}, I_{mC}, I_{mL}, выражаем его длину через U_m и определяем связь амплитуд. Далее строим вектор I_m на рисунке и, выяснив из геометрических соображений угол с осью напряжения, узнаем, таким образом, фазовый сдвиг. Если у нас смешанное соединение, одной векторной диаграммой не обойтись — их нужно рисовать как минимум две — для последовательных элементов и для параллельных. Итак, задача решена.

Множество задач на использование этого метода осталось, как уже говорилось, для вуза. Хотя там-то, как мы помним, все эти результаты — относительно связи амплитуд и сдвига фаз — благополучно получаются безо всяких графиков, а именно методом «комплексных амплитуд», базирующимся на формуле Эйлера, — ну да ладно. Этот же метод сам по себе весьма остроумен, нагляден и исподволь приучает к мысли, что для решения физических задач помимо непосредственно основных законов из теории придумано множество построенных на этих законах косвенных методов, — мысль, для ученика весьма поучительная и полезная.

Величина $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L + 1/\omega C)^2}$, полученная нами, есть «общее сопротивление», при записывании всех величин в комплексном виде — импеданс (впрочем, некоторые школьные учебники используют это слово и так). Понятно, что при фиксированной амплитуде колебаний напряжения U_m максимальная амплитуда колебаний тока I_m достигается при минимальности Z, т.е. при условии минимальности подкоренного выражения. Мы легко получим условие этой минимальности: $\omega L = 1/\omega C$. Отсюда, правда, можно выражать разные величины — в зависимости от того, что мы можем и собираемся варьировать. В частности, если варьируется частота, то понятно, что она должна быть равна $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, и это есть тот самый, уже обсуждавшийся резонанс. (Полезно представить себе векторную диаграмму в случае резонанса: векторы U_{mL} и U_{mC} равны по длине, при суммировании «уничтожаются», U_m совпадает, таким образом, с U_{mR}, угол φ равен нулю.) Здесь же можно снова изобразить соответствующие резонансные кривые, а именно графики $I_m(\omega)$ — начинается из нуля и $U_m(\omega)$ — начинается из точки U источника постоянной ЭДС. Если частота внешнего напряжения задана, то для достижения максимальной амплитуды тока необходимо варьировать L и C нагрузки, т.е. «варьировать нагрузку». К примеру, если имеется много индуктивностей (производственный цех со множеством станков, обмотки которых представляют собой множество катушек), то для получения «согласованной нагрузки» требуется подсоединение конденсаторов, дабы «скомпенсировать» невыгодную для I_m большую индуктивность. Итак, вынужденные электромагнитные колебания, т.е., по сути, процесс зарядки-разрядки конденсатора через резистор и катушку при получении источника периодической ЭДС, который мы и разобрали, и есть так называемый *переменный ток*.

Теперь посчитаем мощность, выделяющуюся в рассмотренной цепи переменного тока, а затем усредним полученный результат по времени. Мы убедимся, что средняя мощность выделяется только на сопротивлении. Кроме того, выражается она непривычным для нас образом. Мы получим не IU, а $(I_m U_m/2)\cos\varphi$. Если ввести так называемые действующие значения (такие характеристики постоянного тока, при которых будет выделяться та же мощность, что и при переменном токе таких амплитуд) — выражение будет выглядеть как $IU\cos\varphi$, т.е. будет отличаться от привычной записи множителем $\cos\varphi$, называемым *коэффициентом мощности*. Еще раз прокомментируем его происхождение, часто остающееся для учеников неким так и не разрешенным парадоксом. Ученика очень смущает следующая деталь: дело в том, что запись мощности в виде I^2R, знакомая по случаю постоянного тока, для переменного также верна! А вот формула IU — уже неверна и должна быть заменена на $IU\cos\varphi$. Но ведь IU — явно то же самое, что I^2R: выразим I из закона Ома как U/R, да и подставим, и все. И получим $P = I^2R = (U/R)IR = IU$. Откуда этот $\cos\varphi$ и как он вообще может появиться? Дело в том, что в случае постоянного тока это все именно так, да только не так в случае переменного. Проследим. Мощность в случае переменного тока — действительно I^2R (выделяется, как можно убедиться, только на резисторе), но если при этом мы возьмемся выражать I, то мы должны будем написать отнюдь не U/R, а U/Z. На ток в только что рассмотренной цепи влияет не только R, а еще и ωL (индуктивное сопротивление) и $1/\omega C$ (емкостное)! И выражается это в том, что общим сопротивлением является не R, а как раз-таки Z, совпадающее с R только в ситуации резонанса. На ток влияет Z, тогда как мощность выделяется действительно только на R! Ну, а если так, цепочка получается иной, а именно: $P = I^2R = (U/Z)IR = IUR/Z = IU\cos\varphi$ ($R/Z = \cos\varphi$ — из диаграммы). Это совершенно необходимо внятно

прокомментировать во избежание-таки остающегося непонимания этого загадочного «фокуса».

Формула показывает, что мощность при фиксированных I и U тем больше, чем больше $\cos\varphi$, т.е. чем ближе ситуация к «согласованной» нагрузке и, таким образом, к ситуации резонанса. Наконец, при резонансе $\cos\varphi = 1$, мощность максимальна, и тогда (и только тогда), как уже упоминалось, ее будут описывать формулы, точь-в-точь как для постоянного тока.

Как не вспомнить в связи с этим изумительную по выразительности и, стало быть, по запоминаемости (безо всякой иронии!) фразу учебника, «что $\cos\varphi$ имеет огромное народно-хозяйственное значение» и «что в нашей стране ведется борьба за неуклонное повышение $\cos\varphi$». Ничего не скажешь — все так. Еще, правда, было бы неплохо, чтобы было понятно, каковы средства борьбы. Речь идет о создании устройств, представляющих собой по возможности согласованную нагрузку, т.е. такие L и C, чтобы $\cos\varphi$ был как можно больше.

В принципе, переменный ток разобран. Задач, повторимся, в школе на это нет, их можно выдумать, т.е. даже выдумывать не надо — можно просто «спустить из вуза», но мы, о чем тоже говорилось не раз, делать этого не будем, ибо не особенно видим в этом смысл. Посему в связи с переменным током остаются два вопроса — это вопрос о принципе действия трансформатора и приводящая к нему задача о потерях в ЛЭП.

Начнем с задачи. Нужно точно договориться, что именно является фиксированным, а что может изменяться. Так вот, зафиксируем полную мощность, «выдаваемую» источником. Тогда R проводов, U источника, а также нагрузку (т.е. $\cos\varphi$) можно варьировать. Тогда и будет видно, что для минимизации мощности, выделяющейся на R проводов (т.е. потерь) при фиксированной полной мощности, требуется по возможности уменьшать сопротивление проводов. Но это влечет за собой другое: по известной еще с 8-го класса формуле $\Delta l/s$ из этого следует, что при невозможности изменения l (для ЛЭП это, по сути, расстояние между городами) можно менять ρ, а также s. Но увеличение s ведет за собой увеличение массы проводов, а стало быть, и стоимости поддерживающих опор, что, в конце концов, невыгодно. Следовательно, нужно увеличивать $\cos\varphi$ — об этом мы уже говорили — и U. Перед ЛЭП напряжение нужно увеличивать именно для минимизации потерь в самой ЛЭП, перед потребителем, в конце ЛЭП — уменьшать до того, на которое, собственно, рассчитаны используемые устройства — «потребитель». Для этих преобразований используется трансформатор — это последний вопрос, оставшийся нам в вынужденных колебаниях. Речь, понятно, идет о сугубо схематично обрисованном принципе работы на совершенно качественном уровне. Теорию трансформатора излагать не стоит — такая вещь, как векторная диаграмма нагруженного трансформатора (единственное, что, в принципе, можно объяснять в школе, не будете же вы выписывать им дифференциальные уравнения для токов в обмотках), вещь довольно громоздкая. Она, увы, объяснения требует долгого, несмотря даже на то, что метод векторных диаграмм как таковой изучен. А посему ограничимся качественным уровнем.

Итак, две катушки на общем сердечнике (благодаря которому их всегда пронизывает один и тот же магнитный поток — также без подробностей). Первая подсоединена к источнику переменной ЭДС, и в ней наводится ЭДС индукции (самоиндукции), равная по модулю U источника (будем выписывать везде действующие значения, понятно, что все величины «колеблются» — в смысле изменяются по гармоническому закону). При этом в сердечнике существует переменный магнитный поток, обусловливающий наведение некой индукционной ЭДС в каждом витке каждой катушки. Понятно, что если в первичной катушке N_1 витков, а ЭДС во всей первичной обмотке $|\varepsilon_1| = |U_1|$, то имеет место равенство $|U_1| = N_1\varepsilon$, где ε — ЭДС, наводимая в каждом витке. Во вторичной обмотке N_2 витков, в каждой наводится та же ЭДС, равная ε, и потому напряжение на выходе вторичной обмотки $|U_2| = N_2\varepsilon$. Величина $U_1/U_2 = N_1/N_2 = k$ есть коэффициент трансформации.

Мы разобрали «трансформатор в режиме холостого хода». Если теперь присоединить ко вторичной обмотке некую цепь («нагрузить ее») — в ней возникнет переменный ток, невозможный до того (она была разомкнутой цепью). Он — по правилу Ленца — колебания магнитного потока в сердечнике своим магнитным полем может только уменьшить. Итак, амплитуда колебаний магнитного потока в сердечнике в первый момент падает. Стало быть, падает ЭДС в каждом витке каждой обмотки — уменьшается $|\varepsilon_1|$, становясь на какое-то время меньше $|U_1|$. Из-за этого в первичной обмотке увеличивается амплитуда тока, возникает некий ток I_1 (напоминаем, речь везде идет о действующих значениях), больше «тока холостого хода», который тек раньше. Новый ток больше настолько, насколько требуется, чтобы он восстановил своим магнитным полем значение магнитного потока в сердечнике до прежнего, при котором имело место $|U_1| = |\varepsilon_1|$. Магнитный поток восстанавливается — и это есть работа трансформатора в «режиме нагрузки». Отличие в том, что теперь — при той же амплитуде колебаний магнитного потока и, стало быть, той же ЭДС в каждом витке — во вторичной катушке есть некий ток I_2 вместо нулевого, а в первичной — ток I_1 вместо существенно меньшего «тока холостого хода». Соотношение величин берем из того соображения, что мощность в трансформаторе «не теряется», т.е. мощность, выделяемая источником, приблизительно равна мощности,

выделяющейся в цепи вторичной обмотки, т.е. на нагрузке. И там и там пресловутые $\cos\varphi$ велики и приблизительно равны, а потому могут быть сокращены. Мы получаем, что отношение токов в обмотках обратно отношению напряжений в них: $I_1/I_2 = U_2/U_1$ — формулу нагруженного трансформатора. Всевозможные доказательства любых сентенций (например, про косинусы) содержатся исключительно в диаграмме для нагруженного трансформатора, а потому, видимо, останутся «голословны». И тем не менее углубляться сверх «качественного» рассмотрения не советуем, про потери (токи Фуко и перемагничивание сердечника), в принципе, рассказать можно — в той степени подробности, в какой хочется, а можно этого и не делать вовсе. Итак, переменный ток удобен именно тем, что легко преобразовывается, и «преобразователь» этот — трансформатор — мы в общих чертах разобрали. Совершенно понятно, что в начале ЛЭП трансформатор должен быть поставлен повышающий ($k > 1$), после же ЛЭП — перед нагрузкой — понижающий ($k < 1$).

Итак, разобраны в механическом и электромагнитном варианте колебания: свободные незатухающие (идеализация), свободные затухающие и вынужденные. Остаются колебания — механические и электромагнитные, по виду своему несводимые к перечисленным. Именно так к ним и можно подобраться. К примеру, логика может быть следующей. Как мы помним, источник постоянной ЭДС в колебательном контуре с сопротивлением принципиально не может поддержать колебания незатухающими. Он, как уже разбиралось, будет им столько же «помогать», сколько «мешать» — половину периода он будет поддерживать уменьшающийся ток, половину периода — его уменьшать. (Рассуждая об этом, мы некогда и пришли к идее необходимости источника с *переменной* ЭДС.) Можно догадаться, что колебания, в принципе, могут поддерживаться незатухающими и *постоянной* ЭДС, если время от времени «вводить ее в игру» — на полпериода, а на другие полпериода «выключать». То есть должна быть цепь, содержащая эту постоянную ЭДС и, очевидно, ключ, подсоединяющий эту «цепь подпитки» к колебательному контуру, а затем также отключающую ее.

Разберем, как должен функционировать этот ключ. В те полпериода, когда источник подзаряжает конденсатор, пополняя заряд на нем, цепь источника должна быть замкнута (ключ замкнут), в другие же полпериода, когда источник будет заставлять конденсатор разряжаться, эту цепь необходимо разрывать (ключ должен быть разомкнут). Итак, цепь постоянного источника должна быть замкнута, когда обкладка конденсатора, подсоединенная к положительной клемме источника, также заряжена положительно. Когда наоборот — ключ должен быть разомкнут, т.е. требуется манипулировать ключом дважды за период. Совершенно понятно: последний шаг состоит в том, чтобы колебательный контур сам управлял этими манипуляциями, т.е. в нужные моменты замыкал ключ, а в иные — размыкал. Для этого требуется, чтобы в цепи источника в роли ключа использовался бы некий элемент с односторонней проводимостью, «чувствующий» каким-то образом полярность зарядки конденсатора. В качестве такого элемента применяется, как известно, триод — вакуумный или полупроводниковый (транзистор). Разберем для простоты вакуумный. С нагреваемого катода происходит термоэлектронная эмиссия, в вакуумном промежутке появляются свободные электроны, покинувшие катод. Если при этом потенциал сетки, расположенной близко к катоду, выше, нежели потенциал катода, поле между этими электродами разгоняет электроны к сетке. Они, в незначительном количестве «теряясь» на ней, долетают в основной своей массе до анода и замыкают тем самым цепь — ключ замкнут. Когда же потенциал сетки ниже потенциала катода, поле «заталкивает» эмитированные электроны обратно на катод, вблизи катода устанавливается динамическое равновесие электронов, вылетающих вследствие эмиссии и возвращаемых полем; на анод они, таким образом, не попадают — ключ разомкнут. Значит, теперь требуется только, чтобы потенциал сетки был выше потенциала катода в те полпериода, когда обкладка, соединенная с «плюсом» источника, имеет положительный потенциал, а соединенная с «минусом» — отрицательный. И наоборот, если потенциалы обкладок обратные.

Триод «знает» о том, каким образом заряжен конденсатор, благодаря тому что есть некая катушка индуктивности, соединенная с сеткой и катодом (и называемая катушкой обратной связи). Она пронизывается общим магнитным потоком с катушкой колебательного контура (получается некий своеобразный трансформатор), и таким образом, в ней наводится ЭДС, связанная с ЭДС в катушке контура, которая, в свою очередь, связана с напряжением на конденсаторе. Понятно, что в случае ошибки, т.е. если потенциалы сетки и катода оказываются связанными с потенциалами обкладок конденсатора неверно, требуется просто поменять местами подсоединения катушки связи: та клемма, которая была подсоединена к сетке, должна быть «переброшена» на катод, и наоборот. Именно таким качественным рассмотрением можно ограничиться и здесь, снова не выписывая никаких формул и ни за какой строгостью математического изложения этого момента не гонясь. Поверьте, формальная сторона этой инженерной задумки все равно забудется моментально, а ту замечательную идею, что в физике все выражается, в конечном итоге, формулами и описывается математически и что на все на свете, в конечном итоге, сушествуют задачи, лучше всего прививать собственно задачами.

Итак, мы разобрали некий вид колебаний, который иногда и считается частным случаем вынужденных (мы так считать не будем во избежание путаницы, оставив наименование «вынужденные» как есть — «с периодическим вынуждающим воздействием»). Это же колебания, в которых реализована совершенно определенная схема, а именно: энергия получается *колебательной системой* от *источника* время от времени через *ключ*, которым управляет сама колебательная система посредством некоего устройства, называемого «*обратной связью*». Это так называемые *автоколебания*, и изложенная схема и является их определением. Здесь, понятно, источником энергии является источник постоянной ЭДС, колебательной системой — колебательный контур, ключом — триод, обратной связью — катушка, соединенная с сеткой и катодом и связанная индуктивно с катушкой контура. Механических примеров автоколебаний можно, в принципе, сочинить множество, самый напрашивающийся, разумеется, анкерный механизм. На нем снова подробно можно не останавливаться, либо нужно уже показывать, как он действует, серией комиксов, где все прослеживается детально. Смысл в том, что маятник каждое качание получает подталкивание со стороны зубчатого колеса, стремящегося повернуться благодаря подвешенной гире, но могущего это делать только время от времени в такт с качаниями маятника. В результате благодаря зубчатому колесу поддерживаются незатухающие колебания маятника, с которым непосредственно связаны стрелки часов. Источник энергии здесь — гиря, колебательная система — маятник, ключ — зубчатое колесо. И наконец, «обратная связь» — устройство, посредством которого колебательная система, т.е. маятник, управляет ключом, т.е. поворотами зубчатого колеса. Это, собственно, анкер — пластинка, жестко прикрепленная к маятнику и снабженная выступами — паллетами, которые и зацепляются за зубцы. Это совершенно невозможно не то что запомнить, но даже как следует понять без рисунка — даже без серии рисунков, подробно показывающих, как все происходит поэтапно. Посему сэкономим, не настаивая на детальном усвоении всех деталей, а лишь ограничившись осознанием устройства и принципа работы.

Всё, после автоколебаний, в принципе, остался последний вид, не затронутый нами. Возможно, до него несложно догадаться. Это то, как мы раскачиваемся на качелях. Заметим, процесс этот не укладывается ни в один обсужденный вид колебаний. Колебание это не затухает, наоборот, смысл в том, чтобы амплитуда нарастала, но это не вынужденные колебания в терминологическом смысле, ибо периодической внешней силы нет (они были бы вынужденными, если бы кто-то стоял рядом с качелями и периодически толкал бы их, но человек раскачивается сам). Наконец, это не автоколебание, поскольку здесь не реализуется блок-схема, являющая собой определение этого вида колебаний. Как раскачиваются на качелях? Постоянно меняя положение центра тяжести. Мы можем это смоделировать, имея математический маятник, если будем каждый раз поддергивать нить, когда груз проходит положение равновесия, и каждый раз настолько же отпускать вблизи точек поворота.

Дело в том, что работа, совершаемая над осциллятором внешней силой («нами»), оказывается за период больше, нежели работа силы внутренней, а именно — тяжести. При подтягивании нитки на Δl в нижней точке работа внешней силы $mg\Delta l$, тогда как работа силы тяжести при отпускании на то же Δl в момент, когда нить отклонена на угол α, равна $mgh = mg\Delta l\cos\alpha$, т.е. меньше в $\cos\alpha$ раз. Именно эта «избыточная» энергия, то, насколько внешние силы работали больше внутренних, и идет на компенсацию потерь из-за затухания. Ввиду того что поддержание колебаний осуществляется путем периодического изменения внешней силой одного из параметров колебательной системы, колебания именуются *параметрическими*.

Электромагнитный пример достроить несложно — колебательный контур, у которого внешней силой растягивается и сжимается катушка индуктивности либо раздвигаются и сдвигаются обкладки конденсатора. В случае конденсатора, к примеру, ясно, что, для того чтобы работа сил, раздвигающих обкладки, была бы больше работы поля, стремящегося их сдвинуть, требуется раздвигать их, когда конденсатор заряжен, и сдвигать, когда заряд на нем равен нулю. Как и автоколебания, параметрические колебания происходят, как понятно, с собственной частотой данного осциллятора, и у них устанавливается именно та амплитуда, при которой энергия, получаемая извне за период, в точности компенсирует потери, имеющие место за период по причине наличия в осцилляторе фактора затухания. А «нужная» амплитуда установится такой сама. Действительно, допустим, она, благодаря какому-то случайному воздействию, оказалась чуть большей — немедленно увеличились потери, они стали превосходить «приобретение» энергии за период, что неизбежно приведет к уменьшению амплитуды до прежней, при которой этот баланс был соблюден. Если амплитуда колебаний вдруг уменьшилась, баланс опять-таки нарушен — приобретения энергии начинают превосходить потери, что тут же приводит к возрастанию амплитуды до прежней, при которой они были равны.

Закончить лучше всего некой обобщающей схемой, в которой представлены все обсужденные или хотя бы упомянутые виды колебаний, причем как в механическом, так и в электромагнитном варианте. Действительно подробно — с «математикой» — описываются, в общем, те и те свободные незатухающие — лишь на них и существуют задачи, а также вынужденные электромагнитные (переменный ток). Последние, в общем, исключительно ради метода

векторных диаграмм, который в школе — практически самоцель. Остальное вполне допустимо знать в высшей степени ознакомительно, о чем в конце еще раз хотелось бы сказать, прежде чем окончательно закончить с колебаниями и перейти к волнам.

Ну а мы отдохнем от этой достаточно эклектичной темы и прервемся на не имеющее к ней никакого прямого отношения (разве что календарное — конец первого полугодия), но, тем не менее, уже анонсированное

отступление 15-е

МАТЛАГЕРЬ

Ну, о матлагере здесь не расскажешь даже в общих чертах. Матлагерь — ежегодное мероприятие в зимние каникулы, проводимое у нас для математических классов, это целая глава. И несомненно, заслуга того, что он у нас есть, принадлежит математикам — честь им и хвала за эту придумку. Здесь будет рассказано лишь об одном моменте, одной частичке матлагеря — лекции, ставшей совершенно традиционной и проведенной столько раз, сколько лет существует сам лагерь. Она выделяется среди лекций (а там множество лекций и матбоев) по физике и математике, ибо посвящена, если можно так выразиться, философии. Точнее — методологии науки. Называется она «Почему Земля круглая». В названии ее (как в названии этого отступления) содержится лукавство. В том смысле, что пойдет речь не совсем о том, что заявлено в заголовке. Речь пойдет — и учитель объявляет об этом сразу, как только «лекция» началась — не о том, почему она «круглая», а о том, почему мы так считаем, с чего мы решили, что — круглая.

Далее — лектор это делает безо всякой паузы — следует исправление этого многолетнего, но, к сожалению, затверженного и укоренившегося недоразумения. Она, разумеется, плоская, «как блин». Дети в недоумении. Лектор повествует о трех черепахах, на которых покоится этот блин, обзорно сообщает о слонах и переходит к китам. И заканчивает двумя-тремя резюмирующими сентенциями. И замолкает. Собственно, картина мира предъявлена. Все заняло минуты три. Повисает пауза. Робко раздается голос, что это, видимо, недоразумение. И тут же забавно повторяется коллизия Старика Хоттабыча: это, мол, разумеется, «взгляды древних?» Ничуть. Это — истинная картина мира. А у кого-то есть возражения? Конечно, есть. Земля — круглая. «Точнее, геоид». Лектор усмехается такой наивности и такому простодушию. У носителя столь экстравагантной модели есть доказательства? Зал шумит. Ну, разумеется, есть. О, природоведение началки! О, естествознание в пятом—шестом (у нас проходящее под наименованием «Окружающий мир»)! О, пропедевтические курсы о природе — сколько же от вас вреда! Ну, и пользы, конечно — куда ж без этого.

Бедные, бедные наученные дети, имевшие по всем этим предметам перманентную *пять*. Вполне заслуженно — на их беду. Все-то они помнят, все-то держат в голове. Оказывается, и мачты кораблей-то скрываются за горизонтом. И тень-то на Луне всегда круглая. Такую тень независимо от изменения угла освещения может оставлять только шар. И еще чего-нибудь... Бедные дети. С каким изумлением они узнают, что мачты исчезают постепенно просто потому, что блин несколько горбат — и всё, а круг на Луне к земной тени вообще отношения не имеет, поскольку тень здесь вообще ни при чем. Луна, как хорошо известно, прибита золотыми гвоздями к хрустальной тверди небес, и боги каждую ночь меняют вид ее, дабы она разнообразием сим не уставала бы радовать и изумлять взоры наши. Баста. Наконец, знания, застрявшие в чрезмерно ответственных головах, низвергнуты. Наступает вакуум. «Ну как же так?..» — «А что?..» — «Ну, ведь круглая же!» — «Да с чего вы взяли-то?» — «Ну как!..» — «Как?» Бесценный аргумент «ну, видели же» смехотворен. «Что видели?» Выйдите в поле — ничего, кроме блина, не увидите. Это важно, лекторская картина мира — самая что ни на есть естественная и очевидная — посмотрите! Лектор демонстрирует последнюю степень убежденности. Аргумент зала про «видели» преобразуется в «спасительное» воспоминание о кругосветном путешествии. «Плавали же!» Бедный Магеллан, так «своевременно» вспомненный из темы об истории Великих географических открытий. Видите, и география нелишней оказалась. О, приверженцы пустых и никчемных «межпредметных связей» — радуйтесь. Они задействуются — те самые учебные сведения из иных предметов. Смотрите, они вспоминаются — и благополучно отбрасываются, поскольку и здесь совершенно нам не нужны — один за другим. Ну, разумеется, это помутнение (про плавание). Боги наслали затмение на бедный смущенный от длительного путешествия разум храбрых мореплавателей, и невинный круг, сделанный ими по водной глади, они умудрились принять — о ужас! — за кругосветное путешествие по шару, которого и в помине-то нету! Им показалось! Волна недоумения достигает своего пика. Уже почти беспомощное: «Ну, а космонавты!» — «Что космонавты?» — «Видели!! Шарик!» Но самые умные уже молчат. Уже не участвуют, им грустно. Они уже поняли, что лектор неуязвим, и это только трата времени. Ну и точно, оказывается, разум космонавтов также помутился, и они приняли некое странное видение — смешно сказать — за нашу Землю, ну не забавно? Начинаются попытки найти изъяны в лекторской картине мира.

«А из чего блин?» — «Не знаю». — «Как не знаете? А что же вы тогда?» «А из чего Земля? Точно не помните! Вам же это не мешает утверждать, что она круглая? Вот и мне не мешает...».

«А почему, по-вашему, тела падают?» — «Боги на них сверху дуют». Лектору ничего не стоило сказать про «Земля притягивает», поскольку гипотетически притягивать может и «блин», но он нарочно «заостряет» — пусть будут боги.

«Ну, боги... — разочарованно. — А что вы про них знаете? А почему они дуют?»

«Ничего не знаю. Дуют и все».

«Ну...»

«А по-вашему, почему?»

Гордо: «Гравитация!»

«Ну, а она что такое? И почему действует? — Ну, вот видите, не знаете. Я про богов не знаю, а вы про гравитацию, только и делов-то, что слово другое — ну и чем мое хуже вашего?»

Снова тупик. Тут надобно отдельно сказать (и лектор, безусловно, об этом не забывает), что никакой религиозной или — Боже упаси! — антирелигиозной подоплеки в этих разговорах нет. Имеется в виду отличие научного знания от ненаучного и не выкристаллизовавшийся еще тот самый критерий — отличия научного от иного. К религии разговоры эти никакого отношения не имеют и ничего религиозного не опровергают, ибо *не могут*. Вообще, нужно, прямо сказать: научное знание ничему религиозному не противоречило никогда, ибо сия вещь невозможна принципиально. Им об этом так и надо сказать. Посему у нас некие игрушечные боги из нашей области — метафора некой научной «неясности» и «недоопределенности», к религии, повторимся, близко никакого отношения не имеющая.

Сделаем отступление в отступлении, раз уж на то пошло. Помнится, на заре туманной юности, в начале работы, на районном методическом каком-то собрании учителей физики поднялся некий представительный мужчина и сказал, что в последние годы (дело было, понятно, давным-давно) на уроках физики (и это кошмар!) ослабла антирелигиозная работа. «А ведь, помнится, именно наш предмет всегда являлся флагманом в борьбе за материалистическое мировоззрение — так чего же мы...» Шеф примирительно высказался в таком духе, что, ладно уж, мол, второй бы закон усваивали — ну и ладно. И чтоб задачи. Но товарищ упорствовал. Дискуссия продолжилась после совещания. Шеф не знал, как отделаться от энтузиаста. Кто-то сказал, что дело, мол, темное, лучше в него и вовсе не соваться. Творцы нашей науки опять же, как назло, были религиозны почти все поголовно, и лучше бы этого дела не касаться совсем — оно надежнее. «Вот Максвелл, — вспомнил кто-то, — без вечерней молитвы и не ложился». Товарища этот аргумент не смутил ничуть, он отреагировал поистине мгновенно, да как! — ответ его не заслуживает забвения и, безусловно, достоин того, чтобы остаться хотя бы где-то, настолько он превосходен. Максвелл со своим ежедневным вечерним правилом не представил для энтузиаста проблемы ни малейшей. «Это он от недомыслия», — спокойно сказал товарищ, не смутившись ни йоты. После того как творец теории электромагнитного поля был заподозрен в «недомыслии», всем как-то сразу стало ясно, что говорить уже больше не о чем... Поучительная история.

Вернемся к нашим делам. Итак, наши греческие или какие-то там еще разные боги заменяют, т.е. уже заменили, гравитацию в деле объяснения падающих тел весьма безболезненно, и тупик, таким образом, остался тупиком. И еще один виток: кто-то из аудитории: «Ну, ведь мы-то основываемся на опыте!» О, эти бесполезные воспоминания затертых штампов о том, что «физика — наука экспериментальная» и что «теория подтверждается опытом». «А в чем, собственно, дело? — вопрошает, в свою очередь, лектор. — Вы ссылаетесь на то, что видите на опыте, — я тоже. Вы не отрицаете результатов опыта — я тоже не отрицаю. У вас тела вследствие гравитации падают на Землю — у меня они тоже падают!

У меня, правда, дуют боги, но результат опыта я, разумеется, не оспариваю — падают! Как и у вас! Так чем же мое обращение к опыту недостаточнее и хуже вашего? Когда мы говорим о том, что наблюдается, что происходит — разногласий между нами не будет никаких вообще. Вопрос в объяснении. Так что с обращением к опыту — все в порядке. Вот здесь как раз у нас все совершенно симметрично».

Здесь сильные ученики задумываются уже не на шутку. Менее проницательным все еще надо показывать и показывать, эти уже поняли. Поняли самое главное — на этом этапе, что вопросы прежнего вида, проясняющие как ту картину мира, так и другую, ничего не дадут. Они не приведут к опровержению ни одной из них. И в той и в другой есть некие первичные понятия, исчерпывающая расшифровка которых невозможна — картины равнозначны. И вообще, любые вопросы «на уточнение» ничего не дадут. Если массового понимания этого нет (такое бывает), лектор показывает, дабы это было совершенно явным на еще трех-четырех примерах таких вопросов, и совершенно открыто подытоживает, что это — тупик. Здесь неизбежен некий настоящий, пусть и кратковременный, кризис. У самых нестойких сдают нервы, и они делают вывод, что, видимо, осуществить предпочтение принципиально невозможно. Картины мира могут быть разные — «вам такая нравится, нам такая». Да, но почему во всех учениках изложена в качестве истиной все-таки эта, а не та?! Ну, наверное, она принята «большинством научного сообщества» — ну и в том же духе. Здесь лектору совершенно необходимо поддержать свою растерявшуюся аудиторию и спокойно объяснить следующее: никакой «ничьей» в этом споре быть не может. «Ничья» эта для них эквивалентна полному поражению, и то обстоятельство, это научной считается строго одна картина мира — причем именно их — говорит однозначно о том, что в этом споре они, безусловно, могут — и должны — выиграть. Ни о какой равнозначности моделей не может быть и речи, их картина мира научна, а лекторская, безусловно, нет, и вообще, задача совершенно решаема. Ответ есть, его стоит искать! Все это имеет смысл сказать непременно, и вы увидите, что уже совершенно опустошенная аудитория все-таки воспряла духом. О, дети релятивной эпохи, в которой принято думать, что ценности у каждого свои, сочинительство их — дело свободного выбора, какие хотим, такие и будут, и так далее и тому подобное... Бедные дети! Пусть они хотя бы на примере физики — на худой конец — почувствуют, что хотя бы здесь есть нечто абсолютное.

Проблема — в нахождении верного вида вопросов. Вернее, в нахождении того единственного вопроса, который все решит. Им надо сказать об этом совершенно открыто и вообще — объявить конкурс ни много ни мало на спасителя данной дискуссии. Победителя. Человека, понявшего, каким должен быть этот самый единственный вопрос. Здесь наступает еще одна пауза, и она, как правило, продуктивна, ибо разрешается победой. Нахождением критерия. Если она чрезмерно затягивается — и только в этом случае — можно перейти к осторожным подсказкам. Что мы, в конце концов, ищем? Мы ищем критерий, позволяющий нам верное объяснение отличить от неверного. Почему тела падают: Земля притягивает или боги дуют? Да какая нам разница!?

И есть ли она? А нам это объяснение в принципе зачем? Зачем нам оно вообще — объяснение? Да еще такое, что мы боимся ошибиться, неверное принять за правильное? Какая в нем польза? Дело в том, что, зная объяснение явления, мы сможем в будущем его использовать. Или, если требуется, избежать (что опять же — «использовать»). Зная, что тела падают из-за притяжения сферической Земли, а не почему-либо еще, мы можем, в частности, описав это притяжение, додуматься до идеи спутника и запустить его, сообщив так называемую первую космическую скорость. Вот, в частности, польза. Без этого объяснения и описания, построенного на нем, этого не сделать.

И тут кто-то догадывается! Кто-то обязательно находится. Чуть раньше, чуть позже. Без этой подсказки, с нею ли — находится. Говорит. Он озвучивает тот самый вожделенный критерий, в котором все дело. Модель должна *предсказывать*. Картина мира должна давать верные *предсказания*. Это критерий верности той или иной объяснительной гипотезы, того или иного объяснения: вытекают ли верные предсказания — из него. Дело в том, что мы можем *использовать* то или иное явление только в том случае, если будем знать, как оно происходит, *до того*, как оно начнет происходить. Если мы обладаем знанием о нем *заранее*. В противном случае, как совершенно понятно, уже поздно. Таким образом, важно понять: задача науки и, стало быть, любой научной теории — *предсказывать*, а не *объяснять*. Объясняет и миф. Объяснение есть не цель, а средство. Инструмент. С помощью объяснения механизма того или иного явления мы и делаем предсказания исходов будущих опытов! Отсюда, наконец, становится действительно понятно «общее место» про опыт, который один только и может «подтвердить или опровергнуть». Да, теорию действительно подтверждает опыт, но — который! Неизвестный до нее и, таким образом, положенный в ее основу — этому-то опыту теория, понятно, противоречить не будет, и ценности в этом «непротиворечии» нет никакой — теория эта *изначально* придумывалась так, чтобы ему не противоречить. Нет, теорию подтверждает исключительно опыт, *предсказанный* ею, исход которого *не был* известен до нее. И вот совпадение исхода *такого* опыта с теоретическим предсказанием — действительно подтверждение той теоретической доктрины, алгоритмическим следствием которой данное предсказание являлось.

Итак, если имеется теория, нужно интересоваться *предсказаниями*. Если они подтверждаются, именно ее можно считать верной, ибо именно она дает возможность знать будущее. Теперь понятно про богов, гравитацию и все прочее в этой беседе. Теперь понятно, как должен был быть построен разговор, как в идеале должна была вести себя аудитория. Об этом ее и надо спросить, и чем лучше усвоен вывод, тем больше участников захотят объяснить, как надо было действовать.

«У вас альтернативная картина мира? Прекрасно. Нужно было сделать единственное — поинтересоваться, *что дает* мне моя картина мира, что *предсказать* я из нее могу. Если ничего (я не знаю, как поведут себя мои боги), она должна быть отброшена как бесполезная. Если я все же делаю предсказания, их и надо проверять. То есть надо спросить, что, исходя из моей теории, будет происходить в неких оговоренных условиях.

К примеру, если тело поднять на определенную высоту и сообщить определенную горизонтальную скорость (например, ту самую первую космическую). Если я скажу «не знаю» — еще раз — моя теория не должна рассматриваться просто как непредсказательноспособная. Если же я скажу, что произойдет, нужно воспроизвести оговоренные условия (поставить опыт) и наблюдать. На самом деле на этом все бы и закончилось, ибо из моей картины мира про «блин» предсказания никакого искусственного спутника вытекать не может. Если же гипотетически я некие предсказания делал, т.е. говорил, что будет происходить в определенных условиях, нужно воспроизвести эти условия и пронаблюдать. Доктрина о всемирном тяготении, основанная, разумеется, на «круглой» Земле, предскажет возможность орбитального движения, что и будет подтверждением ее преимущества перед моей».

То есть эту картину мира нужно предпочесть еретической картине лектора не потому, что она логичнее, яснее и тому подобное, а *исключительно* потому, что она предсказывает верно, в то время как иная этого не делает, а именно — не предсказывает вовсе, либо предсказания ее ошибочны в том самом смысле, что на опыте происходит *иное*, нежели было предсказано из нее.

Запрос предсказаний, вытекающих из «лекторской» картины мира, на самом деле, закончил бы «лекцию» в одну минуту. К счастью, затверженное и совершенно неверное представление о том, что наука должна «объяснять», благополучно обеспечивает лектору не просто полтора часа — практически любое время, которое требуется занять. Ибо пока аудитория топчется на этом «должна объяснять», критерия нет. Нет возможности предпочесть одну картину мира другой, ибо принципиально нет способа определить верность того объяснения или иного. Как только смысл научной теории пересмотрен, все немедленно встает на свои места. Немедленно появляется очевидный критерий и инструмент отбора.

Именно получение алгоритмических предсказаний — отличительное свойство научного — в узком смысле этого слова — знания. В том смысле, что наукой логично назвать то, что устроено описанным образом: цель — получение предсказаний. Это не обязательно физика, ни в коем случае. Пользуясь этим критерием отличия науки от ненауки, можно однозначно сказать, что какая-нибудь, к примеру, социология — несомненно, наука. Если есть некая методика, позволяющая с наперед заданной точностью предсказывать, допустим, результаты каких-нибудь губернаторских выборов, — это, безусловно, наука. Надо предупредить клиентов, что речь ни в коем случае не идет о том, чтобы «чернить» области знания, в эту схему не укладывающиеся, т.е. алгоритмических предсказаний не дающие, они тоже могут быть весьма интересны; речь лишь о выделении критерия отличия одних областей знания от других. Отсюда, кстати, совершенно понятен известный афоризм, что в той или иной области содержится науки столько, сколько в ней содержится математики, поскольку речь идет о предсказаниях, получаемых алгоритмически и выражаемых количественно, т.е. посредством числа, и математика — язык их получения. Этим кратким дифирамбом математике, а также повторными аплодисментами догадавшемуся мы и заканчиваем лекцию, лекцией ни в коей мере не являвшейся ни одной минуты.

Лучше делать именно так — если учитель сам несколько «ушиблен», как писал Шукшин, «общими вопросами», не чужд философских отступлений и не прочь рассказать ученикам о том, что физика-то их, между прочим, «абсолютно фальсифицируема по Попперу». Это прекрасно — такое сделать. Просто не стоит занудствовать, долго объясняя школьникам про демаркационные отличия критического рационализма Поппера с его новаторским критерием потенциальной фальсифицируемости от устаревшего логического эмпиризма участников «Венского кружка» с их позитивистским принципом верификации. Не надо. Лучше как-нибудь поживее.

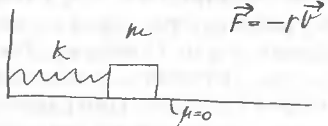
Мы недаром рассказали обо всем этом в отступлении, озаглавленном «Матлагерь». Видите ли, за четыре дня толком научить ничему невозможно, матлагерь — не матшкола (которая хотя бы дней десять!). Можно разве что вызвать некий всплеск интереса, энтузиазма по отношению к нашим предметам — не более. Однако и этого много. Даже очень много. Поэтому так важны вещи, ничего, быть может, не дающие предмету впрямую, но так много, тем не менее — объясняющие про него!

НА ДОСКЕ

листы № 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121.

Затухающие колебания

$\vec{F} = -r\vec{v}$



$$ma_x = -kx - rv_x$$

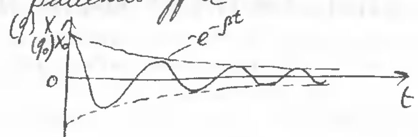
$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0$$

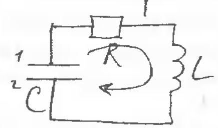
$$\ddot{x} + \underbrace{\frac{r}{m}}_{2\beta}\dot{x} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{\omega_0^2}x = 0$$

$$\underline{\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0}$$ – ур-е затухающих мех. колебаний

$$\underline{x(t) = x_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)}, \text{ где } \underline{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

решение ур-е





$$\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_s = iR$$

$$-\frac{q}{C} - L\ddot{q} = \dot{q}R$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{q} + \underbrace{\frac{R}{L}}_{2\beta}\dot{q} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}q = 0$$

$$\underline{\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0}$$ – ур-е затухающих эл.-м. колебаний

$$\underline{q(t) = q_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)}, \text{ где } \underline{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

111

Вынужденные колебания

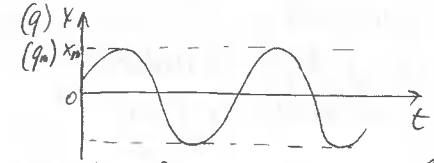
$\vec{F}_c = -r\vec{v}$

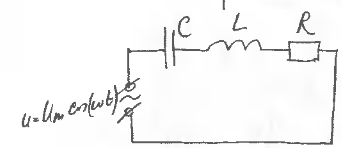
$\vec{F} = \vec{F}_0\cos(\omega t)$

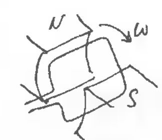
$$\ddot{x} + \underbrace{\frac{r}{m}}_{2\beta}\dot{x} + \underbrace{\frac{k}{m}}_{\omega_0^2}x = \underbrace{\frac{F_m}{m}}_{f_m}\cos(\omega t)$$

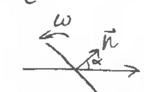
$$\underline{\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_m\cos(\omega t)}$$ – ур-е вынужденных мех. колебаний

$$\underline{x(t) = x_m\cos(\omega t + \varphi)}$$ – решение ур-е









$$\Phi = BS\cos\alpha, \quad \alpha = \omega t$$

$$\Phi(t) = BS\cos(\omega t)$$

$$\mathcal{E} = -\Phi'(t) = -(-BS\omega\sin(\omega t)) = \underbrace{BS\omega}_{U_m}\sin(\omega t)$$

$$\ddot{q} + \underbrace{\frac{R}{L}}_{2\beta}\dot{q} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}q = \frac{U_m}{L}\cos(\omega t)$$

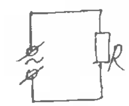
$$\underline{\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L}\cos(\omega t)}$$ – ур-е вынужденных эл.-м. колебаний

$$\underline{q(t) = q_m\cos(\omega t + \varphi)}$$ – решение ур-е

Вынужденные эл.-м. колеб. – „переменный ток".

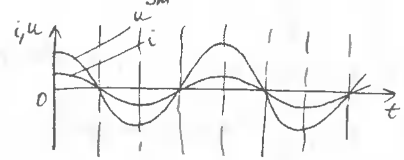
112

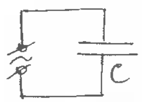
R, C, L в цепи переменного тока. (I_m – ? φ – ?)

1) 

$u = U_m \cos(\omega t)$

$i = \frac{u}{R}$, $i = \underbrace{\frac{U_m}{R}}_{I_m} \cos(\omega t)$ $\qquad$ $I_m = \frac{U_m}{R}$; $\varphi = 0$

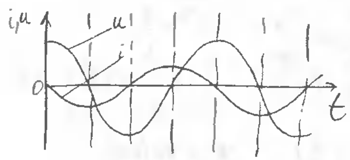


2) 

$u = U_m \cos(\omega t)$

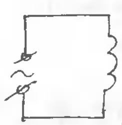
$i = q'$, $q = Cu$; $q = CU_m \cos(\omega t)$

$i = -U_m \omega C \sin(\omega t) = \underbrace{U_m \omega C}_{I_m} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$



$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$

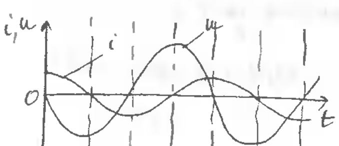
$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – емкостное сопротивл.

3) 

$i = I_m \cos(\omega t)$; $u + \mathcal{E}_{is} = iR \to 0$

$u = -\mathcal{E}_{is}$; $\mathcal{E}_{is} = -Li'$, $u = -(-Li') = Li'$

$u = -I_m \omega L \sin(\omega t) = \underbrace{I_m \omega L}_{U_m} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$



$I_m = \frac{U_m}{\omega L}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

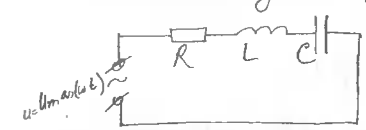
$X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивл.

113

„Общий случай".

Задача прежняя: $u = U_m \cos(\omega t)$
$i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$

I_m – ? φ – ?



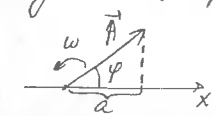
$u = u_R + u_L + u_C$

u_R, u_L, u_C — проекции векторов $\vec{U}_{m_R}, \vec{U}_{m_L}, \vec{U}_{m_C}$

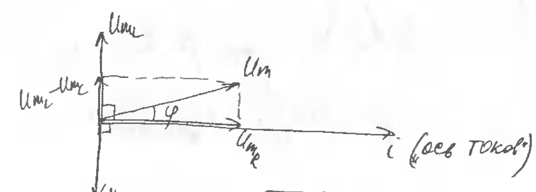
„Сумма проекций = проекции суммы"

u – проекция вектора U_m, причём $\vec{U}_m = \vec{U}_{m_R} + \vec{U}_{m_L} + \vec{U}_{m_C}$. Построим.

Метод вект. диаграмм



$a = A \cos(\omega t + \varphi)$



$U_m = \sqrt{U_{m_R}^2 + (U_{m_L} - U_{m_C})^2}$, но $U_{m_R} = I_m R$; $U_{m_L} = I_m \omega L$; $U_{m_C} = \frac{I_m}{\omega C}$

$U_m = I_m \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$, $\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_{m_L} - U_{m_C}}{U_{m_R}}$

Решение: $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$ $\qquad$ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = Z$

(„общее сопротивление")

$I_m = \frac{U_m}{Z}$, $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$

114

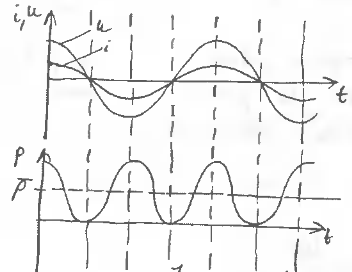
Мощность в цепи переменного тока

1) „На R":

$u = U_m \cos(\omega t)$
$i = I_m \cos(\omega t)$

$p = iu = I_m U_m \cos^2(\omega t) =$

$= \frac{I_m U_m}{2}\left(1+\cos(2\omega t)\right) = \frac{I_m U_m}{2} + \underline{\frac{I_m U_m}{2}\cos(2\omega t)}$



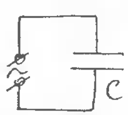
$\bar{p} = \frac{I_m U_m}{2} + \underbrace{\overline{\frac{I_m U_m}{2}\cos(2\omega t)}}_{0} = \underline{\frac{I_m U_m}{2}}$

$\bar{p} = \frac{I_m U_m}{2} = IU$

$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ — „действующие значения I и U"

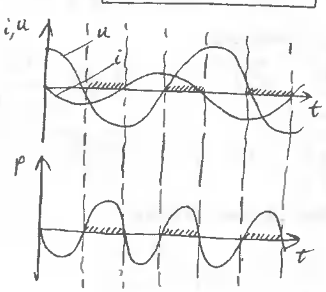
2) „На C":

$u = U_m \cos(\omega t)$
$i = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$



$p = iu = \frac{1}{2} I_m U_m \left[\cos(\omega t + \omega t + \frac{\pi}{2}) + \cos(\omega t - \omega t - \frac{\pi}{2})\right] =$

$= \underline{\frac{I_m U_m}{2}\cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right)} = \underline{-\frac{I_m U_m}{2}\sin(2\omega t)}$



$p > 0$ при i, u — „один. знака"

$p < 0$ при i, u — „разные знаки"

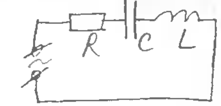
$\bar{p} = -\underbrace{\frac{I_m U_m}{2}\overline{\sin(2\omega t)}}_{0} = 0$

$\underline{\bar{p} = 0}$

„На L" — аналогично

115

Мощность в общем случае



$u = U_m \cos(\omega t)$
$i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$

$\underline{p = iu}$

$p = iu = I_m U_m \cos(\omega t)\cos(\omega t - \varphi) =$

$= \frac{I_m U_m}{2}\left[\cos(\omega t + \omega t - \varphi) + \cos(\omega t - \omega t + \varphi)\right] =$

$= \frac{I_m U_m}{2}\left[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos\varphi\right] = \frac{I_m U_m}{2}\cos(2\omega t - \varphi) + \frac{I_m U_m}{2}\cos\varphi$

$\bar{p} = \overline{iu} = \underbrace{\frac{I_m U_m}{2}\overline{\cos(2\omega t - \varphi)}}_{0} + \frac{I_m U_m}{2}\cos\varphi = \underline{\frac{I_m U_m}{2}\cos\varphi}$

Через действующие значения:

$\boxed{\bar{p} = IU\cos\varphi}$ $\quad\cos\varphi$ — „коэфф. мощности"

$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$, $I = \frac{U}{Z}$

$\bar{p} = IU\cos\varphi =$

$= I\underbrace{\frac{U}{Z}}_{=I}R = I^2 R$

$\underline{\bar{p} = IU\cos\varphi = I^2 R}$

„Проще": Мощность выделяется только на R.

$\bar{p} = I^2 R = I \cdot \frac{U}{Z} R = IU\frac{R}{Z} = IU\cos\varphi$

$I = \frac{U}{Z}$,

$\frac{R}{Z} = \cos\varphi$ (из диаграммы)

116

Резонанс в цепи переменного тока

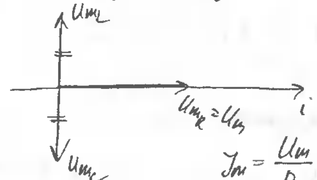
I_m – максим. при фиксир. U_m.

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \text{ – max.}$$

$$\omega_p L - \frac{1}{\omega_p C} = 0$$

$$\underbrace{\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$ – условие резонанса.

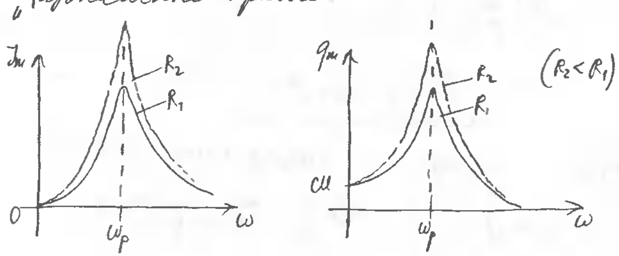
Вект. диагр. в ситуации резонанса.



$$\underbrace{I_m = \frac{U_m}{R};\ \varphi = 0} \quad (Z = R)$$

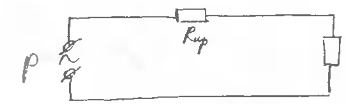
$$\underbrace{p = IU = I^2R \quad (\cos\varphi = 1)}$$

„Резонансные кривые"



117

Потери в ЛЭП.



$\underline{p = IU\cos\varphi}$ (p – фиксиров.)

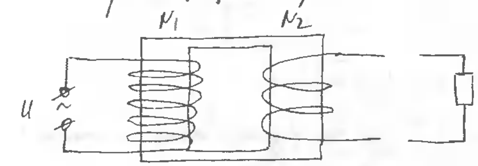
$$I = \frac{p}{U\cos\varphi}$$

$$P_{пот} = I^2R_{пр} = \underbrace{\frac{p^2}{U^2\cos^2\varphi}R_{пр}}$$

При $U^2\cos^2\varphi$ min – p – max

Выгоднее увеличивать U и $\cos\varphi$

Трансформатор.



1) Режим холостого хода. В каждом витке – ЭДС $e = -\Phi'(t)$, где $\Phi(t)$ – магн. поток в сердечнике

$|\mathcal{E}_1| = |U_1|$, $|\mathcal{E}_1| = |e|N_1$

$|\mathcal{E}_2| = |U_2|$; $|\mathcal{E}_2| = |e|N_2$

$$\underbrace{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$ – ф-ла трансформатора

$$\underbrace{K = \frac{N_1}{N_2}}$$ – коэфф. трансформации

$K>1$ – повыш.

$K<1$ – пониж.

2) Режим нагрузки

В первый момент появляется $R_2 \Rightarrow I_2 \neq 0 \Rightarrow \Phi\downarrow \Rightarrow |e|\downarrow \Rightarrow |\mathcal{E}_1|\downarrow$ (до $|\mathcal{E}_1| < |U_1|$) далее $I_1\uparrow \Rightarrow \Phi\uparrow \Rightarrow |e|\uparrow \Rightarrow |\mathcal{E}_1|\uparrow$ (до $|\mathcal{E}_1| = |U_1|$)

Итак: $|\mathcal{E}_1| = |U_1|$, но $|I_1| \gg |I_{xx}|$; $I_2 \neq 0$

$p_1 \approx p_2$ $\qquad I_1U_1 \approx I_2U_2$

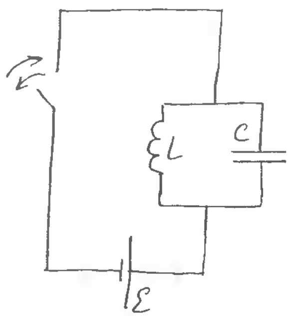
$I_1U_1\cos\varphi_1 \approx I_2U_2\cos\varphi_2$ $\quad(\varphi_1 \approx \varphi_2)$

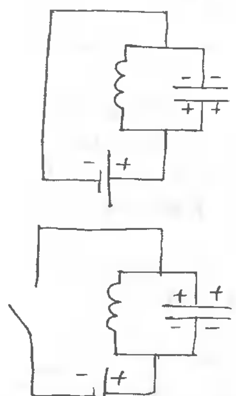
$$\underbrace{\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{I_2}{I_1}}$$ – ф-ла нагруженного трансформатора

118

Автоколебание

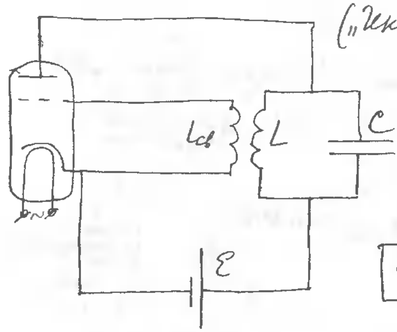
Эл-м колеб.



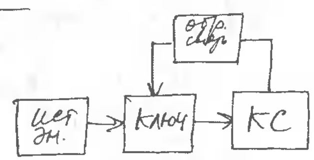


ист — ЭДС
КС — LC-конд-р
ключ — триод
обр. связь — катушка $L_{св}$.

(„Генератор незатухающих колеб.")

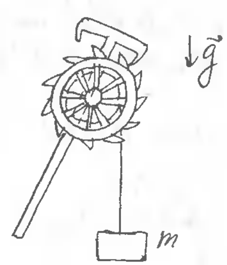


определение автоколебаний:



мех. колеб.
(анкерный мех.)

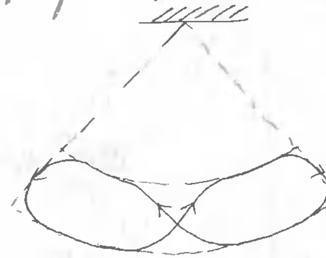
ист. — пот. эн. груза
КС — маятник
ключ — зубч. колесо
обр. связ — палеты (анкер)

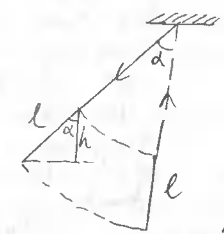


119

„Параметрический резонанс"

мех. колеб.





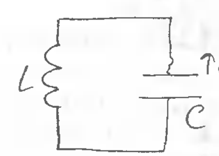
$A_{внеш} = mgl$

$A_{тяж} = mgh = mgl\cos\alpha$

$A = A_{внеш} - A_{тяж} = \underline{mgl(1-\cos\alpha)} > 0$

Амплитуда при которой приобретение за T превыш. потерям на трение.

Эл.-м. колеб.



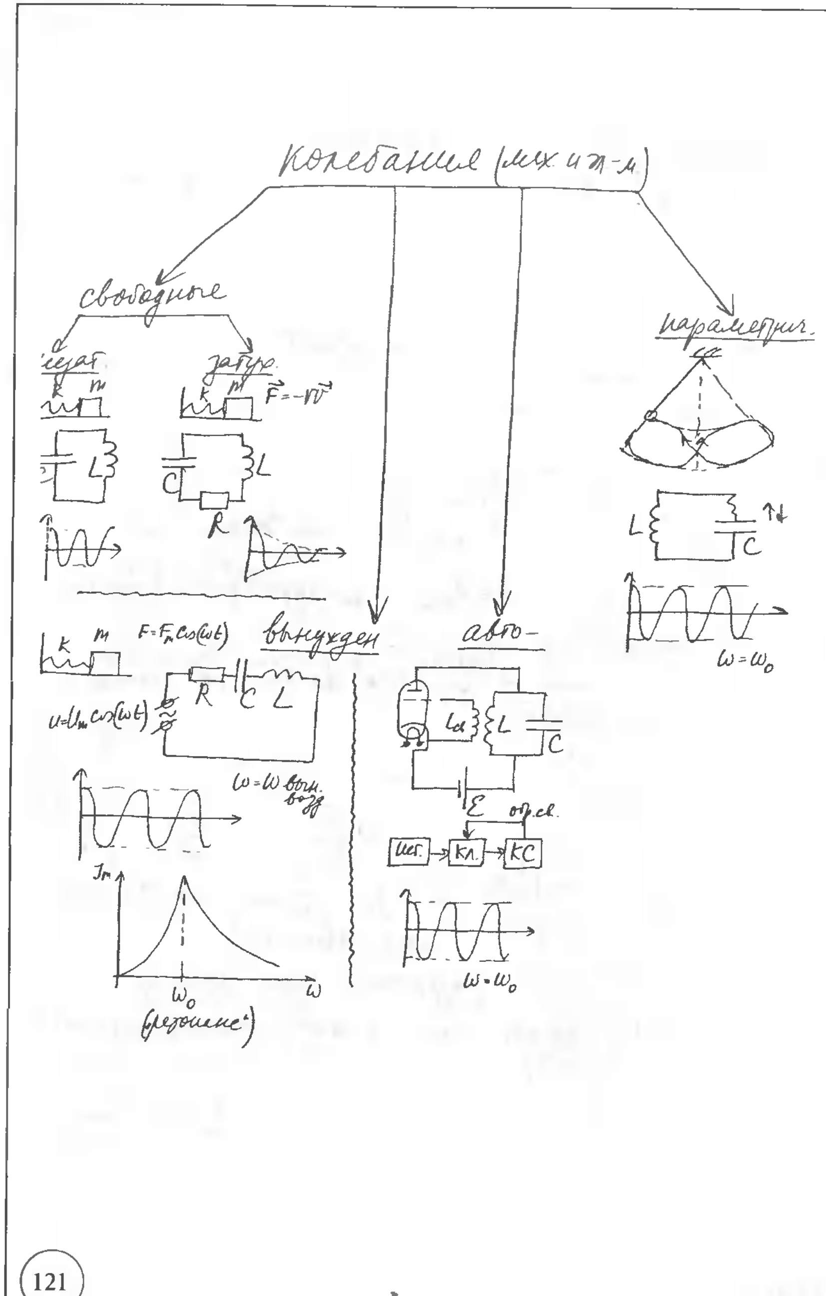
$W = \frac{q^2}{2C}$; $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$

При увелич. $d \Rightarrow C$ уменьш $\Rightarrow$
$\Rightarrow W$ увеличив.

Раскачаем, когда заряжен.

(Аналогично можно делать, изменяя L катушки)

120



Глава 2
ВОЛНЫ

Нам остался последний подготовительный шаг, и мы приступаем к оптике: итак, волны. Читателю (и клиенту в классе) тут надлежит запастись нелюжинным терпением, ибо это довольно-таки, увы, большая (возможно, самая) тема, так и не выливающаяся в задачи. Вообще, таких бы — избегать. С этой, к сожалению, никак: хотя бы по причине того, что она — переход к оптике, и от этого никуда. Как же ее переплыть? Спасение одно: как и во всех подобных случаях — темп. Исключительно быстрый темп. Практически *presto*.

Волной будем называть колебание, распространяющееся в пространстве с течением времени. Далее, как мы это делали раньше, рассмотрим вначале механические волны, на которых, собственно, и разберем, что есть волна, затем перейдем к электромагнитным. Специфические волновые свойства будем разбирать параллельно. То есть знакомиться с самими явлениями на примере волн механических и тут же рассматривать, как то или иное выглядит и может быть наблюдаемо у электромагнитных — в первую очередь у света.

Сначала — так называемые системы с сосредоточенными параметрами — естественное обобщение механического осциллятора. Вместо одного пружинного маятника — много. Цепочка, параметры в которой, тем не менее, «сосредоточенные». За упругость отвечают исключительно пружины — упругие, но не массивные, за инертность — грузы. Можно подробно (опять же посредством комиксов) разобрать, как передается колебание от одного «звена» цепочки к другому, и как в результате возмущение охватывает всю цепочку, причем некий n-й груз в результате колеблется точь-в-точь, как первый, но с запаздыванием по фазе. То есть в точности повторяет состояние первого, какое было у него в некоторый момент, к примеру начальный $t = 0$, но с запаздыванием на $\tau = x/v$. Здесь x — расстояние, отделяющее его от первого, а v — скорость распространения возмущения в данной цепочке — она и будет именоваться скоростью волны. Здесь на самом деле все хитро, с этой хитростью так и доживем, честно говоря, до конца темы. Как известно, скоростей, которые могут быть введены в связи с волновым процессом, две — фазовая и групповая. Они различаются, если имеет место *дисперсия*. Тогда фазовая скорость — скорость перемещения (т.е. перемещение в единицу времени) поверхности одной фазы — наглядно, допустим, гребня или впадины — определяется как $v = dx/dt$. Групповая же скорость — скорость «группы волн» — скорость перемещения волнового «сгустка» («пакета»), возникающего из-за наложения волн разных длин (и распространяющихся с различными фазовыми скоростями, в чем и состоит дисперсия) друг на друга. Ни в коем случае не будем вдаваться в эти вузовские подробности, оставив их до лучших времен. Именно здесь немногочисленные энтузиасты рассказывают про «глубокую воду» и объясняют, почему лодка качнется шесть раз на трех гребнях. Конечно, это — только факультатив. А лучше — кружок. Мы будем рассматривать ситуацию, когда имеет место монохроматическая волна (т.е. с одной частотой), никакой дисперсии нет, скорость фигурирует одна-единственная — фазовая, которую мы во избежание ненужных недоразумений определим «по-простому», а именно так, как мы и сделали: «скорость распространения возмущения» или же «скорость движения фазы — гребня или впадины».

Проследив на рисунках, как именно получается, что все грузы вовлекаются в колебательный процесс, но не сразу, а постепенно друг за другом, а именно проанализировав функцию упругости (передача возмущения) и инертности (запаздывание в процессе этого), можем перейти к электромагнитному аналогу. Это много LC-контуров вместо одного. Здесь останавливаться подробно на «механизме» весьма сложно ввиду малой наглядности процесса (в отличие от механики) — можно ограничиться лишь изображением соответствующей цепочки. Если мысленно распределить в механической цепочке массу и жесткость между грузами и пружинами, чтобы деформируемыми стали не только пружины, но и грузы, то в пределе придем к модели упругого шнура. Масса и упругость в нем «размазаны» равномерно по его длине — и мы получим так называемую систему с распределенными параметрами, можно говорить о m и k единицы длины этого шнура. Электромагнитный аналог получим, мысленно раздвигая обкладки конденсаторов и растягивая катушки индуктивности. В пределе в электромагнитном случае у нас окажется просто два провода — так называемая двухпроводная линия — система с распределенными параметрами в электромагнитном случае (точно так же можно говорить о L и C единицы длины этой линии).

Мы получили образ, на котором удобно провести некую формализацию всего явления, а именно волну *в линии* — одномерный случай, удобство которого состоит в фигурировании во всех формулах лишь одной координаты, поскольку возмущение распространяется вдоль одной координатной оси. Формулу, которую практически все учебники (школьные!) именуют волновым уравнением и являющуюся на самом деле его решением, запишем после того, как введем необходимые понятия. Амплитуда, частота, период и фаза будут означать ровно то, что они означали, когда мы говорили о колебаниях. К ним прибавится «скорость волны» (уточнение «фазовая» опустим, поскольку другой у нас не будет) — ее мы определили, а также длина волны — расстояние между ближайшими точками, колеблющимися синфазно, т.е. идентично. Введя, кроме того, понятия поперечной и продольной волны и стараясь исключительно из соображений наглядности все показывать на примере поперечной, попытаемся создать формальное описание волнового процесса.

Вначале выясним связь между введенными величинами. Рассмотрим колебание некой точки шнура, к примеру в начале координат (хотя, разумеется, необязательно этой), она колеблется с неким периодом. Вдоль шнура распространяется поперечная волна, что выражается в том, что от точки к точке передается возмущенное движение и все новые и новые точки вовлекаются в колебательное движение: точь-в-точь, как первая, но с каким-то запаздыванием относительно нее по времени и, стало быть, по фазе. За время, равное одному периоду, это возмущение распространится по шнуру до некоторой точки, и вот сейчас у этой самой точки шнура начнется колебание — первое, до этого момента точка эта была, понятно, неподвижной. Так как мы рассмотрели не просто некий произвольный промежуток времени, а ровно период, у первой точки закончилось первое колебание и вот-вот начнется второе.

Итак, у первой точки начнется второе колебание, у второй, до которой только дошло возмущение, — первое. Мы получили две ближайшие точки, которым в дальнейшем предстоит колебаться синфазно. Но расстояние между найденными точками — ближайшими колеблющимися в одной фазе — по определению есть не что иное, как длина волны. С другой стороны, расстояние между ними, очевидно, равно произведению скорости возмущения в данной линии и рассмотренного промежутка времени, т.е. периода. Мы получаем, что длина волны равна произведению скорости волны на период колебаний, т.е. за период волна, таким образом, распространяется ровно на длину волны. По весьма загадочным причинам эта несложная формула, подобно какому-нибудь закону Ома для однородного участка, источник немыслимых и совершенно неистребимых ошибок. В последний момент клиент намертво забывает, что надо умножить на что (или разделить?!), вдобавок ко всему в дело впутывается еще и частота — и совершенно несложная, по сути, формула становится вдруг незапоминающейся совершенно! На самом деле она элементарно проверяется очевидными соображениями размерности — метры должны быть равны произведению метров в секунду на секунды — и уже нет никакой путаницы и даже никакой необходимости досконально восстанавливать смысл.

Далее — очевидная задача — получим формулу, решающую, по сути, основную задачу механики для колеблющейся точки с координатой x, а именно предсказывающую ее положение в пространстве в любой момент времени. Получим ее из качественных соображений, которые и были изложены выше. Точка с координатой x колеблется так же, как колебалась точка в начале координат τ секунд назад ($\tau = x/v$ — время, необходимое для того, чтобы возмущение, распространяющееся со скоростью v, преодолело расстояние x). Таким образом, если положение точки в начале координат описывается, как мы знаем, формулой $s = S\cos(\omega t)$ (s — смещение точки из равновесия; S — амплитуда этого смещения), то колебание точки с координатой x должно описываться формулой $s = S\cos(\omega(t - \tau)) = S\cos(\omega t - \omega x/v)$. Это и есть решение волнового уравнения, правда, полученное нами не из самого уравнения, а из «окольных» соображений. Если интересно, можно по этому решению восстановить само уравнение — нужно продифференцировать полученную зависимость $s(x, t)$ дважды по времени и дважды по координате (*Иродов*) и убедиться в том, что имеет место следующее: $\partial^2 s/\partial x^2 = 1/v^2 \cdot \partial^2 s/\partial t^2$ — это и есть само волновое уравнение. Именно его (забегая вперед), разумеется, и получал Максвелл из своих уравнений, что и считалось теоретическим доказательством того, что распространяющееся в пустом пространстве электромагнитное поле обнаруживает свойства классической волны. Формулы эти получались, разумеется, для E и B; множитель, в СИ равный $\varepsilon_0\mu_0$, должен был, согласно виду волнового уравнения, трактоваться как $1/c^2$, где c — скорость волны. Это и было число, счастливо совпавшее, как уже говорилось, со скоростью света. Мы всего упомянутого, конечно, делать не будем, скорость же эту мы нашли не так давно из самих уравнений Максвелла непосредственно, воспользовавшись для простоты образом движущихся однородных полей.

Итак, решение волнового уравнения получено, само волновое уравнение, в принципе, тоже; не потребуется нам для задач ни то, ни другое, разве что формула волны. Но вид решения нам все же потребуется для ряда выводов ниже. Волна, рассмотренная нами, есть волна *бегущая*, причем вдоль x. Решение для волны, бегущей в противоположном направлении, будет содержать в аргументе не «минус», а «плюс»: $s = S\cos(\omega t + \omega x/v)$. Любопытный и крайне полезный для дальнейших разговоров образ — результат наложения этих двух бегущих волн — «туда» и «обратно». О них часто говорят как о «бегущей и отраженной». Буквальный подсчет, основанный на идее, что колебание в любой точке обусловлено возмущением, переносимым первой волной, и возмущением, переносимым второй, дает любопытную формулу, остановиться на интерпретации которой имеет смысл. Полученный процесс уже не есть бегущая волна — она «не бежит» ни в какую сторону в том смысле, что вдоль x не перемещаются ни гребни, ни впадины, ни влево, ни вправо. Формально это выражено тем, что фаза не зависит — в отличие

от бегущей волны — от координаты, она везде, во всех точках одна и та же, т.е. гребни и впадины всегда на одном месте. А вот амплитуда — у бегущей волны везде одинаковая — здесь разная в разных точках, что формально выражено тем, что координата попала в выражение амплитуды, которая в бегущей волне являлась константой. То есть в бегущей волне амплитуда везде одинакова, но фаза зависит от места; здесь же, в этом «результирующем» процессе, фаза колебания везде одна, а вот амплитуда зависит от места. Как это понять, качественно можно (и весьма полезно) показать на комиксах. Нужно всего лишь отдельно изображать две смещающиеся в противоположных направлениях бегущие волны, аккуратно складывая всюду ординаты, т.е. смещения. Мы получим серию кривых с действительно несдвигающимися гребнями и впадинами. Это — *стоячая* волна, которая будет многократно упоминаться в дальнейшем.

После конструирования минимально необходимого формального описания можно перейти от волн в линии к волнам *в среде*. Здесь появляются понятия волновой поверхности (совокупность точек, колеблющихся синфазно), волнового фронта (множество точек, до которых дошло возмущение, по сути — первая волновая поверхность) и луча (перпендикуляр к волновым поверхностям). Луч — еще одно понятие, которое надо воспринимать в лучшем смысле этого слова формально. Можно изобразить картину волнового процесса в изотропной среде, к примеру волн на поверхности воды от точечного поплавка, изобразив на одном рисунке волновые поверхности и лучи. Кстати, о примерах. Общеизвестно, что волны в жидкости поперечными быть не могут — не возникает сил упругости при деформациях сдвига. Да и невозможно представить, чтобы жидкость — среда, практически несжимаемая, сжималась и растягивалась на расстояния высоты волн. Общеизвестно, что частицы жидкости совершают вращательные движения, а не колебательные. В ряде книжек это поясняется рисунками достаточно подробно (*Алешкевич*), и дублировать этот не особенно важный сам по себе для нас момент здесь не будем. Но надо понимать, что упоминание этих волн в качестве примера поперечной волны, тем не менее, в школе вполне позволительно (хотя это и иные волны — гравитационные и капиллярные), ибо сама *поверхность* жидкости в результате этих вращательных движений частиц действительно совершает поперечные колебания. Такая волна распространяется по поверхности от источника, и даже в ряде случаев (а именно малой амплитуды) — синусоидальна.

В качестве примера механической продольной волны в среде логично разобрать звук и все, что с ним связано. Звук — распространяющиеся сжатия и разряжения воздуха или какой-либо иной среды, вызывающие слуховое ощущение. Таким образом, звук выделен, отделен от инфразвука, ультразвука и иных участков диапазона частот исключительно физиологически. Слуховые ощущения вызывают, как известно, колебания частотой от 16 до 20 000 Гц (для простоты можно запомнить «от двадцати герц до двадцати килогерц»), но и излучение в иных частотах физически, разумеется (это тоже осознаваемо учеником отнюдь не всегда), устроены точно так же. Поэтому упоминание звука — совершенная условность, речь идет о любых продольных колебаниях всех частот. «Звук» будет употребляться для краткости и в связи с тем, что именно на частотах, которые мы слышим, наиболее удобно изучение данных волн. Именно здесь возникает образ излучателя, в котором устанавливается стоячая волна и который излучает колебания в окружающее пространство, заставляя колебаться прилегающие к нему фрагменты среды. Речь идет прежде всего о струне. Это осциллятор, в котором могут существовать стоячие волны лишь определенных длин волн, а значит — частот. Обязательное условие — на концах непременно узел (если закреплены оба) или же на одном конце узел, на другом — пучность (если закреплен один). В первом случае, как покажет рисунок, на длине отрезка должно умещаться целое число полуволн, во втором случае — нечетное число четвертей волны. Из этих условий несложно получить, какие именно — и только эти — длины волн и частоты могут существовать в струне и, стало быть — излучаться длинной струной. (Обратим внимание — редкий для классической физики случай дискретного набора разрешенных значений!) Максимальная длина волны (минимальная частота) — основной тон, остальные длины волн (и частоты) — обертона. При произвольном «дергании» струны возбуждается как основной тон, так и обертона, т.е. струна участвует одновременно в различных колебаниях, имеющих различные, но исключительно «разрешенные» для этой струны частоты. Каждое колебание (каждой частоты) — гармоническое, т.е. синусоидальное. Это и есть — *тон*. Наложение этих колебаний, т.е. результирующее колебание — по Фурье, представляет собой периодическое, но не гармоническое колебание. Это — *нота*.

Периодические колебания одного периода могут иметь, однако, разный вид; это обусловлено тем, что у них не совпадает распределение амплитуд разных колебаний по их частотам, т.е., другими словами, то, как по этим колебаниям (обертонам) распределена энергия. Этим определяется *тембр* звука. Формализуя это понятие, можно сказать, что тембр, как мы помним из института, это зависимость величины $dI/d\upsilon$ (спектральная плотность интенсивности) от частоты υ — в эти подробности можно вдаваться, можно и нет. Итак, струна в процессе своих колебаний заставляет колебаться с той же частотой (точнее, с теми же частотами) прилегающий воздух, и мы получаем излучение звука в среде. Можно было бы сказать, что, по сути, мы разобрали музыкальный инструмент, если бы не то обстоятельство, что в большинстве струнных музыкальных инструментов основное излучение звука осуществляется благодаря не струне, а корпусу — резонансному ящику. Его роль состоит в том, что в нем возбуждается стоячая волна воздуха тех же частот, что и у струны, а излучатель он принципиально лучший, нежели сама струна.

Чтобы это понять, разберем в качестве модели, камертон. Почему ему требуется резонансный ящик, почему без него ножки звучат еле-еле? Дело в том, что выравнивание давления по обе стороны ножки является препятствием эффективного излучения волны. Волна излучается тем лучше, чем это выравнивание выражено менее, чем лучше сохраняется перепад давлений по разные стороны ножки, поскольку именно этот перепад давлений и есть, по сути, амплитуда колебаний, и она должна быть по возможности велика. Для того чтобы выравнивание происходить «не успевало», требуется, чтобы характерное время выравнивая давления τ было, как минимум, сравнимо с периодом колебаний T. Но время выравнивания давления по порядку величины есть l/v, где v — скорость распространения колебаний в заданной среде, т.е. скорость звука, а l — характерный линейный параметр излучателя, т.е. в данном случае, ножки. Период T, в свою очередь, по формуле волны есть λ/v, где в знаменателе — точно та же скорость звука в воздухе, а в числителе — длина волны. Таким образом, требование $\tau \sim T$ сводится к требованию $l \sim \lambda$, т.е. требованию того, чтобы линейный размер излучателя был сравним с длиной волны, им излучаемой. Данное требование не выполняется для относительно малой ножки камертона, но выполняется для резонансного ящика — аналогично обстоит дело и с корпусом музыкального инструмента. Что касается специфически музыкальных понятий и терминов в связи со звуком — трудно сказать, сколь подробно этим нужно заниматься. То есть времени, конечно, как и всегда, жаль, и даже очень. И в задачах это, естественно, не понадобится никогда — разве что по сольфеджио. Кроме того, есть некая экзотическая опасность, состоящая в том, что ученики, которые учатся в музыкальной школе, все это знают и без вас, только гораздо лучше (а те, кто там не учится, все равно поймут мало что). Так застревать ли на основах музыкальных знаний в связи с изучение звука? Честно говоря, если отвлечься от того, что в некотором роде искусство, — все, чем мы занимаемся на нашем предмете, станет понятно, что с собственно искусством (в традиционном прочтении этого термина) нам на уроках не придется соприкасаться почти никогда. Не будем же — разнообразия ради — упускать такую нечастую возможность.

Итак, если зажать струну посередине, как следует из полученных нами формул, мы получим звук с вдвое большей частотой. Он — выше на октаву. А если оставим две трети — звук будет с частотой, как опять-таки следует из наших формул, равной трем вторым первоначальной частоты, — он выше на квинту. Если изображать все на линейной шкале частот, получится, что в 7 октавах помещается 12 квинт (примерно). Сдвигание каждой квинты по этой шкале на произвольное число октав даст нам много новых делений — каждая октава разделится этой манипуляцией на 12 частей или ступеней, что составляет открытие Пифагора. Мы получили так называемый пифагорийский строй. Дальше — в недостатки пифагорийского строя, происхождение «волков» и получение темперированного (*Фейнман*) углубляться уж точно не стоит. Хотя... Ну, расскажите, расскажите им тут побольше! Благо есть о чем. Тут все понятно — и все непонятно. Понятно, что такое биения, — можно, кстати, и формулу вывести, и график нарисовать. Частоты — ну очень близки: певец поет — ну совсем немножечко мимо нот, совсем чуть-чуть — понятно. Можно исчерпывающе формализовать — от и до. А эти поют «в октаву» — все ясно: частоты отличаются вдвое. Все понятно. Непонятно одно: *почему* первое кажется нам мерзким, а второе — прекрасным. Чудо — в заложенном в нас априори представлении о *гармонии*. «Вот так же, дети, мы — почему-то! — всегда ведаем, что хорошо, а что плохо (феномен именуется *совестью*). Откуда? — Загадка». Пресловутый «нравственный закон внутри нас», как известно, казался одному философу не меньшим чудом, нежели «звездное небо над головой». Только исключительно поверхностный взгляд видит причину всего в «воспитании». Мало ли, кого как воспитывали, а совесть у всех одна. По-разному же — *слушают*. Только не переусердствуйте — у нас все-таки не «Основы этики» (так и хочется поставить «смайлик» — нельзя).

Все то же самое относится к возможному соблазну обсуждения музыкальных инструментов: ну, хотите рассказать, что орга́н — это автоколебательная система, расскажите. Ладно. Критерий один: если после того или иного «лирического отступления» тягостный осадок о потерянном драгоценном учебном времени не возникает (а *это* чувство профессионалу не перепутать ни с чем!) — все в порядке.

Пойдем дальше.

Электромагнитным аналогом струны является антенна — кусок провода, в котором происходят колебания с одной из «разрешенных частот», т.е. в котором существует стоячая волна. По порядку. По Максвеллу, излучает ускоренно движущийся заряд. В смысле модели вполне подходит рассуждение Томсона про «излом силовой линии», который и есть, по сути, волна (волновой импульс), — и соответствующий рисунок. Излом на силовой линии появляется исключительно по причине того, что у заряда появилось ускорение, и все точки поля не «узнают» об этом мгновенно, иначе бы картина линий не изменилась. Излом, вызванный изменением движения заряда, движется вдоль линии с конечной скоростью (той самой c) — и это движение излома, т.е. некое возмущение поля, моделирует волну. Важно здесь есть еще и то (что мы ни в коем случае не советуем выводить), что перпендикулярная силовой линии проекция $\boldsymbol{E}$, т.е., собственно, «поле излома» убывает с расстоянием медленней (как $1/r$), нежели само поле, которое убывает «по Кулону» (а именно как $1/r^2$) (*Пинский*). Так что есть области, где «полем излома» пренебрегать нельзя, тогда как самим кулоновским полем — уже можно («волновая зона», о которой только и будет идти речь при обсуждении радиосвязи). Что же будет, если ускоренное движение заряда представляет собой гармоническое колебание? Какова будет в этом случае картина силовых линий? Оптимальной моделью того, что происходит в антенне, где имеют место как раз гармонические колебания, будет гармоническое колебание диполя, обсудить которое — с рисунками! — имеет смысл достаточно подробно.

Итак, у нас «нежесткий диполь», дипольный момент которого меняется по закону синуса или косинуса (поскольку по этому закону изменяется плечо диполя). Здесь, как нигде, требуется изображать комиксы (*Зильберман*). Именно из этой серии рисунков происхождение самого последнего — и единственного, изображенного в учебнике, станет, наконец, понятным (в противном случае, поверьте, он непонятен абсолютно). Суть, которую должна передать эта серия, состоит в том, что постепенно, по мере движения зарядов в окружающем пространстве видоизменяется поле, которое «отделяется» от диполя в момент пространственного «совпадения» зарядов. С «новым» полем начинается то же самое, тогда как «старое» поле, отделившееся от системы зарядов, движется от диполя со скоростью c. Перпендикулярно силовым линиям электрического поля располагаются окружности магнитного, «картинка расползается». Преимущественно, что видно и по рисункам, перпендикулярно оси диполя, совсем никаких изменений — вдоль оси.

Изобразив серию рисунков о том, как выглядит картина линий, можно в качестве обобщения изобразить и *диаграмму направленности*, показывающую как раз, как зависит излучаемая энергия от выбранного направления в пространстве. При этом нужно подробно объяснить принцип построения этой диаграммы и то, что, в отличие от прошлого комикса — рисунка, это — уже диаграмма, т.е. поле отнюдь не выглядит этой самой «восьмеркой» (поверьте, это не всегда понятно!), она лишь позволяет формально сопоставить излучение диполя в различных направлениях. Строится она просто — под интересующим нас углом откладывается отрезок, численно равный (в некоем принятом масштабе) энергии, излучаемой под этим углом. Точнее — энергии, проходящей в единицу времени через единичную площадку. Величина называется *интенсивностью* или, как чаще в учебниках, «плотностью потока излучения». Если мы проделаем это со всеми углами, а затем соединим концы отложенных отрезков, мы и получим ту самую «восьмерку» (с *соприкасающимися*, а не пересекающимися петлями — часто изображают ошибочно, даже в учебниках), которая наглядно покажет, что максимально диполь излучает перпендикулярно своей оси и совсем не излучает вдоль нее. Здесь же в принципе можно вывести формулу, связывающую интенсивность излучения с объемной плотностью энергии в волне и скоростью распространения волн. Мы получим, что интенсивность, в частности, пропорциональна объемной плотности энергии, которая, в свою очередь, пропорциональна самой энергии в некоем объеме, пропорциональной, как мы знаем, квадрату амплитуды изменяющейся величины. Таким образом, получается, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, что нам еще потребуется в дальнейшем.

Итак, гармонический колеблющийся диполь — модель стоячей волны в антенне. Теперь можно рассмотреть и саму стоячую волну, т.е. то, что происходит в самой антенне, ну, к примеру, в течение одного полупериода. Изобразим некий провод, протянем вдоль него координатную ось, перпендикулярно которой тут же, на этом же рисунке, будем откладывать ток и заряд. Учтем, что у стоячей волны тока узлы на концах — ток там невозможен, соответственно, пучность в середине. У стоячей волны заряда наоборот — заряды скапливаются на концах — там пучности, стало быть, посередине — узел. Изобразить соответствующие картинки тоже необходимо серией, дабы было понятно, что же там изображается и как последовательно все происходит (*Зильберман*). Одна, заключительная картинка, без контекста — повторимся — как правило, бывает совершенно нечитаема и так и остается непонятой. На серии последних рисунков уже совершенно очевидна аналогия с механической струной и стоячей волной в ней. Мы разобрали электромагнитный излучатель. Его можно осознать и как некоторый колебательный контур, только «открытый». Из привычного нам закрытого мы можем его получить, раздвигая обкладки конденсатора и растягивая витки катушки индуктивности. В результате этого поле вовне, представлявшее собой пренебрежимо малые «краевые эффекты», окажется существенным. Все поле, по сути, окажется во внешнем пространстве, и интенсивность излучения, пропорциональная амплитуде полей, соответственно, вырастет, излучатель станет эффективным.

Превращение закрытого колебательного контура в открытый с соответствующими состояниями полей, разумеется, также необходимо изобразить на доске, и опять же лучше не одним рисунком. На этом вопрос о том, как же можно представить себе излучение электромагнитных волн, можно считать выясненным. Заметим, практически без формул — прежде всего по той причине, что подавляющее большинство их в школе все равно недоступно априори, это, конечно, абсолютно вузовские моменты — без вариантов.

Заключительный вопрос, как понятно, — практическое использование изложенного, т.е. создание этого самого излучателя. Дело в том, что для начала излучения, т.е. для возбуждения стоячей волны, требуется зарядить проводящий провод так, чтобы разные его концы имели бы противоположные заряды. Обычный провод так зарядить, разумеется, не удастся. Заряды будут немедленно компенсировать друг друга вследствие подвижности свободных электронов в проводнике. Но, однако, нам удастся зарядить два участка этого проводника противоположными зарядами в том случае, если на какое-то время изолировать эти части друг от друга, т.е. разделить проводник, разрезать его. Тогда мы можем зарядить половинки до весьма больших зарядов. Они скопятся на концах, обращенных друг другу вследствие притяжения, и в промежутке может быть создано очень большое напряжение, а значит, и напряженность. И если эта напряженность станет равна напряженности пробоя — произойдет пробой, т.е. свободные заряды, существующие в атмосфере, электроны и ионы, будут разгоняться этим полем настолько сильно, что при ударах о нейтральные атомы смогут их ионизировать. В результате этого возникнет канал, в котором воздух содержит большое количество свободных носителей заряда, т.е. будет ионизирован.

Описанное есть не что иное, как искровой разряд. По мере того как половинки будут разряжаться друг на друга, заряды их будут уменьшаться, будет уменьшаться напряжение, а стало быть, и напряженность в «искровом промежутке». Когда поле будет недостаточно для такого разгона зарядов, при котором они ионизируют встречные атомы, самостоятельный разряд прекратится. Но все время горения искры система представляет собой единый проводник, и именно в течение этого времени будет происходить то, что описано выше, а именно установится стоячая волна заряда и тока и, соответственно, излучение волны в окружающее пространство. После погасания искрового заряда половины провода требуется зарядить заново, и тогда после выполнения условия пробоя все повторится. Описанное устройство и есть *антенна* — излучатель Герца, посредством которого Герцу удалось получить экспериментально электромагнитные волны и практически исследовать их свойства.

После исследования их преломления в диэлектрике и отражения от проводника Герцем и были сделаны выводы о том, что электромагнитной волне присущи свойства классической волны, в частности, забегая вперед (или лучше — вспоминая 8-й класс), для них выполняются законы отражения и преломления. Также, опять-таки забегая вперед, удалось пронаблюдать поляризацию электромагнитных волн, что подтвердило их предсказанную Максвеллом поперечность. Все это составляет содержание так называемых опытов Герца, на которых более подробно можно не останавливаться. Итак, предсказания оказались верны — электромагнитное поле в отсутствие зарядов и токов существует в виде волны, обнаруживающей все известные доселе волновые свойства, характеризующие волны любой природы. Так как скорость этой волны, как мы выяснили, совпадает со скоростью света, на основании чего мы и заключили, что свет является электромагнитной волной, все сказанное выше относится и к свету. Впрочем, проявления специфических волновых свойств можно пронаблюдать у видимого света и непосредственно, но об этом — дальше. Главное ясно уже сейчас: свет (как и звук) выделен из волн иных длин и частот *физиологически*: свет вызывает зрительное ощущение — *физически* это электромагнитные волны той же природы, что и всех иных длин, обладающие всеми волновыми свойствами и обнаруживающие те волновые явления, к которым мы вскоре перейдем.

Вопрос, стоящий несколько особняком, совершенно инженерный по своей сути, — вопрос об использовании электромагнитных волн для передачи информации, т.е. вопрос о радиосвязи. Проблема ясна — требуется некое колебание (а по Фурье, любой сигнал — наложение колебаний каких-то частот, фаз и амплитуд) передать на большое расстояние посредством электромагнитной волны. Первое, что нужно сделать, — механическое колебание, к примеру звук, превратить в электромагнитное, для чего подойдет устройство, подобное рассматривавшемуся нами генератору. Пусть звук колеблет некую мембрану, являющуюся фрагментом некоего замкнутого контура в магнитном поле. Тогда в мембране будет возникать сила Лоренца и ее продольная, как мы выяснили, составляющая будет вызывать упорядоченное движение электронов, т.е. в контуре будет возникать ЭДС индукции и ток. Причем колебания мембраны, ЭДС индукции и ток будут повторять по виду излученные механические колебания. Схематически описанное нами устройство — микрофон. Далее эти электромагнитные колебания требуется излучить при помощи уже обсужденной нами антенны, которая может быть связана с контуром, к примеру, индуктивной связью, «как в трансформаторе». Далее колебания должны быть вызваны этой волной в антенне приемной, которая, в свою очередь, будет связана индуктивно с цепью некоего обратного микрофону приемного устройства. Обратное устройство, понятно, должно повторять двигатель, а именно — меняющийся ток должен приводить в колебательное движение некую мембрану, являющуюся фрагментом контура в магнитном поле, и она должна колебаться под действием силы Ампера,

излучая звук, причем в соответствии с тем, каков был ток, который, в свою очередь, находится в соответствии с первоначальным звуком. Это, как уже ясно, динамик. Микрофон и динамик, как видно, в сущности, одно и то же устройство — контур с мембраной в магнитном поле — и принципиально обратимы, как генератор и двигатель. Итак, по идее, радиосвязь должна быть реализована по схеме, содержащей микрофон, передающую антенну, приемную антенну и динамик. Тем не менее, как хорошо известно, радиопередатчик — это не только микрофон, а радиоприемник — не только динамик. Проблема в том, что низкочастотные колебания (а именно они являются информативными, т.е. в конечном итоге именно они вызывают слуховое ощущение и воспринимаются) излучаются плохо, ибо интенсивность излучения антенны пропорциональна аж четвертой степени частоты колебаний, в этой антенне происходящих. Как мыслится вывод этого утверждения? «В общих чертах». Дело в том, что, как мы выяснили, интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды колеблющейся величины, т.е. в данном случае $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{B}$, а они, в свою очередь, суть «поля излома» и пропорциональны, как уже вскользь говорилось, амплитуде ускорения частиц. Ну, а она, в свою очередь, как можно припомнить из описания механических колебаний, пропорциональна квадрату циклической частоты, а значит, и обычной. Так и получается, что интенсивность, стало быть, пропорциональна частоте колебаний электронов в антенне, а значит, заряда и тока, в четвертой степени.

Стало быть, излучать требуется высокочастотный сигнал (под «сигналом» мы будем, в общем, понимать колебание или результат наложения нескольких колебаний — по Фурье), притом что информация содержится в низкочастотном. Выход состоит в том, чтобы в излучаемом высокочастотном колебании изменять некую характеристику по закону низкочастотного информативного сигнала. Процесс называется модуляцией. Если по известному закону в высокочастотном колебании изменяется амплитуда — речь идет об амплитудной модуляции, фазы — фазовой, частоте — частотной (все несложно проиллюстрировать рисунками). Разберем, понятно, амплитудную. Прежде всего нам требуется устройство, вырабатывающее незатухающие колебания высокой частоты — «болванку», которую предстоит менять по закону низкочастотного сигнала. Контур, в котором поддерживаются такие колебания, уже придуман — это генератор незатухающих колебаний или генератор автоколебаний, обсужденный в связи с автоколебаниями выше. Для того чтобы амплитуда этих колебаний изменилась с низкой частотой, введем еще одну ЭДС, в качестве которой будет выступать цепь микрофона, соединенная с внешним контуром индуктивной связью: дополнительная катушка связи с цепью микрофона и будет такой ЭДС.

В результате в цепи автоколебательной системы будут происходить незатухающие колебания с амплитудой, изменяющейся по тому закону, по которому изменяется ЭДС индукции в катушке связи с цепью микрофона. Дальше — индуктивная связь с передающей антенной — и радиопередатчик изобретен. Конечно же все не так. Во-первых — из главного — определяющая роль в изменении амплитуды принадлежит триоду контура как нелинейному элементу. Про это ничего говорить не будем, всецело оставив до вузовского курса радиотехники. Вообще, нелинейность вряд ли стоит рассказывать — все равно в никуда. Допустим, объясните. Целое дело потом объяснять, почему именно нелинейность важна для осуществления модуляции, чтобы не колебания суммировались, а амплитуда стала меняться. Во-вторых (опять же из основных и наиболее существенных «лукавств») — отсутствие усиления, о чем и вовсе не хотелось бы даже и начинать.

Далее — радиоприемник. В нем должно, очевидно, производиться вычленение низкочастотного колебания из принятого высокочастотного и преобразование его в звуковые колебания в динамике. Осуществляется это «убиранием» нижней половины синусоиды, благодаря чему вместо нее получаются пульсации, которые сглаживаются, результат сглаживания и есть низкочастотный сигнал. Для осуществления этого требуется наличие в цепи элемента с односторонней проводимостью — диода вакуумного или полупроводникового. Наконец, для сглаживания нужен конденсатор, включенный параллельно динамику: в те полпериода, когда диод заперт, ток через динамик все равно протекает — это ток разрядки конденсатора. В результате в цепи динамика получаются сглаженные пульсации, вид которых и напоминает исходное колебание. Для возможности приема волн от различных передатчиков (с различной несущей частотой) существует колебательный контур, связанный с приемной антенной; в антенне возбуждаются колебания всех частот, т.е. частот всех волн, возбуждающих в ней колебания. Однако усиливаться будет только та, частота которой совпадает с собственной частотой *LC*-контура антенны, — в этом заключается резонанс. Таким образом, изменяя собственную частоту этого контура, мы и осуществляем выбор колебания, которое должно быть выделено — в этом заключается процесс настройки на нужный радиопередатчик. Только при большом желании и отчетливом наличии свободного времени можно говорить о деталях. О несущей и боковых частотах, о необходимости принимать все три, из-за чего резонансный пик *LC*-контура должен быть не очень острым. Хотя, с другой стороны, контур должен осуществлять выбор передатчика методом резонанса и, стало быть, резонансный пик должен быть все же достаточно выражен. И так далее — говорить, как понятно, здесь можно много — вся радиотехника (семестр, если не два). Разумно ограничиться упоминанием лишь самого явного упрощения, делающего из нашего приемника совсем уж гипотетическое устройство; в нашей версии он вообще не имеет усилителей и работает, таким образом, исключительно за счет энергии, принесенной волной. Изложение усилителя, кстати, принципиально возможно, коль скоро триод нами обсуждался, и тем не менее. По идее, здесь имеется в виду ознакомление с принципом радиосвязи, т.е. основными идеями, положенными в основу передачи информации посредством электромагнитных волн, именно этим уровнем рассмотрения и можно ограничиться. По вышеизложенной причине радиоприемника Попова можно не касаться вовсе — как некой инженерной честности, без которой вполне можно обойтись.

Распространение радиоволн разной длины стоит рассказать в высшей степени кратко, поскольку для всяких обоснований и комментариев потребуется конкретика, увы, не рассказанная к данному моменту, — к примеру, то, что длинные волны хорошо огибают замкнутую поверхность вследствие дифракции, а короткие, напротив, нет... В общем, здесь — рисунок и все. В качестве логичного перехода к оптике — детальному обсуждению свойств электромагнитного излучения — удобно рассмотрение шкалы. Здесь еще раз уместно напомнить, что в дальнейшем, говоря слово «свет», мы на самом деле будем иметь в виду всю шкалу и «свет» будет произноситься в основном для краткости, а также потому, что с волнами, вызывающими зрительное ощущение, практически удобнее экспериментировать. Но на самом деле речь будет всегда идти об электромагнитных волнах *как таковых*, т.е. обо всей шкале. Несколько слов о ней непосредственно. Возникает вопрос, по какому принципу она разделяется на участки, коль скоро физически электромагнитные волны «одинаковы» в том смысле, что все их свойства изменяются вдоль шкалы плавно и непрерывно и никаких скачкообразных изменений в свойствах на границах участков нет и в помине. Естественно, деление шкалы на диапазоны производится не по причине наличия скачкообразных изменений характеристик, а всего лишь по признаку различных излучателей. Так длинные волны излучаются рассмотренными выше антеннами — и они *радио*. Дальше идут волны, излучаемые атомами при переходах внешних электронов в самой простейшей модели — «с орбиты на орбиту» (имеется в виду, понятно, планетарная модель с орбитами), — это узкая полоска видимого света — от красного до фиолетового, а также невидимый до красного (*инфракрасный*) и за фиолетовым (*ультрафиолетовый*). Далее — излучение, получающееся при (опять же, забегая вперед) переходах в атомах электронов внутренних оболочек, а также при торможении быстрых электронов в металле, — *рентгеновские* лучи, названные так по причине использования в установке, где электроны, разогнанные электрическим полем, тормозятся в материале анода. Далее — еще раз забегая вперед — излучение, возникающее при ядерных реакциях: *γ-излучение*. Если учесть признак, по которому шкала поделена на диапазоны, совершенно понятны их перекрытие на границах и, таким образом, некоторая условность этих границ. Некоторое исключение — границы видимого света, четкость которых обусловлена причинами физиологическими (кстати, эти границы будут различны для разных живых организмов). Перекрывания эти понятны — к примеру, некую электромагнитную волну с пограничной длиной, излучаемую атомами при переходах электронов, можно получить еще и при колебаниях электронов в антенне.

Разумеется, свойства волн меняются вдоль шкалы — непрерывным образом, но об этом нам не раз придется упоминать в дальнейшем. И даже возвращаться к этой шкале уже в конце, когда не обсужденные еще излучатели — атомы и ядра — будут уже рассмотрены.

Кстати, многие из общих идей — про волны вообще и электромагнитные в частности — в идеале известны из 8-го. Про 7-й — 8-й, в принципе, нужно где-то поговорить, и подробно, так почему бы не здесь. У нас

отступление 16-е

ФИЗИКА ВПЕРВЫЕ

Это название нашей очередной дидактической игры, посоветовать которую — страстно! — можно абсолютно всем, уже не оглядываясь на то, профильные классы или нет, много часов или мало, — неважно!

Но по порядку. «Физика впервые» — это то, как проходится физика в 7–8-м классах. Подходит действительно всем: 7-й класс почти у всех еще непрофильный, и часов там два — кого ни возьми. Поэтому с полной ответственностью утверждаем — годится!

В чем состоит игра? Учитель не говорит ничего. То есть ничего не рассказывает. Вообще. Он лишь предлагает: «Говорите». А о чем говорить? Постепенно общими усилиями с его, разумеется, «рядовым» участием выкристаллизовывается канва. Ну, начнем, к примеру, сначала. Отделим тот класс явлений, о котором будем говорить, механическое движение. Определим его. Выберем самую простую его разновидность, определим. Придумаем название такому движению — равномерное. Как его охарактеризовать? Найдем величину, все время остающуюся неизменной, это отношение пути ко времени. Назовем скоростью. И так далее. Здесь нет ничего, до чего они не просто не могли бы додуматься сами (или удачно припомнить из математики 5–6-х классов), нет ничего, что они не могли бы сами предложить. Дальше они «додумываются» до необходимости понятия мгновенной скорости при неравномерном, дальше до равноускоренного движения как самого простого неравномерного (мгновенная скорость меняется, но за любые равные промежутки времени одинаково), до величины, остающейся снова неизменной, — здесь это отношение изменения скорости ко времени, за которое произошло — назовем ускорением — и так далее. Учитель лишь заботится о том, чтобы сохранялась общая канва, и еще — в этом-то и содержится некое лукавство — об «отборе». Ни о чем другом в таком случае заботиться не потребуется. Видите ли, в классе практически всегда найдется хотя бы один ученик, произносящий *то самое* суждение, которое только и требуется для продолжения рассмотрения. *Всегда* найдется кто-то, кто скажет нужное учителю, продуктивное и лежащее в требуемом логическом русле. Короче, примерно то, что бы сказал и учитель, если бы рассказывал этот вопрос монологически сам. Вопрос только в аккуратном, малозаметном «отборе»: обратить особое внимание, используя свою роль диспетчера, именно на эту реплику, на эту мысль. И выяснение любого вопроса — «само»! — движется исключительно плодотворно. У детей ярчайшее впечатление, что они до всего додумались *сами*. До всего. Ввели все новые величины, предварительно самостоятельно осознав необходимость каждой, вычленили все законы, придумали все опыты. Вы полагаете, что выдумать опыт Торричелли сложно? Это немногим дольше, чем на уроке вы будете рассказывать о нем «от и до» сами — поверьте. Требуется лишь «диспетчерское» участие, состоящее в малом и, желательно, как можно менее заметном отборе предложений из зала. И так далее и далее, от вопроса к вопросу, от темы к теме. *Сами*. Учитель не рассказывает ничего — в смысле ничего не объясняет. Вообще. Только не забывает чуть яснее, чуть четче проговорить вслед за догадавшимся его догадку — для всех остальных. Но преподносится это ни в коем случае не как объяснение — нет, а как лишь повторение — чуть погромче — «сказанного Колей». Учитель не рассказывает ничего — он лишь еще раз на всякий случай (вдруг кто-то не понял) озвучивает замечательную Колину догадку, «которую, дети, нам теперь и предстоит подробно и внимательно обсудить». И дальше обсуждение — подробное и внимательное. Дискуссия. И Колина догадка принимается как верная. И становится каким-нибудь там законом Гука, или Паскаля, или Архимеда. Или отклоняется как ошибочная. И тогда законом Паскаля становится догадка Васи, когда мы подробно обсудили ее. И всегда дискуссия. И всем просто до одури интересно — ну просто рай, да и только. Да ну, возможно ли такое? Возможно.

Подробности и комментарии. В «Физике впервые» нет ничего ровным счетом нового: так называемое «эвристическое обучение» старо как мир, — ибо существует, как известно, со времен Сократа. На его действительно значительных преимуществах даже не стоит останавливаться — нас всех учили этому в педагогическом, мы категорически далеки от мысли сказать здесь хоть что-то новое. Дело не в этом. Дело в возможности воплощения подобного на уроке. Как уже было сказано, не сомневайтесь — возможно, еще как. Чего может бояться наш брат вполне обоснованно? Что никто ничего не поймет. Что поймет один (собственно, догадавшийся), остальные как не понимали, так не понимать и будут, а знать вообще не будет никто и ничего. Сам догадавшийся забудет все это «до пятницы» (тем более, что других уроков полно) — в результате знать не будет даже он сам. Остальные же просто «выпадут» навеки еще на первом таком «эвристическом» уроке и не «впадут» обратно уже никогда. Можно избежать этого всего на сто процентов. Все довольно просто. Есть четкая схема. После того как Колина и Васина гипотезы высказаны и выяснены, подводится итог, как уже говорилось, под благовидной личиной повторения предложенного Колей (Васей), но уже четко и исключительно учителем. «Самое-самое» записывается в тетрадь. Задается не просто параграф, где, понятно, точь-в-точь про Васину гипотезу, нет — задается *краткий конспект* этого параграфа. Но и это не все — существует «Список наизусть»: понятия и формулы, которые следует знать наизусть, причем те немногочисленные, что выводятся (какое-нибудь ρgh, к примеру), — с выводом.

Урок проходит следующим образом. Вначале — опрос. Опрашивается кто-то. Сначала несколько вопросов по списку, разумеется «на два — не на два». То есть, если список отвечается безукоризненно, этот ученик не получит двойку за ответ уже ни при каких обстоятельствах, если же в списке допускается сбой, он, напротив, получает двойку немедленно и ответ его на этом заканчивается. Дети это понимают достаточно быстро и список на самом деле учат. Формулировки там могут незначительно варьироваться, глядишь, у вас на уроке будет чуть не так в сравнении с учебником; договоренность простая — так, как в учебнике, годится в любом случае.

Итак, список «отвечен». Дальше отвечающий читает свой краткий конспект заданного параграфа, остальные слушают, поскольку после нужно будет добавлять — вдруг он что-то забыл, хотя и это бывает редко. Дальше — вопросы по параграфу. И если и тут все хорошо — гарантирована четверка. На пятерку ученик должен уметь в основных чертах — без подробностей — воспроизвести логику прошлоурочной дискуссии, т.е. как раз то, *как именно* это знание на прошлом уроке добывалось и какие рассуждения нас к нему привели. И вот если выясняется, что он более или менее держит это в голове, т.е. не просто суждение, а то, *как* мы к нему тогда шли, — это точно *пять*. Причем, повторимся, это, разумеется, не с точностью до реплик, нет, речь идет о воспроизведении *общей логики* прошлоурочного рассмотрения этой проблемы, приведшего к ее решению. После того как он получает оценку, на все это примерно треть урока (от четверти до половины, скажем так), вторая его часть — эвристическая. Движение дальше, т.е. «Физика впервые». Здесь уже можно высказываться безболезненно — это новое, чего знать еще никто не обязан, и можно говорить, в самом лучшем смысле этого слова, то, что кажется. Никакие плохие оценки за эту часть не ставятся, да и вообще никакие не ставятся — ученики набирают *плюсы*: плюс — есть одна пятая пятерки, пять плюсов — пятерка в журнал. Впрочем, плюсы эти — «за работу на уроке» — выставляются в конце, саму дискуссию не сбивает ничего, ничего не отвлекает от собственно вопроса. Да и не думает никто никогда о плюсах конкретно в этот момент, в этот момент всем интересно, «как же эту выталкивающую силу считать?» Когда вопрос выяснен и основной вывод, а то и вся логика — кратко — учителем повторена, — звонок, домашнее задание, состоящее в очередном пункте списка наизусть и в очередном параграфе с кратким конспектом, выставляются плюсы за этот урок, и все расстаются. Поддержание этой четкой канвы — залог успеха. Залог того, что знать в результате будут не только догадывавшиеся, а все, причем более «прочно», нежели контрольная группа, которой вы просто все это уныло изложите на уроке сами в виде вашего монолога. Как всегда, часто пишутся самостоятельные работы. Не так часто, конечно, как в 9–11-м классах, но достаточно. В них — задачи. Но сначала — пункты из списка. И конечно, «на два — не на два». И оценки за самостоятельные (вообще за любую письменную работу) — какие получились. Выгодное отличие — еще раз — эвристической части, нашей «Физики впервые»: никакими плохими оценками она не чревата ни в каком случае! Опрос же и работы — источники *любых* оценок. Крайне приветствуются тесты, они пишутся с краткой подготовкой и опять же исключительно регулярно. И оценки, естественно, также любые — на какие напишется. И если схема эта предъявлена четко и соблюдается безукоризненно, проблем нет.

Можно сказать несколько слов о проблемах, которыми «Физика впервые» должна была бы быть, по идее, чревата, но, тем не менее, проблем этих почему-то не возникает, это тоже может быть любопытно. Итак, *проблемы, которых нет.*

На первый взгляд, пыл, тот самый познавательный пыл ученика, к которому только и апеллирует эвристическое обучение, должен, по идее, довольно-таки быстро «выветриться». Причиной этого должно быть то, что ученик раз за разом будет выяснять, читая и конспектируя заданный на дом параграф, что в учебнике-то — точь-в-точь то, до чего они «додумывались» на уроке. Хотя почему в кавычках, нет, действительно же — додумывались. Ну да — то же. Тот самый закон Паскаля, то самое «рожеаш». Ну и что? Действительно, ну и что? Чему тут смущаться? А он и не смущается. Спешим напомнить — мы говорим о проблемах, *которых нет*. Не возникает эта проблема — и все тут, не смущает это его. Другая проблема, что, все хорошенько осознав, ученик мог бы заглянуть в следующие параграфы, быстренько прочитать, что там написано, — и вся наша «Физика впервые» на следующем уроке полетела бы в тартарары — все ученики все уже знают. Даже, собственно, достаточно одного такого заглянувшего. Да, наверное, достаточно. Но его не бывает. Ну, не вырастает это в проблему — и все тут. Нет, может, некие ученики и заглядывают, но их наверняка единицы, энтузиастов внимательно читать параграф, который еще не задан, немного. Но и такие, как правило, все равно не видят прочитанного в разворачивающейся на следующем уроке дискуссии. И уверяем, догадываются до всего благополучно вместе со всеми, причем ничуть не раньше «незаглядывавших». Короче — в проблему не вырастает. Единственное — не надо об этой проблеме предупреждать, т.е. предупреждать, чтобы не читали: не надо вызывать эту проблему рукотворно, рассказывая о ней. Это, собственно, относится ко всем проблемам. Не говорите о том, что так в принципе можно делать, — этого и не будет. Другое дело — у некоторых в самом разгаре интересной дискуссии возникает — исключительно на почве интереса, не для плюсов совсем — непреодолимое желание узнать поскорее, как же там получается, какое же решение имеет эта проблема в итоге, — и они тянутся к учебнику уже на уроке, в реальном, так сказать, времени. Вот этого — по договоренности — нельзя. Вообще урок — это принципиальный момент — проходит с *закрытым* учебником, учебник для работы исключительно дома, и в этом вопросе та же процессуальная четкость, что и во всех. Та самая спасительная четкость, при наличии которой никакая «эвристичность» не опасна, никакими провалами не чревата...

Наконец, вышедший с урока один 7-й мог бы рассказать, что было, другому, у которого урок только будет. Не рассказывают. Вернее, не то что бы не рассказывают, рассказывают в общих чертах, но, видимо, эвристическую дискуссию вот так, за минуту между звонками, не расскажешь, а рассказать «голый» вывод, видимо, мало что дает. И никакой проблемы в следующем 7-м на самом деле никогда не возникает, — как и в вопросе с учебником, — исключений не припомнить. Тут ведь как — от силы (да и то в старших классах) — один класс может сказать другому и, естественно, скажет, какие задачи были на самостоятельной, ну, так ведь учитель, извиняемся, не должен быть наивен. Задачи-то нужно менять. Следующий 10-й должен писать самостоятельную, естественно, не из тех задач, что предыдущий, даже если уроки не подряд, даже если предыдущий был вчера, — это очевидно. Но с эвристическим это все не опасно — такой проблемы не существует, как, видимо, вообще не существует или сильно сглажено в том, что касается устной работы. Письменные же проверочные задания, разумеется, нужно менять непременно, ученики быстро к этому привыкают и, как показывает практика, быстро перестают даже спрашивать, «что было на самостоятельной», привычно интересуясь лишь тем, была ли она на этом конкретном уроке.

Задачи в 7—8-м к «Физике впервые» отношения, в общем, не имеют и постепенно осваиваются точно в том же режиме, что и в старших классах. Первую типовую — вместе, или даже две-три типовых, дальше типовые в режиме «на пятерку», дальше — «на пятерку» уже сложнее и сложнее. Все постепенно — так, как это и было описано здесь. О самой же «Физике впервые», пожалуй, все. Еще раз можно сказать, что всплеск интереса вызывается ею — именно ею, в этом нет никаких сомнений — такой, что это ни в какое сравнение не идет с так называемой «обычной подачей материала». Ну, об этом сказано уже не раз. Всплеск интереса на самом деле такой, что можно подумать: а не сделать ли в этом режиме вообще весь курс — до 11-го? Не сделать. И дело не только в том, что времени мало. Конечно, на материале 9—11-го класса это будет значительно более времяемко в сравнении с «традиционной методой» — это же не материал 7-го! Но все равно — дело не в этом. Дело даже не в том, что ученики, в принципе способные более или менее самостоятельно додумываться до существования выталкивающей силы и вывести ρgh, вряд ли могут самостоятельно додуматься до конденсатора или придумать, к примеру, теорему Гаусса, пусть даже и с вашей помощью. Это все так, но причина все равно не в этом.

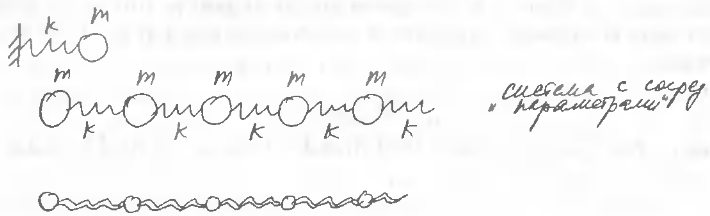
В старших классах есть гораздо более мощный источник устойчивого, прочного интереса. И востребован — одновременно с этим — этот

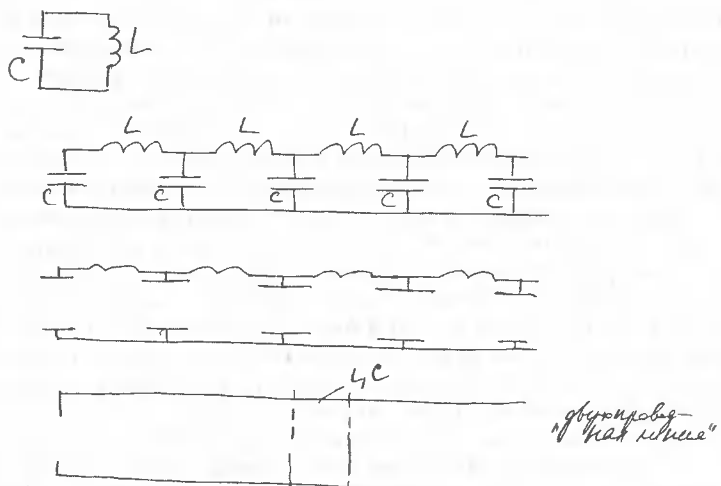
источник несоизмеримо больше, чем на первой ступени. Это *задачи*. Отнимать время *от них* — грех. И даже эвристичность, на наш взгляд, того не стоит, ибо в задачах ее, по существу, все равно больше. Сами они, как жанр — вполне эвристическая часть априори. Их решение намного интереснее и ценнее. И в старшей школе акцент на них — это ровно то, что надо. И в смысле научения, и в смысле интереса, и в смысле времени. Во всех.

НА ДОСКЕ

листы № 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132.

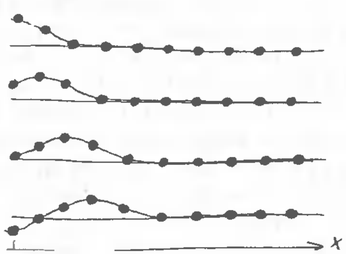
Волны в линии





Возникновение волны:

(„взаимодействие + запаздывание")



Волны

„Колебание, распростр. в пр-ве с течением времени"

$\underbrace{v, T, S}$

то же, что в колебаниях

λ — длина волны

v — скорость волны

$\underline{\lambda = vT}$ — „формула волны"

Решение волнового уравнения

$$s = S_m\cos(\omega(t-\tau)) = S\cos\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right) =$$

$$= S\cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) = S\cos(\omega t - kx)$$

$$k = \underline{\frac{\omega}{v}} = \frac{2\pi}{Tv} = \underline{\frac{2\pi}{\lambda}} \text{ — волновое число}$$

$$\left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$$

$$s = S\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)$$ — „двоякая периодичность — по t и по x")

1) $s(t+T) = S\cos\left(2\pi\frac{t+T}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) =$

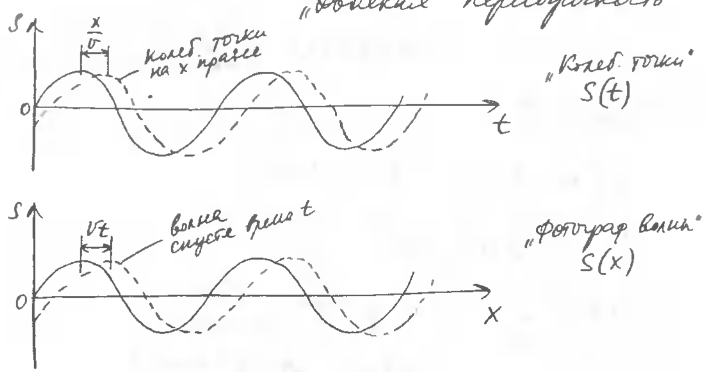
$= S\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} + 2\pi\right) = s(t)$

2) $s(x+\lambda) = S\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x+\lambda}{\lambda}\right) =$

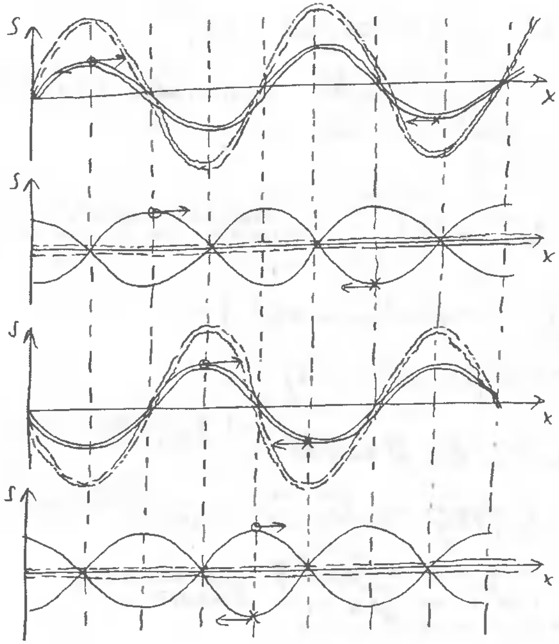
$= S\cos\left(2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} - 2\pi\right) = s(x)$

(„и то и то приводит к изменению фазы на 2π — что не меняет cos")

„Двоякая периодичность"



Стоячая волна



124

$$s = s_1 + s_2 = S\cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) + S\cos\left(\omega t + \frac{\omega x}{v}\right) =$$

$$= 2S\cos\left(\frac{\omega t - \cancel{\frac{\omega x}{v}} + \omega t + \cancel{\frac{\omega x}{v}}}{2}\right)\cos\left(\frac{\cancel{\omega t} - \frac{\omega x}{v} - \cancel{\omega t} - \frac{\omega x}{v}}{2}\right) =$$

$$= 2S\cos\left(\frac{\cancel{2}\omega t}{\cancel{2}}\right)\cos\left(-\frac{\cancel{2}\omega x}{\cancel{2}v}\right) = \underbrace{2S\cos\left(\frac{\omega x}{v}\right)}_{\substack{S_m \\ \text{(амплитуда)}}}\cos(\omega t)$$

Итак:

Стоячая волна — амплитуда зависит от x, фаза не зависит от x;

Бегущая волна — амплитуда не зависит от x, фаза зависит от x.

S_m max — пучности стоячей волны,
$S = 0$ — узлы стоячей волны

Уравнение волны (получим у вида решения)
решение вида $s = f\left(t - \frac{x}{v}\right)$ — волна

$$\frac{\partial s}{\partial x} = f'\left(-\frac{1}{v}\right); \qquad \frac{\partial s}{\partial t} = f';$$

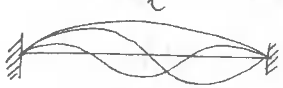
$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = f''\left(-\frac{1}{v}\right)\left(-\frac{1}{v}\right) = f''\frac{1}{v^2}; \qquad \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = f''.$$

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$ — волновое уравнение.

125

Звук. Излучение звука. Струна

16 Гц < ν < 20000 Гц ; продольная волна



$$l = n\frac{\lambda}{2}, \quad \lambda = \frac{2l}{n}, \quad \lambda = vT = \frac{v}{\nu}$$

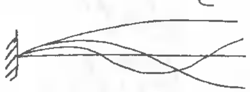
$$\underline{\nu = \frac{v}{2l}n}$$

$\nu = \frac{v}{2l}$ $(n = 1)$ — основной тон.

далее — обертона

$$\left.\begin{array}{l} \nu_1 = \dfrac{v}{2l} \\ \nu_2 = \dfrac{v}{2l}\cdot 2 \end{array}\right\} \text{различ. на октаву}$$

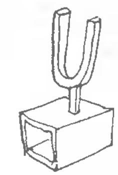
$$\left.\begin{array}{l} \nu_2 = \dfrac{v}{2l}\cdot 2 \\ \nu_3 = \dfrac{v}{2l}\cdot 3 \end{array}\right\} \text{различ. на квинту}$$



$$l = n\frac{\lambda}{4}$$

$$\underline{\nu = \frac{v}{4l}n}$$

камертон. „Резонансный ящик"



Эффективное излучение

$\tau > T$ — τ - время возбуждения движения; T - период колебаний

$\frac{l}{v} > \frac{\lambda}{v}$ — l - размер системы; λ - длина волны

v — скорость звука в среде

$\underline{l > \lambda}$ — „выполняется для ящика"

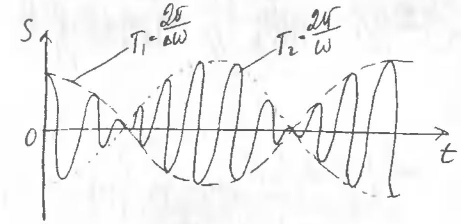
Биения.

$s_1 = S\cos(\omega t)$

$s_2 = S\cos((\omega + \Delta\omega)t)$, $\Delta\omega \ll \omega$

$$s = s_1 + s_2 = 2S\cos\left(\frac{\omega t + \omega t + \Delta\omega t}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega t - \omega t - \Delta\omega t}{2}\right) =$$

$$= 2S\cos\left(\frac{2\omega t + \overset{\to 0}{\Delta\omega t}}{2}\right)\cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right) \approx \underbrace{2S\cos\left(\frac{\Delta\omega t}{2}\right)}_{S_m}\cos(\omega t)$$

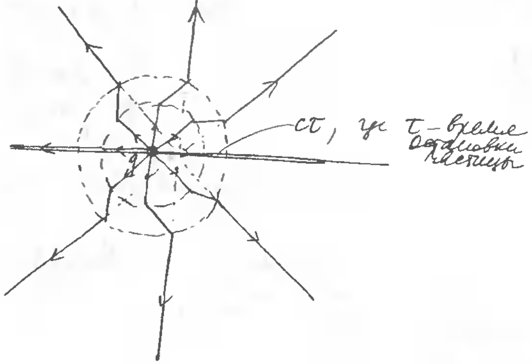


$T_2 \ll T_1$

Электромагнитные волны

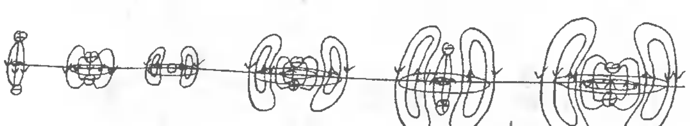
Излучают движущиеся ускоренно заряды

Модель — „останавливающийся заряд"

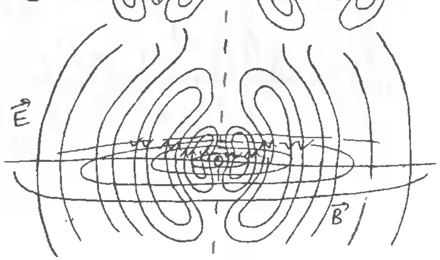


Излучение диполя

Модель — диполь с переменным дипольным моментом (дипольный момент $p = ql$)

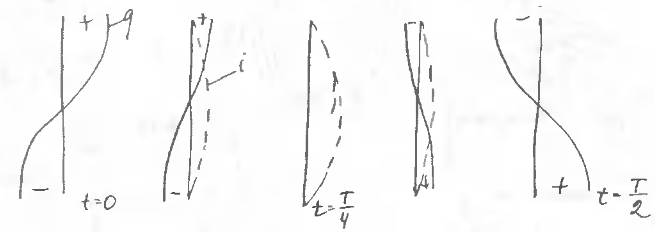


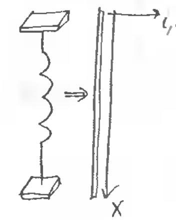
„Отделяющееся поле"



128

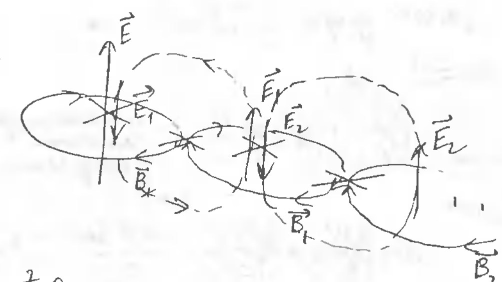
Излучение антенны

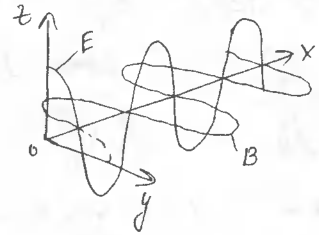


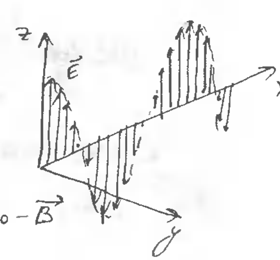


„открытый колебательный контур"

Электромагнитная волна



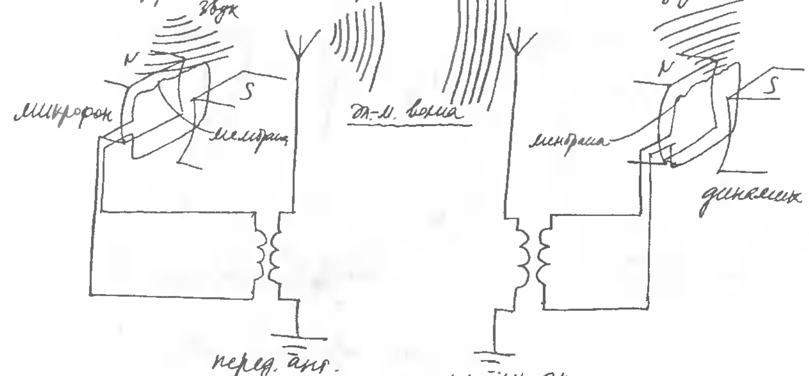




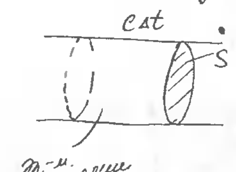
Аналогично — $\vec{B}$

129

Принципы радиосвязи.



Но — „плохо излучается малая частота".



$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot S}$ — интенсивность („плотность потока излучения")

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \cdot S} = \frac{w \Delta V}{\Delta t \cdot S} = \frac{w S c \Delta t}{\Delta t \cdot S} = wc$$

$\boxed{I = wc}$ Итак: $I \sim w$

$$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu}, \text{ т.е. } w \sim E^2,\ w \sim B^2$$

$E \sim a$; $a \sim \nu^2$ $\left(a_x = -x_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t)\right)$

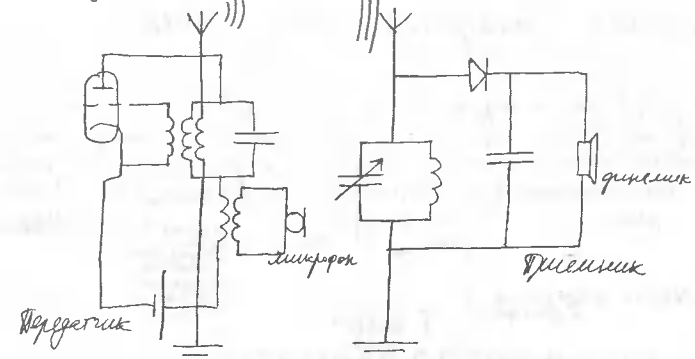
т.е. $I \sim w \sim a^2 \sim \nu^4$

$$\boxed{I \sim \nu^4}$$

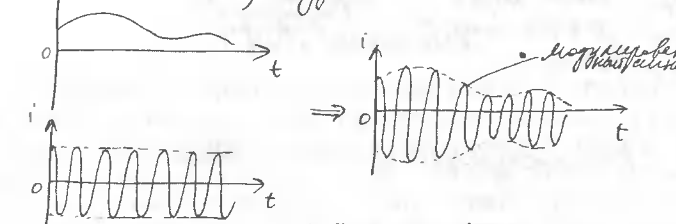
(„Требуется передавать нужную частоту при помощи высокой")

130

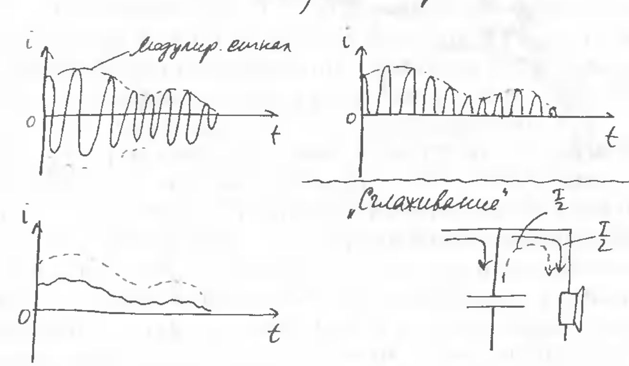
Передатчик и приемник.



1) Модуляция.

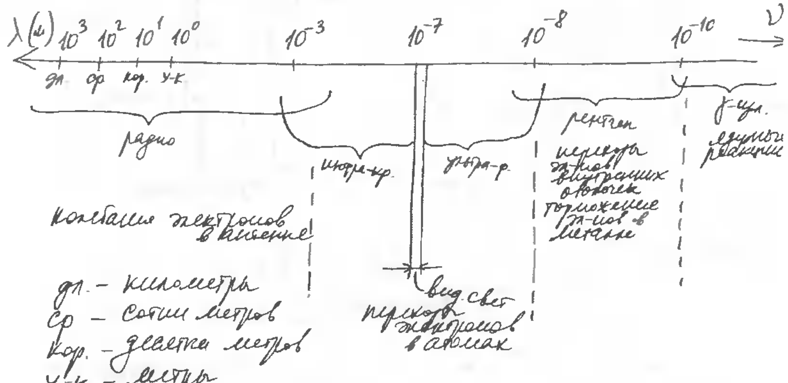


2) Детектирование.

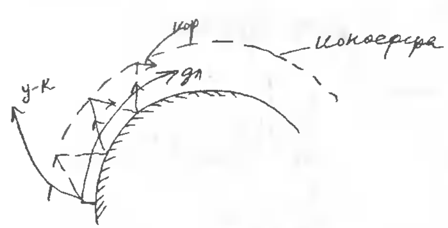


131

Шкала электромагнитных волн



Распространение эл.-м. волн.



132

Раздел V
ОПТИКА

Еще один — последний — достаточно цельный и законченный раздел с огромным количеством задач. Логическое продолжение разговора об электромагнитном излучении — вообще, об электромагнитном поле. Не завершение еще, нет — завершением будет квантовый подход: фотоэффект, образ *фотона*, фотонное объяснение светового давления, гамма-излучение в ядерных реакциях. Здесь — только *волны*.

Глава 1
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1.1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Итак, свойства электромагнитных волн (света) подробно. Основополагающий принцип, исходя из которого проводится рассмотрение и который относится, кстати, к волнам любой природы и любого вида, — принцип Гюйгенса. Суть его в том, что по волновому фронту в данный момент времени можно построить волновой фронт в следующий, а именно: каждая точка волнового фронта является источником сферических (так называемых *вторичных*) волн, огибающая которых и будет волновым фронтом в следующий момент. Этот крайне абстрактный принцип начинает несколько «оживать» и становится содержательным (как и большинство положений) при конкретном его применении. И первое применение — вывод из него законов отражения и преломления. Совершенно понятно, что здесь, как это часто у нас, все дело в рисунке. Но очень важно, делая этот рисунок, акцентировать отдельно внимание ученика как раз на том, что все наши построения есть реализация сформулированного принципа, а именно: мы имеем «старый» волновой фронт, находим те самые вторичные волны, распространяющиеся в течение некоторого времени, и затем — новый фронт, причем именно построением огибающей вторичных. При рисовании учтем, что вторичные волны, распространяющиеся в первую среду, распространяются с прежней скоростью волн в этой среде (при выводе закона отражения), прошедшие во вторую — с иной (к закону преломления). В результате углы у нового волнового фронта с поверхностью (а отслеживаются именно эти углы) будут в первом и втором случае разными, а именно: в первом случае это будет угол, равный углу наклона начального волнового фронта к поверхности, во втором — синусы упомянутых углов будут относиться как скорости волн в этих средах. И лишь потом, восстанавливая к построенным волновым фронтам перпендикуляры, мы находим сами лучи — соответственно отраженный и преломленный. И те же соотношения, которые из принципа Гюйгенса мы получили для углов между волновыми фронтами и поверхностью (границей раздела сред), мы получим для углов между лучами и перпендикулярами к поверхности, т.е. углов отражения и преломления (те углы равны этим, как понятно, как углы между взаимно перпендикулярными сторонами). Получая, таким образом, законы отражения и преломления (и дополнив их утверждениями об «одной плоскости»), введем показатели преломления — относительный и абсолютный — и немедленно проинтерпретируем эту величину. Как показывают выведенные законы, показатель преломления второй среды относительно первой есть отношение скорости волн в первой среде к скорости во второй, т.е. синус угла падения к синусу угла преломления равно, как мы выяснили, v_1/v_2. Но при этом n_2/n_1 — исключительно опасное место! На это надо обратить внимание отдельно, иначе путаницы не избежать. Здесь же логично обсудить полное внутреннее отражение. Ученики должны четко понимать, что проблема возникает при переходе излучения из более оптически плотной среды в менее оптически плотную (абсолютный показатель преломления первой среды больше, нежели второй). При прохождении света из некой среды в воздух (показатель преломления единица — воздух приравнивается к вакууму) мы получаем для синуса предельного угла полного внутреннего отражения $1/n$ (а не n, как почему-то всегда выучивается у них!).

Кроме поведения на границе раздела сред, специфические волновые свойства проявляются в ситуациях наложения двух или нескольких волн (интерференция), а также огибания препятствий (дифракция). Разобрав эти волновые явления и обнаружив их у света, получим дополнительные подтверждения его волновой природы. Итак, сначала скажем несколько слов о самом явлении, иллюстрируя это на примере механической волны, затем рассмотрим, как это выглядит и может наблюдаться в случае света.

Если в некой области пространства существуют две (ограничимся для простоты двумя) волны, итоговая картина распределения амплитуд колебаний будет отличаться некой особенностью, а именно — она будет стационарна, т.е. неизменна во времени. У каждой точки будет своя амплитуда колебаний — и она не будет меняться со временем. Правда, картина распределения амплитуд будет такой при выполнении двух условий: волны должны быть одинаковой длины и ни у одной из них не должна «сбиваться фаза». Условия эти обычно формулируются не для волн, а для источников и именуются *условиями когерентности*. Итак, источники когерентны, если имеют одну частоту и неизменную во времени разность фаз (не обязательно ну-

левую). Волны таких источников называются когерентными волнами, и интерференция есть явление возникновения неизменного во времени распределения амплитуды результирующих колебаний при наложении двух или нескольких когерентных волн. Какая задача решается в связи с этими явлениями? Это задача описания образующейся той самой стационарной картины, т.е. определение амплитуды результирующих колебаний в каждой точке.

Однако мы и эту задачу упростим, ограничившись нахождением точек, амплитуды результирующих колебаний в которых максимальны (так называемые точки максимума) и минимальны (точки минимума). Сформулируем условие, которому должна удовлетворять точка, чтобы стать точкой максимума, и так же с точкой минимума (об этом говорим как о «нахождении условий максимума и минимума»). Понятно, что характерным параметром, которым все определится, будет расстояние от источников волн до интересующей нас точки, точнее — разность этих расстояний. Действительно, пусть эта разность хода равна нулю. Если при этом источники колеблются синфазно (здесь, понятно, лучше всего снова представлять себе волны на поверхности воды, о годности которых мы уже поговорили), то волны синфазно же и приходят в эту точку, ибо проходят от источников одинаковые расстояния (все, понятно, рисуем). То есть в этой точке гребень наверняка встречается с гребнем, а впадина — со впадиной.

Если мы сложим смещения, обусловливаемые каждой волной в отдельности, мы получим увеличенные смещения — более высокие гребни и более низкие впадины, т.е. амплитуда колебаний будет велика; мало того, если наложение происходит в точности «гребень—гребень, впадина—впадина», амплитуда будет самая большая. Это точка максимума. Она останется точкой максимума, если расстояние до одного источника больше, чем до другого (разность хода отлична от нуля), но при этом ровно на одну длину волны. Будет то же самое, ибо не нарушится упомянутое условие: по-прежнему волны будут встречаться «гребень—гребень, впадина—впадина». То же самое будет и если на разности хода укладывается точно не одна волна, а некое *целое* число волн. В этом в результате и заключается «условие максимума» — разность хода должна быть равна целому числу волн. Если же разность хода равна нечетному числу полуволн (к примеру, половине волны), в нашей точке встреча волн будет происходить абсолютно противоположно, а именно: гребни одной будут приходиться на впадину другой, и наоборот, т.е. «гребень—впадина, впадина—гребень». И при сложении смещений, обусловленных разными волнами, мы постоянно будем складывать максимальное смещение вниз, обусловленное одной волной, с максимальным же смещением вверх другой. Понятно, что колебаний там не будет, если амплитуды волн одинаковы, или же амплитуда их будет минимальной, если амплитуды волн различны, — эта точка окажется точкой минимума.

Итак, «условие минимума» — разность хода волн должна быть равна нечетному числу полуволн. Это условие относится к ситуации, когда возникающая картина распределения максимумов и минимумов устойчивая, для чего требуется — напомним — когерентность складывающихся волн; таким образом, все сказанное относится лишь только к этому случаю.

Совершенно понятно, что если условия когерентности нарушаются, картина распределения результирующих амплитуд начинает «смазываться», ибо точка, являвшаяся точкой максимума (или минимума) только что, перестает ею быть, если у одного из источников вдруг сбивается частота колебаний или же фаза. Невыполнение условий когерентности, а именно второго, является причиной того, что столь трудно наблюдать интерференцию у света. Если поставить рядом две лампочки, то на экране, как известно, никакой интерференционной картины наблюдать не удастся. Выясним, как должна выглядеть ситуация, когда интерференция у света наблюдается. Устойчивая во времени картина распределения максимумов и минимумов должна выглядеть как чередование зон: светлых, там, очевидно, амплитуда колебаний E и B максимальна, это точка максимума и темных — там, стало быть, колебаний нет либо они имеют минимальную амплитуду, это точки минимума. Так вот, вместо чередования светлых и темных зон («интерференционных полос») на экране от лампочки будет равномерная освещенность, что и есть отсутствие интерференции. Причина заключается в том, как излучается свет. Это представимо как «фрагменты синусоид», *цуги*, на границе которых фаза и меняется случайным образом. Следовательно, единственный способ пронаблюдать интерференцию у света, т.е. добиться «неразмывающейся» картины распределения светлого и темного, — это позаботиться о том, чтобы в некоторой области пространства всегда складывались части одного и того же цуга, тогда эти две накладывающиеся волны будут всегда когерентны. Далее, за первым цугом волны последует второй, но картина не нарушится, ибо складываться снова будут части одного и того же цуга. Именно это и достигается в многочисленных «интерференционных схемах», на которых и будут построены задачи, коих здесь как раз может быть немало.

Самая простая для понимания, пожалуй, интерференционная схема есть схема опыта Юнга с двумя ширмами. Два отверстия в ширме — источники некогерентные по вышеизложенной причине, но станут когерентными, если на эти два отверстия будут попадать части одного цуга. Чтобы обеспечить это, и ставится еще одна ширма перед ними — с одним малым отверстием. Свет проходит через него — «цуг за цугом» — и попадает на вторую ширму, в том числе в те места, где находятся отверстия. В результате в этих отверстиях колебания E и B возбуждаются частями волны от отверстия в первой ширме, а это части некоего одного цуга. В следующий момент цуг в отверстии первой ширмы будет другой, но именно его части — одного цуга! — окажутся снова в отверстиях второй. На экране за второй ширмой мы увидим чередование светлых и темных полос, т.е. интерференционную картину. Ни в коем случае не стоит здесь — да и потом — вдаваться в детали. «Почему «цугами»? Как это выглядит?» Найдется и кто-нибудь знающий: «Цуг — это то, что будет фотоном?» Не надо. Вы все равно не будете им рассказывать про классическое затухание, «естественную ширину спектральных линий», равно как и про квантовое «время жизни возбужденного состояния». От сопоставления с фотоном лучше благоразумно уклониться — в противном случае вопросов будет еще больше. Если мы добиваемся для наблюдения интерференции, чтобы делились части одного цуга, это на самом деле означает что? На самом-то деле там фотон (причем *один* — рассматривается *один* акт излучения!). И что же? *Фотон* делится? И друг на друга накладываются — его *части*? Часть фотона проходит через первое отверстие, а часть через второе? Но ведь фотон — неделим! «Тогда как же?!» Ну и так далее... Не стоит.

Однако вернемся. Задача в связи с этим опытом очевидна: найти координаты точек экрана, являющихся точками максимума и, соответственно, точками минимума. В подавляющем большинстве учебников, где, в принципе, разбирается «опыт Юнга как задача», эта задача решается «честно», но затем — на следующем шаге — все равно принимаются некие упрощения, делающие ее в результате существенно лаконичней и дающие искомые приближенные ответы. Вполне можно ввести эти упрощения с самого начала и с самого начала получать искомое с учетом этих упрощений — впрочем, подробно об этом ниже, когда дело дойдет до задач.

Возникает банальный, но по-прежнему везде напрашивающийся вопрос: выводить или не выводить? В данном случае условие когерентности, а также «условия максимума-минимума», конечно, можно не выводить, ограничившись ровно теми качественными комментариями (или не теми — на ваше усмотрение), которыми ограничились мы сейчас, и всё. В принципе на возможности решать задачи это практически не скажется (как, в общем-то, и всегда: возможность решать задачи обеспечивается решением задач, а не выводом используемых формул). Но здесь (как и опять же во многих местах) есть тонкости. К примеру, уж совсем ничего не выводя и отталкиваясь лишь от качественных «обоснований», трудно показать, что если волны распространяются не в вакууме (воздухе), а в неких средах, то учитывать во всех упоминавшихся формулах следует не *геометрическую*, а *оптическую* разность хода. А именно: не разность расстояний от источников до интересующей нас точки, а разность этих расстояний, умноженных на соответствующие показатели преломления тех сред, в которых распространялись данные волны. При выводе же это получается совершенно естественно, сразу становится понятно, что для разности фаз существенна не величина $S_1 - S_2$, а величина $S_1n_1 - S_2n_2$, которая совпадает с предыдущей только в единственном случае — обе волны распространяются в вакууме. В противном случае подобные вещи придется выдавать «без вывода», чего, конечно, по возможности, всегда хотелось бы избежать во имя некой эфемерной, но, тем не менее, абсолютно понятной вещи, называемой *стиль.* То, что отличает наш предмет от какого-нибудь природоведения или, допустим, физической географии...

Да, возможен, в принципе, вопрос: «А почему на экране именно *полосы*?» Это досадно, но ничего не поделаешь, придется им объяснять про гиперболоиды вращения с фокусами в источниках. Ну что ж, про это есть даже в книжке (*Мякишев*), где оно изложено, кстати, с превосходной простотой: все дело, как и почти всегда у нас, в исключительно ясном и продуманном рисунке.

Далее, второй — и последний у нас — тип интерференционных схем: схемы, обеспечивающие сложение не сферических (от точечных источников) волн, как в опыте Юнга, а плоских. Итак, «интерференция параллельных пучков». Понятно, что ситуация эта обсчитывается иначе, но задача, в принципе, та же — найти максимумы и минимумы на экране. Впрочем, в школьной редакции задача эта и в первом, и во втором случае сводится, как правило, к требованию нахождения ширины интерференционной полосы, в таковом виде мы ее и рассмотрим ниже. К интерференции параллельных пучков относится и несколько особняком стоящая интерференция в тонких пленках, где количественно можно рассмотреть задачи о «просветлении оптики», а также «кольца Ньютона».

Существенный момент — на чем здесь можно (и стоит) сэкономить? На вопросе, который, хоть и является вузовским, может быть, в принципе, предложен и в школе, поскольку никакого дифференциального исчисления там нет и в помине, и тем не менее. Этот вопрос о *длине* (соответственно, *времени*), а также *ширине* когерентности (*Иродов*). Вопрос этот, скорее всего, всплывет. Дело в том, что в любом учебнике написано, что время излучения цуга порядка $\tau \sim 10^{-8}$ с, стало быть, как несложно проверить по формуле, $l = c\tau$, длина цуга порядка трех метров. Довольно быстро возникает вопрос: почему пленки должны быть непременно «тонкими»? Ответ, естественно, понятен — чтобы пучки, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей, еще принадлежали одному цугу. Это ясно, но почему тогда речь идет о миллиметрах, пленка, по идее, может быть и метровой? Естественно, дело все в том, что любой свет немонохроматичен, в нем представлена не одна длина волны, а некий интервал длин, именно в связи с этим *длина когерентности* — длина, на протяжении которой условия когерентности выполняются, совсем не метры, а именно те самые микрометры. Именно эта величина и будет в этом случае тем самым «цугом». И толщину пленки нужно сравнивать именно с ней. И вот на этом можно подробно не останавливался, пояснив так, как здесь; соответствующие рисунки, конечно, можно изобразить (*Мякишев*) лишь при очень заинтересованном контингенте и весьма свободной ситуации со временем. Но всерьез выводить связь длины когерентности со степенью монохроматичности (*Иродов*) — точно не стоит.

Что касается задач, то в подавляющем их большинстве обсуждается ситуация монохроматического облучения пленок. Хотя для объяснения пресловутой радужной окраски немонохроматичность необходима — при облучении монохроматическим светом радужности пленок, разумеется, быть не может. Итак, при выполнении условия максимумов (в соответствующем месте под соответствующим углом) пленка будет просто окрашена соответствующим цветом, в точках же минимума будет, как понятно, просто черной.

К ЗАДАЧАМ

Вопрос «опыт Юнга как задача», как уже упоминалось, охватим сразу упрощенно, а именно изначально полагая, что расстояние от ширмы (с двумя отверстиями) до экрана много больше расстояния между отверстиями, т.е. обсуждаемый в задаче угол мал (мы рассматриваем интерференционную картину «в середине экрана» — практически напротив отверстий). В связи с этими допущениями (*Иродов*) синус неотличим от тангенса и от самого угла — в рамках этих предположений и получается требуемый приближенный ответ о координате на экране k-й полосы и, соответственно, о ширине полосы («период интерференционной картины»), найденной как разность координат соседних полос. Вот этот вывод совершенно необходимо выучить как имеющий прямое отношение к решению задач и служащий для этого основой. В принципе, весьма и весьма полезным является выучить сам ответ $\Delta x = \lambda L/d$ — на всякий случай. Далее, если этот вывод и этот ответ совершенно усвоены, все просто. В любом случае, если только речь идет об интерференции сферических волн, т.е. волн точечных источников, все ситуации обязательно сводятся в конечном итоге к этой. Задача же во всех этих случаях состоит только в том, чтобы в каждом конкретном случае построить эти источники и найти расстояние между ними. Как правило, схемы устроены следующим образом: есть точечный источник, два точечных изображения которого, создаваемые некой оптической схемой, и являются теми самыми «когерентными источниками Юнга». В принципе во всех этих задачах для ширины полосы можно использовать готовый ответ, уже приведенный выше, и лишь вместо d подставить то расстояние между изображениями источника, которое найдено из конкретных данных конкретной задачи. Единственная оговорка — большинство таких задач не удастся решить *сейчас*; дело в том, что для обсчета той или иной оптической схемы потребуется геометрическая оптика, почему эти задачи и придется временно оставить и вернуться к ним уже после прохождения всех зеркал и линз.

Второй тип задач — интерференция параллельных пучков. И подобно тому, как все случаи интерференции сферических волн сводимы к одному — «опыту Юнга как задаче», все случаи здесь — также, по существу, один случай. Как он обсчитывается? Что есть в данном случае «разность хода», если нет никаких точечных источников (или оба они бесконечно удалены)? В этих задачах следует выделить два луча, из точки пересечения одного из лучей с экраном опустить перпендикуляр на другой луч и — как покажет рисунок — на экране между этими двумя лучами будет ровно столько интерференционных полос, сколько волн укладывается на отрезке, какой получился на втором луче при опускании перпендикуляра. Надо очень внятно, изобразив, показать это. В частности, если точки на экране — соседние максимумы (или минимумы), т.е. между ними на экране *одна* полоса, на отрезке, образованном на втором луче опусканием перпендикуляра из точки пересечения первого луча с экраном, укладывается *одна* волна. Именно этот отрезок, стало быть, и нужно трактовать, как «разность хода» в данном случае. Углы в этих задачах будут всегда малы (имеется в виду угол между лучами), и в рамках этого допущения мы получим для ширины полосы формулу $\Delta x = \lambda/\varphi$, где φ — угол раствора пучков. Эту формулу, конечно, можно получить из предыдущей (*Иродов*), но разумнее на этом сэкономить. Вот выучить ее, как и предыдущую, совершенно необходимо, ибо все задачи про интерференцию плоских волн так или иначе сведутся к ней. Происхождение ее надо единожды понять из рисунка, но и без выучивания ее, поверьте, не обойтись.

Отчаявшись, ну, скажем мягче, изрядно подустав рисовать один и тот же рисунок, из которого только и получается наглядное доказательство того, что полос на экране столько, сколько волн на отрезке, один из выпускников, ведущих факультатив в 11-м, в конце концов предложил, чтобы вышеупомянутая формула была просто выучена — и всё. (После чего ее и окрестили «Сережиной формулой», в каковом виде она пережила такое несметное множество выпусков, что так и напрашивается рекомендация присвоить ей для определенности и удобства некое «местное» наименование, ибо первая формула такое наименование имеет — «опыт Юнга как задача».) Проблема этих задач, таким образом, заключается в одном: найти угол раствора пучков в каждой конкретной задаче — больше ничего. Дальше — лишь эта формула! В том случае, когда и здесь фигурируют некие более или менее сложные оптические схемы, соответствующие задачи придется временно отложить, дабы вернуться к ним после геометрической оптики; ничего, кроме пользы для ученика от такого возвращения не будет.

Наконец, задачи на интерференцию в тонких пленках. Про то, почему пленки «тонки», сказано. Здесь есть следующие нюансы.

Во-первых, стоит рассматривать исключительно перпендикулярное («нормальное») падение лучей. Произвольное падение — задача, которую, безусловно, тоже можно решить (в частности, она есть в сборнике ВМК), но она уже достаточно сложна и громоздка; ее целесообразно разобрать один раз в самом конце, когда сам тип задач уже совершенно отработан.

Во-вторых, ни в коем случае нельзя забывать, что в данной задаче рассматривается именно волна в пленке и, стало быть, при записывании условий «максимума-минимума» требуется учет *оптической*, а не геометрической разности хода. Они в данном случае будут, разумеется, отличаться в n раз (показатель преломления пленки), если, конечно, под «тонкой пленкой» в данной конкретной задаче не выступает какой-нибудь клиновидный воздушный промежуток — такая задача также относится сюда.

И наконец, в-третьих. Немалое удивление — если ни о чем не предупреждать — вызывает то, что в этих задачах всегда дается показатель преломления стекла, на которое пленка нанесена. Очевидно лишнее данное — в решении не участвует нигде. Зачем? Придется кратко (кратко!) и лучше бездоказательно — иначе какая уж краткость! — объяснить, что отражение бывает от более оптически плотной среды (с большим n) с изменением фазы на π при отражении, и отражение от менее оптически плотной (с меньшим n) — без изменения фазы. Чтобы в первом случае это изменение фазы на π учесть, к реальной разности хода дописывают (или вычитают из нее) некую «фиктивную» добавку, а именно такую, которая обусловливала бы изменение фазы волны на π. Несложно понять, что это полволны. Так вот, если *оба* отражения происходят от оптически более плотных сред, об этом можно забыть! В противном случае — придется учитывать. В задаче нам, как теперь понятно, не важен n стекла сам по себе, важно лишь, что он больше, нежели у пленки.

Их должно греть, что когда весной (т.е. уже совсем скоро!), наступая в лужи, они будут видеть под ногами радужные разводы бензина, то поймают себя на том, что в подробностях представляют все мыслимые задачи на это со всеми их алгоритмами, подвохами и нюансами.

НА ДОСКЕ

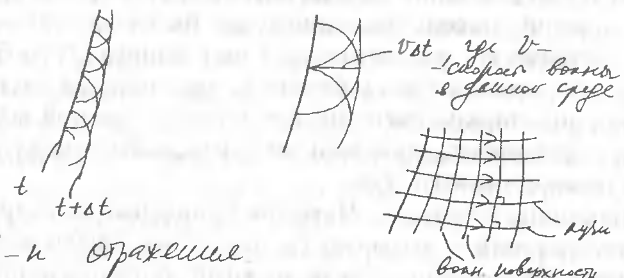
листы № 133, 134, 135, 136, 137, 137а.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 16.13, 16.16, 16.17, 16.19, 16.20, 16.21, 16.22, 16.23 (Баум);
4.2.1, 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4 (ВМК);
№ 4.157, 4.161, 4.159, 4.167, 4.168 (Б).

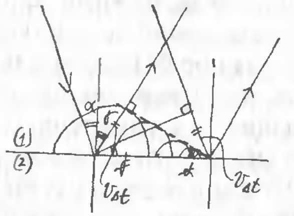
Распространение волн

Пр-п Гюйгенса: каждая точка волнового фронта — источник вторичных волн. Их огибающая — волновой фронт в следующий момент времени



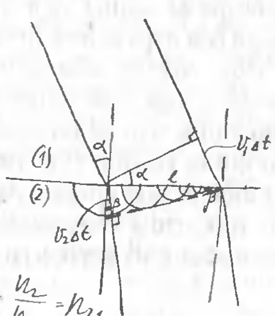
где v — скорость волны в данной среде

З-н Отражения



ΔΔ равны ⇒ $\alpha = \gamma$

З-н преломления



$\sin\alpha = \frac{v_1\Delta t}{l}$

$\sin\beta = \frac{v_2\Delta t}{l}$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}$

$n = \frac{c}{v}$ — абсол. показ. преломл.

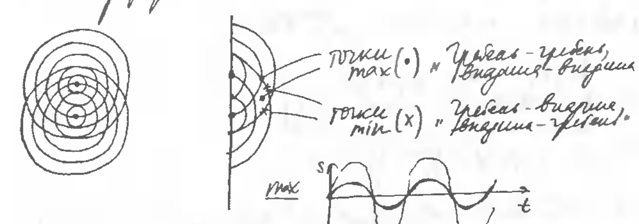
Тогда

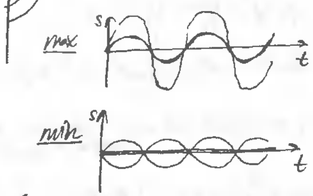
$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{n_1}\cdot\frac{n_2}{c} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$

Относит. показ. прелом. (2-ой среды относит. 1-ой)

133

Интерференция волн

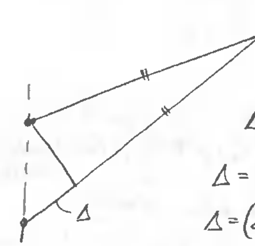




«Нерасплывание картины» — если волны когерентны

когерентность: $\left.\begin{array}{l}\nu_1 = \nu_2 \\ \varphi_1 - \varphi_2 = const\end{array}\right\}$

«Условие max и min»



Δ — разность хода

$\Delta = n\lambda$ — точка max

$\Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ — точка min

(при когерентных источниках)

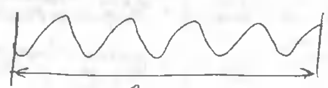
Интерференция — устойчивое распределение амплитуд результирующих колебаний при наложении когерентных волн.

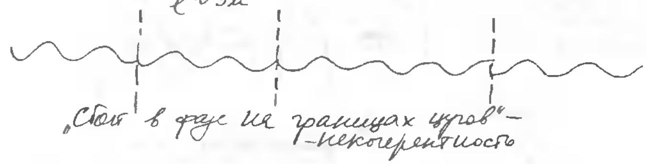
(Когерентность — равенство частот, неизменность разности фаз)

134

Интерференция света

Проблема: излучение цугами

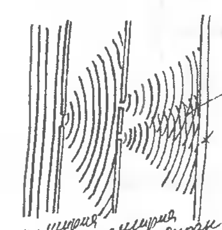




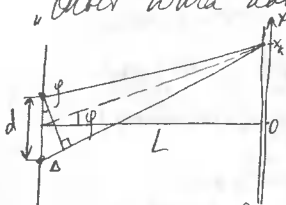
„Сбой в фазе на границах цугов" — некогерентность

Выход: наложение частей одного цуга — тогда усл. когерентности выполнено.

Опыт Юнга (Точечные источники)



„Опыт Юнга как задача" („Найти ширину полосы")



$\underbrace{\varphi \text{ мал}, \; d \ll L}$

k-го max.

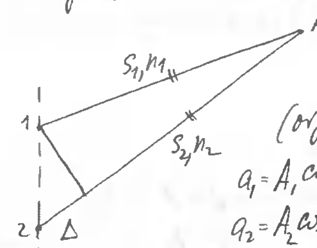
$\Delta = k\lambda; \quad \Delta \approx d\varphi; \quad x_k \approx L\varphi$

$$x_k = L\frac{\Delta}{d} = L\frac{k\lambda}{d} = \underbrace{\frac{\lambda L}{d}k}$$

$$x_{k+1} = \underbrace{\frac{\lambda L}{d}(k+1)}$$

$$\underbrace{\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda L}{d}}$$ — „ширина интерф. полосы".

Вывод условий max и min



Колебание в т. A (обусловлено волнами ист. (1) и (2))

$$a_1 = A_1\cos\left(\omega\left(t - \frac{S_1}{v_1}\right)\right) = A_1\cos\left(\omega t - \frac{\omega S_1}{v_1}\right)$$

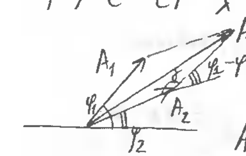
$$a_2 = A_2\cos\left(\omega\left(t - \frac{S_2}{v_2}\right)\right) = A_2\cos\left(\omega t - \frac{\omega S_2}{v_2}\right)$$

$$\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = \cancel{\omega t} - \frac{\omega S_1}{v_1} - \cancel{\omega t} + \frac{\omega S_2}{v_2} = \frac{\omega S_2}{v_2} - \frac{\omega S_1}{v_1} = \omega\left(\frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1}\right) =$$

$$= \omega\left(\frac{S_2 n_2}{c} - \frac{S_1 n_1}{c}\right) = \frac{\omega}{c}(S_2 n_2 - S_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\underbrace{(S_2 n_2 - S_1 n_1)}_{\Delta} = \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}\Delta}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Δ — оптическая разность хода



$$\gamma = \pi - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pi - \delta$$

$$\cos\gamma = -\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -\cos\delta$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\gamma$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$$

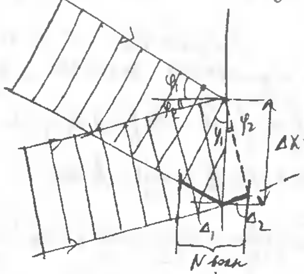
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

При $\delta(t) \Rightarrow \overline{\cos\delta(t)} = 0$ — интерференции нет (некогер. ист.)

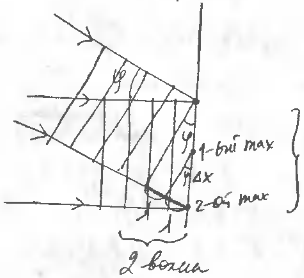
При $\delta = \varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$ — интерференция

max $\quad \cos\delta = 1$	min $\quad \cos\delta = -1$
$\delta = 2\pi k$	$\delta = \pi + 2\pi k$
$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta = 2\pi k$	$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \pi + 2\pi k$
$\underbrace{\Delta = k\lambda}$	$\underbrace{\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}}$
При $I_1 = I_2 = I_0$	При $I_1 = I_2 = I_0$
$\underbrace{I = 4I_0}$	$\underbrace{I = 0}$

Интерференция света
(«Параллельные пучки»)



$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$
$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$



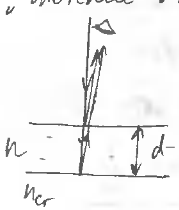
2 полосы

$$\lambda = \Delta x \cdot \varphi$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi}$$

Δx – ширина полосы
φ – угол раствора пучков.

„Тонкие плёнки" („Просветление оптики")



$$\begin{cases} \Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \\ \Delta = 2dn \end{cases}$$

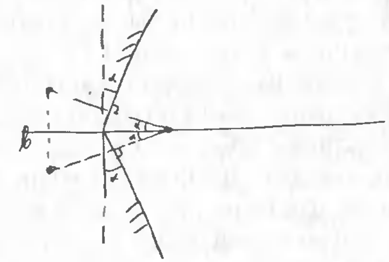
d_{min} – ? поэтому $k=0$

$$2dn = \frac{\lambda}{2}$$

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}$$

137

Задача 1 („Ширина полос Бизеркало")



Дано:
α, d, L, λ

Δx – ?

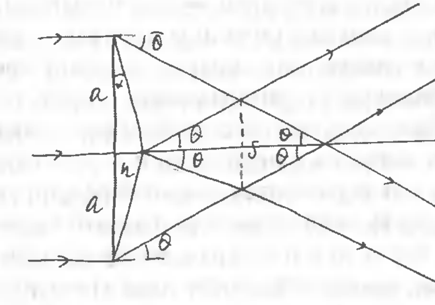
„Опыт Юнга"

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{b}$$

$$b \approx 2d\alpha \cdot 2$$

$$\Delta x \approx \frac{\lambda L}{4\alpha d}$$

Задача 2 („Ширина полос Бипризма")



Дано:
α, n, a

L – ?
Δx – ?

$$\theta = \alpha(n-1)$$
$$\frac{a}{2} = L\theta$$

$$L = \frac{a}{2\theta} = \frac{a}{2\alpha(n-1)}; \quad \Delta x = \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{\lambda}{2\alpha(n-1)}$$

137a

1.2. ДИФРАКЦИЯ

Как уже говорилось, речь идет о проявлении волновых свойств при огибании волной препятствий. «Волновое» проявляется в данном случае в том, что на препятствии происходит отклонение волны от прежнего направления, захождение в область геометрической тени (т.е. наличие возмущения в той области, где его, если бы отклонения от прямолинейного распространения не было, не наблюдалось). Понимается это отклонение опять же из принципа Гюйгенса и поясняется опять же рисунком. Изобразим волновой фронт некой волны в отверстии (в качестве иллюстрации снова подходят поверхностные волны в жидкости). Представим себе, что он — по Гюйгенсу — «усеян» вторичными источниками сферических волн, изобразим эти волны, насколько они распространились за некое время, построим их огибающую — и получим волновой фронт в следующий момент. Он действительно заходит за границы отверстия, поскольку туда заходят вторичные волны на краях. В таком случае, правда, возникает вопрос: почему волновой процесс, проникая в область геометрической тени, не занимает вообще все пространство за ширмой? И вообще, как распространяется волна, огибая препятствия? На это отвечает сделанное к принципу Гюйгенса дополнение Френеля, суть которого в том, что для выяснения амплитуды колебаний в любой точке требуется не просто представление о вторичных волнах, испускаемых каждой точкой волнового фронта, но также учет того, как они интерферируют. Положение об этом — так называемый принцип Гюйгенса–Френеля — соответствующим образом и формулируется: волновой фронт в следующий момент времени представляет собой не просто огибающую вторичных волн, но результат их интерференции. В любом базовом учебнике на этом все и заканчивается. Сказать, что клиент остается в недоумении — не сказать ничего: ну, вторичные волны накладываются, ну, интерферируют, это необходимо учесть, но как? И каковы же в результате выводы из этого «учета»? Разумеется, все дело в том, что к этому принципу, точнее к добавлению Френеля, прилагается методика этого учета, в противном случае это положение как таковое само по себе действительно не несет ничего конструктивного и недоумение ученика совершенно законно. И вот исключительно ради того, чтобы этого «законного» недоумения не было (а отнюдь не ради того, чтобы решать на это задачи), — несколько слов об этой методике разумно было бы сказать (*Мякишев*). Понятно, речь идет о методе зон Френеля: именно интерференция волн от них учитывается построением диаграммы, которая, собственно, и сообщает, в результате, какой амплитуды колебания окажутся в интересующей нас точке.

Итак, отверстие разбивается на зоны вторичных источников под конкретную точку на экране — и разбивается так, чтобы соседние зоны «друг друга гасили». Оговорим (впервые или еще раз — неважно, лишним в классе это не будет никогда), что подобное выражение, разумеется, — профессиональный сленг, суть интерференции как раз в том, что волны не усиливают и не ослабляют («гасят») друг друга, ибо волны вообще друг на друга *не влияют* — каждая распространяется так, как распространялась бы одна. Именно поэтому они просто складываются. В любой точке результирующее смещение просто равно сумме смещений, вызываемых каждой волной в отдельности. Просто складываться две волны могут «выгодно» («гребень–гребень, впадина–впадина»), и тогда, складывая смещения «от каждой волны», мы получим смещение большое — точку максимума — волны *как бы* «усиливают друг друга», на самом же деле просто складываются так. Или же, где совпадение выглядит иначе («гребень–впадина, впадина–гребень»), сложение смещений «от каждой волны» даст результирующее колебание минимальное или вообще нулевое — меньше, чем от каждой волны в отдельности, — точка минимума. *Как будто* волны в этой точке друг друга «гасят». Так вот, соответствующие точки соседних зон должны в интересующей нас точке экрана «гасить» волны друг друга. То есть волны от соответствующих вторичных источников соседних зон должны в некой точке складываться «невыгодно» — и значит, давать точку минимума. Для того чтобы все было так, разность хода от соответствующих точек соседних зон до нашей точки должна составлять полволны — именно так и разбивается волновой фронт на эти зоны. Тогда, понятно, если открыто любое нечетное число зон, то все зоны «ослабили», кроме одной, действие друг друга (волны сложились «невыгодно») и одна зона осталась «нескомпенсированной»; наша точка, стало быть, точка максимума — в случае электромагнитных волн светового диапазона в ней светло. Если открыть число зон четное — такой «нескомпенсированной» зоны нет; наша точка — минимума, и там темно.

Для графического изображения этого нужно договориться, как строить векторную диаграмму колебания, даваемого каждой зоной. Так вот, векторная диаграмма рисуется в точности так, как мы обсуждали. Есть вектор (амплитуда колебания), который вращается с угловой скоростью (частота), и проекция его на выбранную ось меняется при этом по гармоническому закону, т.е. так же, как смещение при гармонических колебаниях. Построим маленькую векторную диаграмму для колебания, вызванного малой центральной частью центральной зоны. Затем к концу изображенного вектора (на мгновение забыв, что он вращается, нам, как и при построении векторных диаграмм в переменном токе, это не важно) приставим вектор колебания, вызванного в нашей точке следующей частью центральной зоны. Он будет чуть короче и чуть под углом. Дело в том, что следующая часть центральной зоны от нашей точки чуть дальше и чуть под другим углом сориентирована, поэтому колебание, вызванное ее волной, чуть слабее и чуть запаздывает по фазе (что и передается уменьшением длины вектора и малым его поворотом). Следующая часть центральной зоны излучает волну, вызывающую в нашей точке колебание еще чуть меньшей амплитуды (следующая стрелочка еще чуть короче), и опять же с отставанием по фазе (стрелочка еще чуть повернута относительно предыдущей). Получается рисунок из маленьких стрелочек, сводящийся для всей центральной зоны в полуокружность.

В самом деле, последняя часть центральной зоны — уже на границе (а части эти, понятно, имеют вид колец, так вот, самое внешнее кольцо) — излучает волну, вызывающую в нашей точке колебание точно в противофазе первому. Вспомним, мы именно так выделяли зоны, чтобы колебания соответствующих точек соседних зон давали минимум, т.е. вызывали бы колебания в противофазе. У нас получилась практически полуокружность. Диаметр ее — векторная сумма всех стрелочек — и покажет амплитуду результирующего колебания, даваемого центральной зоной. После чего, продолжая точь-в-точь, как мы это сделали с центральной зоной, поступаем со следующей. И вскоре получаем вторую почти полуокружность. Соединение конца с началом — этот короткий вектор — показывает результирующее колебание от двух соседних зон. Вот мы и получаем, что колебания от одной открытой зоны куда больше, чем от двух, и причиной этого является интерференция, которую мы как раз и учли, строя эту диаграмму и отыскивая вектор суммы всех векторов. По сути, мы складывали колебания с учетом амплитуд и фаз и нашли амплитуду результирующих колебаний.

Аналогично для остальных зон мы будем убеждаться в том, что нечетное число открытых зон обеспечивает нам то, что наша точка — максимум, четное — что минимум. И постепенно у нас будет получаться та самая спираль Френеля, соответствующая бесконечному числу открытых зон, т.е., по сути, отсутствию какой бы то ни было преграды. Диаграмма нам немедленно покажет, что результирующее колебание будет иметь в этом случае амплитуду, равную всего лишь половине той амплитуды, какая была бы, если бы преграда была, и отверстие в ней было бы относительно невелико, открывая лишь одну центральную зону. Это означает, что когда открыты все зоны, их вклад в результирующее колебание равен половине вклада центральной зоны. Если мы мысленно понаставим воображаемых

экранов на пути света (*Гершензон*), выделим на каждом центральную зону и соединим края этих зон, мы получим некий «световой канал» (на самом деле, как известно, эллипсоид), по которому в основном, как мы видели, вся энергия и переносится («объем Френеля»). Это и есть, по сути, заключение о прямолинейном распространении света в однородной среде и ответ на вопрос, почему из-за дифракции за отверстием не будет волн «всюду»: причиной этого является интерференция вторичных волн, учтенная нами посредством диаграммы Френеля.

Итак, мы проиллюстрировали принцип, благодаря чему теперь он наполнен неким содержанием. При наличии желания (и времени!) можно кратко пробежаться и по другим моментам, вытекающим из него и без него совершенно непонятным: функционирование такого, к примеру, устройства, как зонная пластинка или же знаменитая история про пятно Пуассона (которое справедливее было бы именовать пятном Френеля или, в крайнем случае, пятном Араго). Пояснения и того и другого будут состоять, разумеется, в построении соответствующих диаграмм по обсуждаемой методике. О задачах не может быть и речи: никакого края преграды, никакой спирали Корню; единственный смысл, повторимся, в некотором «спасении осмысленности» принципа Гюйгенса–Френеля, не более того. Единственно — можно вывести формулу дифракционных минимумов для случая плоской волны, падающей на щель, она нам потребуется, особенно случай первого минимума. Формула устанавливает угол, под которым виден n-й дифракционный минимум. Условие, понятно, сводится к тому, чтобы при делении волнового фронта в отверстии для интересующей нас точки в нем укладывалось четное число зон Шустера (придется объяснять, что это). Про дифракцию Френеля (открыто несколько зон) и Фраунгофера (открыта часть центральной зоны) объяснять уж точно будет совершенно лишним.

Часто говорится, что сейчас предстоит обсудить первое дифракционное устройство — прибор, в котором происходит дифракция света, намекая на переход к дифракционной решетке. Оно отнюдь не первое у нас. Естественно, дифракция происходила и была весьма отчетлива (происходит-то она, как понятно, вообще всегда) уже в опыте Юнга — на отверстиях. Если бы ее не было, т.е. волны не заходили бы в область геометрической тени вообще, то никакого перекрывания волн от разных отверстий не было бы. Так что интерференция, которую мы получали в установке Юнга, естественно, была следствием того, что имела место выраженная дифракция на отверстиях. Так вот, действительно, минуя случай одной и двух щелей, рассмотрим ситуацию дифракции на многих щелях — так называемой дифракционной решетке.

Далее следует вывод формулы решетки, т.е. снова формулы, позволяющей отыскать положения максимумов: углы, под которыми будут располагаться точки максимума, т.е. светлые полосы на экране или даже координаты светлых полос. Замечание: мы рассматриваем, выводя эту формулу, интерференцию соответствуюших вторичных источников разных шелей, а не так, как в случае с диаграммами Френеля, — вторичных источников в одной шели. Поэтому мы получаем только так называемые *главные максимумы*, поскольку интерференция света *от разных щелей*, и совершенно упускаем побочные, обусловленные именно интерференцией вторичных источников *в каждой щели*. В качестве разности хода от двух соседних щелей выступает отрезок, отсеченный перпендикуляром, опущенным из соседней щели. Идея состоит в том, что после щели свет, распространявшийся до решетки прямолинейно, распространяется по всем направлениям, и мы при этом рассматриваем некое определенное. Лучи от соседних щелей в этом направлении практически параллельны и встречаются на бесконечности. Угол между ними на бесконечности стремится к нулю, два других, получающихся, если мы на «длинном луче отложим короткий», стремятся, соответственно, к 90° — и вот наш перпендикуляр.

Реально лучи от соседних щелей встречаются в фокальной плоскости линзы, поставленной за решеткой и собирающей все лучи, идущие в одном направлении, — параллельный пучок (тот случай, когда придется сказать два слова о линзе, пусть и забегая вперед). Итак, если на этой разности хода целое число волн — максимум, нечетное число полуволн — минимум, условие «максимума-минимума» совершенно банально. Линза здесь ничего не меняет, ибо не вносит собой разности фаз. Проще все это понять, если учесть, что в линзе волновые поверхности падающей волны никак «не разрываются», а лишь «искривляются» ею. Таким образом, при прохождении линзы никакого скачкообразного сбоя в фазе волны не происходит. Формула, определяющая направление главных максимумов, и формула, выражающая определение периода решетки, и есть те две формулы, на которые только и возможны пусть и многочисленные, но вполне однотипные задачи.

Далее необходимо рассмотреть то обстоятельство, что дифракционная решетка является спектральным прибором. Безусловно, это заложено в полной мере в формуле для главных максимумов. Под интересуюшим нас углом будет максимум той длины волны, для которой выполнится условие максимумов. Формула же говорит нам, что центральный максимум всегда белый (центральная точка на главной оптической оси линзы — точка максимума для всех длин

волн), остальные максимумы окрашены, причем внутренний край фиолетовый, внешний — красный (чем больше длина волны, тем больше угол на соответствуюший главный максимум). Наконец, можно решить задачу о том, начиная с какого номера будет наблюдаться перекрывание спектров. Для этого надо потребовать, чтобы угол на внутренний (фиолетовый) край следующего ($k + 1$)-го максимума «налез» на внешний (красный) край предыдущего k-го. Мы получим, что у любой решетки (ответ не зависит от d) перекрывание наступит, начиная со 2-го. Пожалуй, этим и стоит ограничиться. Практический смысл решетки как прибора обусловлен тем, что мы получили одно из устройств, раскладывающих свет в спектр, «спектральный прибор», при помощи которого можно производить спектральный анализ, о котором, естественно, дальше.

Можно показать стандартную школьную дифракционную решетку — тот самый случай, когда вполне уместно. Они возьмут — каждый свою, 100 штрихов на миллиметр — и посмотрят сквозь нее на стандартную школьную лампу дневного света. И как знать, быть может, какой-нибудь законченный «экономист», забыв всю нашу науку до самой последней буквы, это почему-то запомнит, а именно как на излете зимы, на седьмом уроке он видел через такую вот штучку обыкновенную лампу на потолке — разноцветной.

В завершение разговоров о дифракции нужно обратить внимание на то, что именно она не позволяет интерпретировать луч — перпендикуляр к волновым поверхностям — как бесконечно тонкий пучок. Дело в том, что само понятие бесконечно тонкого пучка имело бы смысл, если бы при уменьшении отверстия пучок постепенно становился у́же и у́же. Тогда можно было бы сказать, исходя из этой тенденции, что если мы представим себе отверстие малым бесконечно, то у нас и пучок будет бесконечно узкий — это вот и будет «луч». На самом же деле из-за явления дифракции нет самой этой тенденции. Таким образом, нет места и для такого вывода. Дело в том, что при уменьшении диаметра отверстия пучок с некоторого момента будет, как показывает выведенная нами формула, все шире и шире. И наконец, если отверстие будет совсем мало, мы вместо совсем узкого пучка, который мы и могли бы именовать лучом, получим максимальное «расползание» света и, наоборот, отсутствие какого бы то ни было намека на пучок. Таким образом, дифракция является причиной того, что у излучения с конечной длиной волны бесконечно узких пучков не может быть, почему и невозможно основанное на этом определение луча. Формально бесконечно узкие лучи будут получаться не при стремлении к нулю диаметра отверстия — здесь будет все как раз наоборот, а при стремлении к нулю длины волны. При бесконечно малой λ дифракция никак проявляться не будет и гипотетический бесконечно тонкий пучок возможен. Но в том-то и дело, что практически как раз λ мы варьировать и не можем, почему и должны принимать в расчет неизбежную дифракцию.

К ЗАДАЧАМ

Как уже было сказано, здесь присутствует, по существу, единственный тип задач — на дифракционную решетку, и решение, как правило, состоит в буквальном применении формулы решетки. Некая проблема, которую, как правило, замечают добросовестные ученики, возникает тогда, когда нужно определить не угол на n-й главный максимум, а его координату на экране. (Экран в фокальной плоскости линзы, ось x протянута вдоль экрана, а ноль, конечно, выбран на главной оптической оси линзы.) Задача решается совершенно аналогично тому, что представлял собой «опыт Юнга как задача», где также требовалось найти координаты n-го максимума на экране. Как и там, примем, что $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha$, а $\operatorname{tg}\alpha$ выразим как x/L. Проблема возникает тогда, когда в задаче, что бывает почти всегда, указано не требуемое для решения расстояние от линзы до экрана, а вместо него — расстояние от решетки до экрана, которое здесь вроде бы ни при чем. К этому допущению надо привыкнуть. Дело в том, что в реальной установке расстояние от решетки до линзы пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием до экрана. (На практике решетка и линза обычно просто вставлены в одну оправу на оптической скамье.) Почему, собственно, эти расстояния и не различаются сплошь и рядом. Иногда в задачах — на это стоит просто обратить внимание — не дается явно период решетки, его надо вычислить, зная количество штрихов на миллиметр: нужно миллиметр, переведенный в метры (!), разделить на число штрихов — не наоборот, как ученики делают гораздо чаще. Очевидной проверкой, как очень часто у нас, является сохранение размерности: в ответе должны получиться метры, а не единицы, обратные им.

Впрочем, нельзя не оговорить, что задачи *только* на дифракционную решетку в этой теме — это обычные задачники, коих большинство. Есть и другие. И в их числе есть некий, выделенный, на наш взгляд, особо. «Самый-самый», о котором уже упоминалось, и не раз, но не порекомендовать который лишний раз просто невозможно. Ему одному целиком посвящается отдельное наше

отступление 17-е

САВЧЕНКО СО ЗВЕЗДОЧКОЙ

Нет, сейчас речь пойдет не о месте Савченко со звездочкой в этой книжке — всё, касающееся этого, было прокомментировано в самом

начале. Речь пойдет об учебных играх, которые можно устраивать с этим непревзойденным задачником. Первая такова. Компания сильных учеников — они могут быть из одного класса, из разных, неважно — делится на две команды (неважно даже, одна ли параллель). Два раза в неделю (к примеру, во вторник и пятницу) команды обмениваются задачами из Савченко (можно и обычными, но лучше — дети-то сильные — «со звездочкой»). Одна команда дает другой номер из Савченко — до следующего раза (у них самих, естественно, эта задача решена) — и получает ответный номер, который предстоит решить. Следующий раз — обмен решениями и следующая пара номеров. Проигрывает, разумеется, та, которая не смогла в предоставленное время решить задачу, предложенную противником. «Подгон», как и любой блеф, исключен — решения обнародуются и обсуждаются. То есть нужно решить всей командой за три-четыре дня две задачи со звездочкой — доставшуюся от противника и предназначаемую ему. Причем подбирать вторую нужно с умом, задавать легкую не имеет смысла — в выигрыше та команда, которая выберет такую задачу, какую сама решить сможет, а команда оппонентов — нет. Курируется игра безо всяких учителей. Никакого особенного участия с вашей стороны не требуется. У нас этим обычно занимаются выпускники. Они отслеживают статистику (таблица, как правило, висит на стене, и счет известен) и разбирают спорные случаи.

Случаи, когда верный ответ получен обеими командами, но при этом одна считает решение второй некорректным (т.е. трактует его как «подгон»), — весьма и весьма редки, что следует отнести на счет исключительного качества этого превосходного задачника. Игра, как показывает практика, захватывает всегда, участников команды надо буквально оттаскивать от заданий, дабы они не занимались полученной задачей все свои уроки напролет. Советуем, кстати, ничего не предпринимать, никаким «оттаскиванием» не заниматься. За тем, чтобы ученик матккласса с сердечной мукой следил за тем, как Базаров общается с Павлом Петровичем, а не решал бы в это время Савченко, должна следить — в свою очередь — на своем уроке Мария Ивановна, а совсем не вы. Но дело даже и не в этом. Все равно — проследить вы не сможете, вас там нет. А настаивать на чем-либо, выполнение чего проверить принципиально невозможно, очевидная глупость. Поэтому, кстати, бессмысленно, задавая одно и то же домашнее задание всему классу, требовать, чтобы дома «каждый решал сам». Да и, вообще говоря, зачем? Но мы отвлеклись. Итак, игра называется «Савченко со звездочкой». Кстати, чуть не забылось. Выпускникам в какой-то момент предложили учитывать все же и быстроту, с какой задача решена. В этом случае за задачу полагается балл, но если задача решена в тот же день в школе, т.е. еще до ухода домой, то два.

Вариант этой игры. Две команды. Но задачи из Савченко они задают не друг другу, а одновременно получают одну и ту же задачу от учителя. Тогда понятно — выигрывает та, которая решит быстрее. Команда, первой представившая решение, получает балл, другая — ничего.

Здесь опять же за решение, принесенное еще в этот же день, до ухода из школы, два балла. Здесь, как понятно, про Базарова с Павлом Петровичем лучше даже не вспоминать... Хотя, конечно, имеется в виду, что команды полученную задачу «грызут» на переменах, но — «жизнь богаче книги». Мы не злорадствуем, нет. И не злопыхательствуем. Просто, поймите правильно, если урок плохой и от «роли пейзажа в романе» уже хочется влезть на стенку, они все равно будут заниматься чем-то спасительно посторонним. Не будет Савченко — будут «играть в телефон». В конце концов к их услугам ни много ни мало весь Интернет (благодаря тому же телефону): как выразился о нем один наш выпускник, «бескрайнее море глубиной в пять сантиметров». Скоротают время как-нибудь. И выход отнюдь не в том, чтобы отобрать у нечестивца Савченко, а чтобы — тысячу раз извиняемся! (вот уж банальность из банальностей) — было, что *делать* по уроку. Чтобы урок был бы — *хорош*. На уроке должно быть всегда интересно, притом что отнюдь не любой фрагмент предметного содержания непременно интересен (об этом тоже уже говорили) и отнюдь не любое задание интересно *само по себе*. Бывают и фрагменты «так себе», и задания однотипные «на отработку», все бывает. Урок должен быть интересен *в целом*, своим целостным *образом*. Вами, короче говоря, он должен быть интересен, поскольку и интересность-то предмета — от ваших слов, ваша, через вас, и никак по-другому. Поэтому не в Савченко дело. И если с «образами помешиков» ну совсем никак не идет, не будем «переваливать с больной головы на здоровую», пустое это всё.

Если про Коробочку с Собакевичем уже поговорили и звонок уже прозвенел, а задача так и не решена (вроде похоже всё, а верный ответ не выходит — ни у тебя, ни у всех ваших!), то, делать нечего, надо бежать домой и продолжать там. И у этих, других, противников — тоже пока не решилось, и они домой. Кто же первый — как выяснить? Дело в том, что электронная почта фиксирует момент получения письма. Чье решение (скан) на учительскую почту придет раньше — тот и первый. И получает свой заслуженный балл.

Третья игра — Савченко затрагивающая по касательной, поскольку может быть организована в связи с любым другим задачником, а может быть и с несколькими, но и здесь замечательный Савченко один из самых удобных и предпочтительных — называется «Наперегонки».

Несомненную изюминку ее составляет традиционно обязательное участие в ней учителя, т.е. вас, причем на равных с остальными — как рядового игрока. Проводилась она, как правило, у нас по субботам на нулевом уроке, начинаясь без двадцати восемь (откуда и взялось второе ее название «семь сорок», выдуманное выпускниками), и продолжалась урок — до первого звонка в восемь двадцать пять. Процедура предельно проста — выпускник, ведущий в этот раз (выпускники — так повелось — менялись каждый раз, так что два занятия подряд один и тот же почти никогда не вел; это, конечно, необязательно, просто было всегда очень много желающих), диктовал задачу и все ее решали — наперегонки. Ничего особенного в этой процедуре нет, за исключением одного — учитель

сидит тут же и решает наравне со всеми. Стоит ли говорить о том, что это обстоятельство весьма будоражит и в состоянии сделать более чем увлекательной процедуру, самую что ни на есть обыденную и рядовую. Не будем говорить о том, что выиграть наперегонки бывает в очень и очень многих случаях совсем нелегко; мало того, учительский выигрыш и случался менее чем в половине раундов, а то и — бывали времена — менее чем в трети! И это, конечно (любой профессионал поймет), радовало безмерно. Игра была очень горячей и исключительно приятной. Конечно, требуется большая вдумчивость и аккуратность от ведущего (он же составитель задач). Здесь практически исключены в большинстве случаев задачи уровня «Савченко со звездочкой» просто в силу того, что задачи, безусловно, должны быть весьма лаконичны, и, кроме того, конечно, не запредельно сложны. Это некий блиц. Тут доблесть не столько в том, что решенная задача неимоверно сложна, сколько в том, что задача, достаточно непростая, с изюминкой, но при этом довольно короткая в смысле выкладок, решена молниеносно. В принципе от урока решения задач «на пятерку» процессуально «Наперегонки» не отличалось ничем — только участием учителя, но этого, как уже говорилось, достаточно для азарта более чем.

Еще одно — «пустяк, но приятно». В качестве, ну, что ли, некой компенсации за действительно чрезмерно ранний срок (все-таки встать на целый час раньше — в субботу!) участникам предлагался черный кофе — разливать его и разносить входило в обязанность ведущего, и это всегда делалось. Таковы бывали «Наперегонки». Не стоит смущаться тем, что про «Савченко со звездочкой» рассказано в настоящем времени, тогда как про «Наперегонки» — преимущественно в прошедшем. Просто сейчас, чем дальше, тем больше, мы действительно перешли на Савченко. Просто эта игра — и первый ее вариант, и второй — позволяет затрагивать действительно сложные и совершенно олимпиадные по уровню и виду задачи, и эта игра постепенно сделалась преобладающей. Учебных игр можно, чего уж там, напридумывать бездну — и более изощренных, и менее. Не говоря уж о физбоях — вот уж игра! — и придумывать ничего не надо. Было бы желание. Ну и, конечно, некая «третья сила». Без нее не то что скучно — как-то хуже. Самый лучший вариант — выпускники. Но, наверное, необязательный. Могут быть некие неизвестные учителя. Ваши однокурсники, коллеги, кто-то еще — короче, некие до определенной степени сторонние люди, «свежие», иные. И только в том случае, если вы гибки настолько, что достаточно вот этой самой необходимой для игр «свежести» исходит непосредственно от вас, только в этом случае, поздравляем, вам не нужен никто.

НА ДОСКЕ

листы № 138, 139, 140.

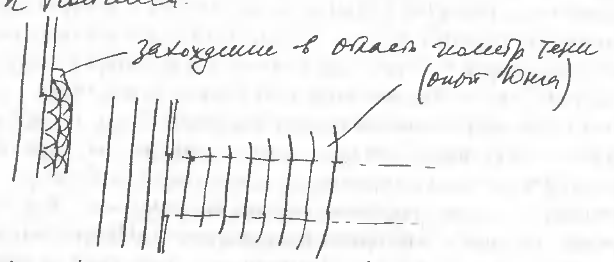
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 16.24, 16.25, 16.26, 16.27, 16.28, 16.29, 16.30 (Баум).

Дифракция

Огибание волнами препятствий
(отклонение от прямолинейного распр. на преграде)

Пр-п Гюйгенса:

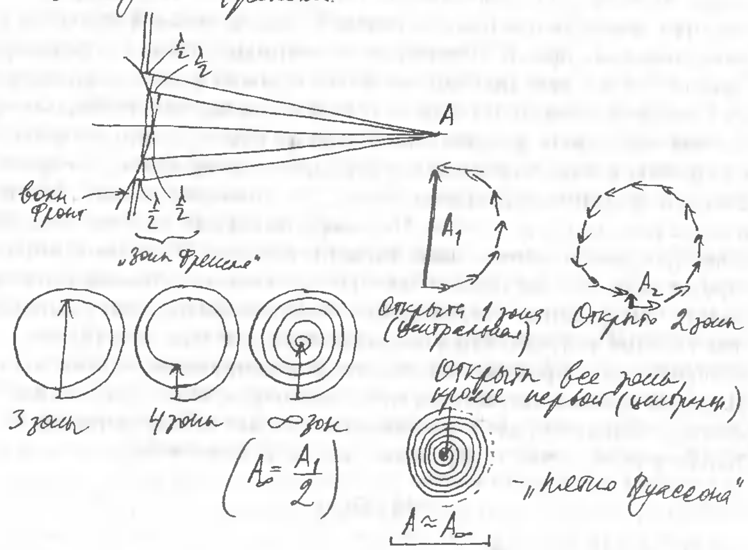


Задача — расчёт амплитуды в произвольной точке

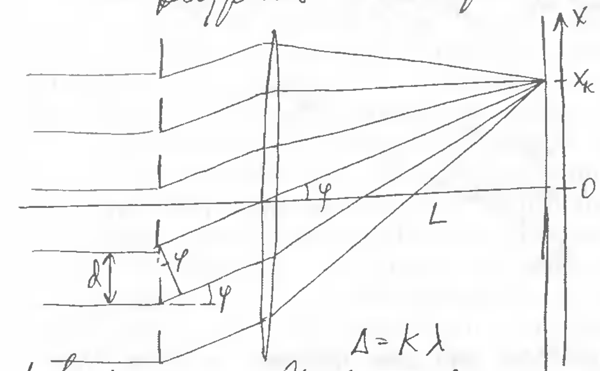
Пр-п Гюйгенса – Френеля

Амплитуда в произвольной точке есть результат интерференции вторичных волн
(„дополнение Френеля")

Метод зон Френеля



Дифракционная решётка



$\Delta = k\lambda$

$d = \frac{l}{N}$ – период решётки

Условие главных max
(дифр. соседних щелей)

$\Delta = d\sin\varphi$

$d\sin\varphi = k\lambda$ ф-ла дифр. решётки

Ширина полосы (при малых φ)

$\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi = \frac{x_k}{L}$

$x_k = L\operatorname{tg}\varphi \approx L\sin\varphi = \frac{k\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d}k$

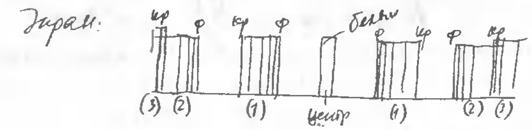
$x_{k+1} = \frac{\lambda L}{d}(k+1)$, $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda L}{d}$

„Спектральный прибор"

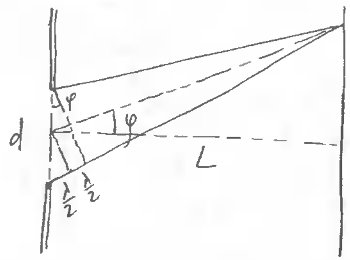
$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}$, при $\lambda_1 > \lambda_2$ $\varphi_1 > \varphi_2$

Свет: $\lambda_ф < \lambda < \lambda_{кр}$ $\Rightarrow$ $\varphi_ф < \varphi_{кр}$

Экран:



Задача 1 («Дифракция на щели»)



«Открыто две зоны Френеля» — четное число зон — min

φ мал, $L \gg d$

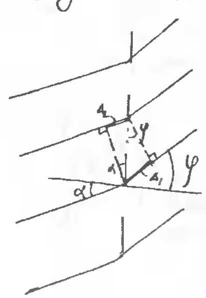
$d\varphi \approx 2\frac{\lambda}{2}$

$\underline{\varphi \approx \frac{\lambda}{d}}$ — направление на 1-ый min

Вообще: $d \sin\varphi = n\lambda$

$\underline{\sin\varphi = \frac{n\lambda}{d}}$ — направление на n-ый min

Задача 2 («Наклонное падение»)



$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = d\sin\varphi - d\sin\alpha$

$\Delta = k\lambda$ — усл. глав. max

$\underline{d(\sin\varphi - \sin\alpha) = k\lambda}$ — ф-ла решетки

$\sin\varphi = \sin\alpha + \frac{k\lambda}{d}$ — направл. на k-ый глав. max

140

1.3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ, ДИСПЕРСИЯ

Эти вопросы проскочим быстро — здесь нет не только задач, но даже, по сути, и формул, знать которые предполагается в школе. А потому в смысле поляризации ограничимся, как это и делает большинство учебников, качественным комментарием с изложением механической модели — и всё. Явление состоит в выделении колебаний в одной плоскости (это, понятно, определение линейной поляризации — ею и ограничимся). Механической моделью является плоский ящик, выделяющий из всех колебаний шнура, пропущенного внутрь, колебание в плоскости его щели. Второй ящик служит анализатором — при перпендикулярной ориентации ящиков колебаний за вторым ящиком уже нет; действительно, после ящика возможна лишь поперечная волна с колебаниями в плоскости щели — стало быть, после первого ящика остаются колебания в одной плоскости. Второй ящик обладает теми же свойствами. Если щели перпендикулярны, то колебаний, которые останутся после второго ящика, просто нет! Ящик — это, понятно, кристалл турмалина, волна в шнуре — электромагнитная волна. Никакой теории поляризации, обыкновенного и необыкновенного луча — оставим для вуза; поляризацию упомянуть важно, если можно так выразиться, «идейно» — именно это явление характерно исключительно для поперечных волн, и наблюдение его у света есть экспериментальное подтверждение предсказанной Максвеллом поперечности электромагнитной волны.

Дисперсия есть зависимость показателя преломления света от частоты (длины волны) падающего света.

Можно ли как-либо качественно пояснить зависимость $n(\nu)$? Выводя из уравнений Максвелла скорость электромагнитной волны в среде, мы получили формулу $v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$ (в СИ).

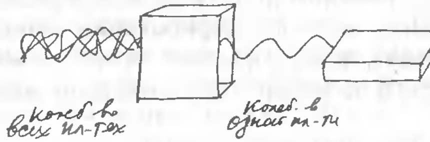
В среде, где $\mu = 1$, формула превращается в $v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu_0}$. Стало быть, $n = c/v = \sqrt{\varepsilon}$. Но диэлектрическая проницаемость среды — величина, характеризующая поляризацию этой среды, оказавшейся во внешнем поле ($\varepsilon = E_0/E$). Внешнее поле в данном случае — поле волны и, стало быть, некое переменное E, характеризуемое некой частотой. Следовательно, будет зависеть от этой частоты и ε, а значит, от нее будет зависеть и n. (Ввиду того, что n, как уже вспоминалось, отношение скоростей, дисперсию можно определить и как зависимость *скорости* электромагнитной волны в среде от частоты.) Никакой «классической теории дисперсии», нормально-аномальной, никаких формул конечно же не надо. Достаточно внятно придется рассмотреть призму, поскольку она оказывается — наряду с разобранной дифракционной решеткой — спектральным прибором, ибо раскладывает пучок в спектр и обеспечивает, таким образом, возможность осуществления спектрального анализа. Изобразив, как это выглядит, т.е. изобразив ход лучей в призме, можно предложить ученикам разве что мнемоническое правило для запоминания, какой луч отклоняется более, какой — менее. Правило простое. Как это происходит в дифракционной решетке, учить, как понятно, необязательно, это прямо написано в формуле: чем больше λ (т.е. меньше частота), тем угол меньше. Стало быть, дифракционной решеткой фиолетовый луч будет отклонен минимально, красный — максимально. Повторимся — это непосредственно следует из формулы решетки, той самой единственной здесь $d\sin\varphi = k\lambda$, связывающей φ и λ. Так вот, запомнить остается только то, что в призме *все наоборот*, т.е. красный луч преломляется минимально, фиолетовый же — максимально. При отсутствии какой-либо теории явления и какой бы то ни было формулы это, пожалуй, единственное, что можно сказать.

НА ДОСКЕ

лист № 141.

Поляризация.

Выделение плоскости колебаний (линейн.)



В п.-м. случае „щель" — кристалл турмалина

Дисперсия.

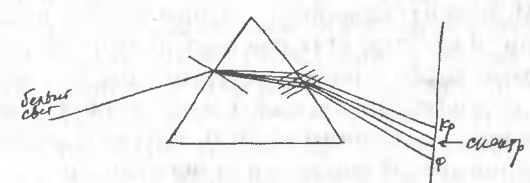
Зависимость показат. преломл. от частоты света.

$n = f(\nu)$

$n = \sqrt{\varepsilon}$ („Максвелл"); $\varepsilon = \frac{E_0}{E}$; $E_0 = f(\nu)$ $\Rightarrow$

$\varepsilon = f(\nu)$;

$n = f(\nu)$



$\underline{\varphi_{кр} < \varphi_ф}$ (противоп. дифр. реш.)

В дифр. решетке

$d\sin\varphi = k\lambda$

$\sin\varphi = \frac{k\lambda}{d}$,

чем больше λ, тем больше φ,

т.е. $\underline{\varphi_{кр} > \varphi_ф}$

(против. призме)

141

Глава 2
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Предельный частный случай волновой. Суть методики рассмотрения световых явлений в рамках ее — в игнорировании волновой природы света. То есть аппарат геометрической оптики вообще не интересуется природой света и не эксплуатирует никакой модели, в том числе и волновой.

Ясно, что геометрическую оптику можно целиком сформулировать независимо, исходя из неких — ее собственных — «первых принципов», однако мы, как уже упоминалось, выделим ее как предельный случай. Предельность в том, что мы, очевидно, намереваемся игнорировать дифракцию, именно в ней проявляются волновые свойства излучения при наличии любых преград. Выясним условия, при выполнении которых дифракция практически ненаблюдаема (хотя в строгом смысле, безусловно, происходит, ибо происходит всегда, что обусловлено упомянутыми волновыми свойствами). Примером преграды пусть будет ширма с отверстием (щелью), и требование ненаблюдаемости дифракции конкретизируется как требование ненаблюдаемости отклонения света от прямолинейного распространения (*Пинский*). То есть захождение в область геометрической тени должно быть пренебрежимо мало — площадь этой зоны должна быть много меньше площади светового пятна на экране напротив отверстия. Исходя из сказанного получим условие ненаблюдаемости дифракции. В качестве угла «расширения» пучка условно примем угол на первый дифракционный минимум (не напрасно мы выводили формулу для дифракции на щели); у всех величин, по сути, нас интересует их порядок — помним об этом. Угол мал, и синус его будем считать неотличимым от тангенса и от него самого.

Итак, требование ненаблюдаемости дифракции оказывается — после выкладок — требованием малости параметра $\lambda L/d^2$ по сравнению с единицей. Ситуация, когда дифракцию игнорировать невозможно, ибо она выражена сильно, характеризуется тем, что указанный параметр сравним с единицей: мы получили искомое условие. Обратим внимание: условие применения геометрической оптики именно то, которое мы получим, а отнюдь не распространенное «размеры препятствия велики по сравнению с длиною волны». Обсудим подробнее: если d сравнимо по порядку величины с λ, то, разумеется, всегда будет иметь место то, что наш параметр $\lambda L/d^2$ не может быть мал по сравнению с единицей (L не может быть много меньше λ!). То есть в этом случае действительно дифракция

всегда наблюдаема и применение аппарата геометрической оптики неприемлемо ни при каком расстоянии до экрана. А вот в случае, когда d много больше λ, возможны варианты. Действительно, если L при этом также невелико, параметр $\lambda L/d^2$ может быть много больше единицы, но если расстояние L велико, то параметр $\lambda L/d^2$ может быть, тем не менее, все равно мал. В результате мы получаем, что в случае, когда размеры препятствия по сравнению с длиной волны велики, вполне даже возможны варианты. Если при этом экран близко — дифракция незаметна (это понятно: угол на первый минимум мал, и при небольшом расстоянии до экрана захождение в область геометрической тени «не успевает» стать большим). Но если экран расположить далеко, дифракцию можно наблюдать (при большом расстоянии до экрана захождение в область тени «накопится» существенное и при малом угле на первый минимум). Из рассмотренного, собственно, и вытекает необходимость заменить не совсем верное условие про соотношение d и λ более точным «нашим».

Итак, условие применимости сформулировано. В дальнейшем будем говорить о тех ситуациях, в которых оно выполнено, дифракция практически ненаблюдаема и игнорирование ее возможно. В этих случаях, с чего мы начали, можно не говорить «о волнах», а исключительно о лучах. В качестве трех основных положений можно оставить положения о том, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно, а также законы отражения и преломления для описания поведения лучей на границах раздела. Этих положений как основы геометрической оптики будет нам вполне достаточно. Уже говорилось, что аппарат геометрической оптики может быть построен из собственных первых принципов. Таким первым принципом является, как известно, принцип Ферма, из которого выводятся все упомянутые законы (нами полученные, как помним, из вполне «волновых» соображений). Рассказать о нем можно, а можно и не рассказывать (т.е., собственно, рассказывать, вероятно, желательно, вопрос в том, как и всегда, показывать ли соответствующие выводы). Самый любопытный в связи с этим момент все равно вряд ли может быть «вкусно» изложен в школе. Это, безусловно, аналогия принципа наименьшего времени Ферма как некоего вариационного положения с принципом наименьшего действия Гамильтона, из которого, как известно, получается вся ньютоновская механика, и не только Ньютонова, и не только механика, а, по существу, все фундаментальные теории, включая уравнения Максвелла, Шредингера и далее по Ландау. Вне этой действительно крайне примечательной аналогии принцип Ферма как таковой, правду сказать, ничего особенного из себя для ученика не представляет и при малейшем дефиците времени может быть лишь упомянут, и не более того, безо всякого ущерба для прохождения геометрической оптики как раздела.

Далее задачи. Перед переходом к линзам можно остановиться на задачах на законы отражения и преломления непосредственно и решить их много и после этого перейти к линзе. Зеркало нужно рассмотреть постольку, поскольку оно встречается в задачах (отражающая поверхность), но лишь плоское; сферическое зеркало, пожалуй, можно не рассматривать вовсе. Дело в том, что любые испытания, в общем, исчерпываются линзами, все выкладки же совершенно аналогичны. Впрочем — на ваше усмотрение. Но если его и проходить, и задачи решать, то уж не здесь, а после подробного рассмотрения линз, когда все про сферическую поверхность усвоится на примере линзы. Другими словами, предлагается не та логика, по которой сначала обсуждается отражение, а затем преломление, а более, как кажется, дидактически удачная, а именно: сначала обсуждается плоская граница раздела сред, а затем — сферическая.

Здесь совершенно необходимо решать задачи. Много. Всех типов, но без линз. Линз еще нет! Имеются в виду задачи исключительно про отражение-преломление, среди них бывают весьма изощренные. Пауза эта необходима. Быть может, как нигде: теории слишком много, надо дозировать, иначе все «поползет»: после теории на линзы *эти* задачи пойдут с трудом. Здесь, как нигде, от клиента на самом деле требуется хорошее знание геометрии. Мы все, конечно, любим повторять, что «без математики у нас — никуда». Это, в общем, так, но относится преимущественно к алгебре. Давным-давно они должны были очень быстро осознать, что дискриминант (в девятом это, и вправду, для некоторых проблема) можно посчитать (!), даже несмотря на то, что переменная обозначена «тэ», а не «икс», как «правильно». Геометрия проблемой не была. Здесь — может. Но это еще цветочки. Ягодки — если у них (а именно *эта* тема сие обнаружит немедленно и в полной мере) с геометрией дело обстоит лучше, чем... ну, в общем... чем у их наставника. Мы побывали в этой ситуации не раз. Выглядит это так, что вы исписываете три четверти доски и, весьма довольные собой, получаете наконец, что альфа-таки равна сумме гамма и бета. После чего кто-то деликатно замечает, что это, конечно, несомненно, так, поскольку он внешний, ну а те два — «весьма удачно, смотрите» — внутренние, не смежные с ним...

Линза. Огромное количество понятий, ее описывающих. Большой вопрос: требовать ли безупречного знания их наизусть? Насколько это необходимо? Решайте сами. Почему бы и нет? Человек может весьма уверенно решать и очень сложные задачи на законы сохранения и не помнить четко, откуда взялось выражение для кинетической энергии, тем не менее безукоризненное знание вывода $mv^2/2$ мы же вроде как требуем — так какая разница? Принципиальной разницы нет, но «жизнь богаче книги», надо же где-то и остановиться. Формулу тонкой линзы мы ведь тоже собираемся вывести, а не просто привести «с потолка», но при этом не собираемся настаивать, чтобы этот вывод воспроизводился каждым по первому требованию. И это понятно: громоздко, не необходимо, решать задачи можно и так — оправдания известны и, в принципе, не так уж неразумны. Короче, эти понятия — возвращаемся к линзе — должны быть, как минимум, усвоены в том смысле, что должны верно употребляться при обосновании построений и корректно определяться по требованию тем или иным способом своими словами. То есть, проще говоря, определения действительно необязательно учить, если ученик может в любой момент любое из них «придумать».

Что же он для этого, собственно, должен ясно понимать? Прозрачное тело, ограниченное сферическими поверхностями (*линза*), обладает свойством «собирать параллельный пучок», т.е. все лучи, прошедшие через линзу, далее проходят через одну точку. Именно это свойство и обусловливает интерес к данному устройству. Прямая, проходящая через центры кривизны сферических поверхностей, — ***главная оптическая ось***. Точка, в которой сходится параллельный пучок, параллельный оси, находится на ней (***главный фокус***); параллельный пучок, идущий до линзы под углом к этой прямой, сходится в некой точке (***побочный фокус***) на плоскости, перпендикулярной главной оптической оси (***фокальная плоскость***). Если толщина линзы много меньше радиусов ограничивающих ее сферических поверхностей (***тонкая*** линза), будем считать, что она пересекает свою главную оптическую ось в одной точке (***центр линзы***); плоскость, перпендикулярная главной оптической оси и содержащая центр линзы, — ***плоскость линзы***. Линза, благодаря указанному свойству, может служить для построения изображений различных предметов. Точечным предметом является точка пересечения падающих на линзу лучей (***действительный предмет***) или их продолжений (***мнимый предмет***), изображением — точка пересечения прошедших линзу лучей (***действительное изображение***) или их продолжений (***мнимое изображение***).

Отметим, что таким образом мнимым бывает не только изображение, но и предмет, в случае когда падающие лучи не пересекаются, а пересекаются их продолжения за линзой, т.е. имеется в виду любой случай, когда на линзу падает *сходящийся* пучок. Если линза в середине толще, чем по краям, она *выпуклая* (двояковыпуклая, плосковыпуклая, вогнуто-выпуклая), если тоньше — *вогнутая* (двояковогнутая, плосковогнутая, выпукло-вогнутая). Выпуклые линзы — *собирающие*, вогнутые — *рассеивающие*, если только сама линза из материала оптически более плотного, нежели среда (n материала линзы больше, нежели среды). В противном случае — в этом можно убедиться прямым, правда тщательным, построением — наоборот. Наконец, *оптическая сила* линзы — величина, обратная *фокусному расстоянию*. Ввиду того что оптической силе приписывается знак (собирающей — положительный, рассеивающей — отрицательный), возникает известная путаница с фокусным расстоянием. Со знаком ли оно? Путаница выражается в том, что учебники предлагают здесь разное. В ряде книг в случае рассеивающей линзы «минус» перед $1/F$ не ставят, понимая фокусное расстояние F как величину со знаком (в данном случае, разумеется, $F < 0$), в других же пишется «$-1/F$» и тогда F — величина заведомо положительная, «минус» мы ставим сами. В этом случае, несмотря на то что оптическая сила со знаком, фокусное расстояние положительно, а оптическая сила определяется как величина, обратная этому расстоянию с «плюсом» в случае собирающей линзы и с «минусом» в случае рассеивающей (то, о чем мы говорили, — знак ставится нами). Мы будем придерживаться второго пути, поскольку — нравится нам это или не очень — это именно так в большинстве задачников.

Несколько оговорок. Основное свойство линзы — собирать в точку параллельный пучок — свойство, которое, кстати, «на кончике пера» пока нами отнюдь не выведено и может быть упомянуто исключительно со ссылкой на опыт,— уже содержит некоторое лукавство (которое тщательный опыт, безусловно, выдаст). Этим свойством обладает, как известно, не сферическая, а параболическая поверхность. Сферическая поверхность, преломляя параллельный пучок, даст пересечение всех лучей не в точке, а на некотором отрезке (*сферическая аберрация*). Однако это тем менее заметно, чем ближе лучи пучка к главной оптической оси, только такие, стало быть, лучи мы и будем рассматривать (*параксиальный пучок*). Луч, проходящий через оптический центр линзы, не преломляется, но, как видно из построения, смещается параллельно себе, что мы также будем игнорировать на основании того, что линза тонкая. Эти оговорки будут использоваться исключительно широко. С учетом их начнем (*Яворский*).

Построим любой параксиальный луч, падающий на линзу. Восстановим перпендикуляр в точке падения —до главной оптической оси — это не что иное, как радиус кривизны данной поверхности. Построим преломленный луч и другой перпендикуляр — в точке его падения на вторую поверхность. Это радиус второй ограничивающей линзу поверхности. Угол между этими двумя перпендикулярами есть преломляющий угол линзы в этом месте, т.е. угол между касательными к поверхностям (эти углы равны как углы между взаимно перпендикулярными отрезками). По сути, говоря о «преломляющем угле», мы свóдим линзу к призме с углом при вершине, равным углу между касательными к поверхностям в точках

падения лучей. Впоследствии мы воспользуемся ранее выведенной формулой для угла отклонения луча в призме от первоначального направления: $\theta = \alpha(n - 1)$, где n — показатель преломления материала призмы, а α — угол при вершине призмы, с обязательной оговоркой, что тот мал. Эта оговорка выполняется и у нас, если луч, рассмотренный нами, параксиален. Действительно, если он близок к главной оптической оси, значит, углы с нею малы, мал угол между нашими перпендикулярами и мал угол между касательными к поверхностям, равный, как мы уже говорили, углу «при вершине». И мы можем воспользоваться полученной из рассмотрения призмы формулой для «угла отклонения». Мало того, все малые углы, которые были упомянуты, мы выразим как отношение некоего вертикального параметра h к соответствующим горизонтальным отрезкам: от предмета до линзы — d, от линзы до изображения — d', а также радиусам R_1 и R_2 соответствующих поверхностей линзы. Обратим внимание: параметр h один и тот же, поскольку мы считаем, что луч выходит из линзы примерно на той же «высоте» (расстояние от главной оптической оси), на которой входит, и «высота» эта мала. Все это целиком вытекает из параксиальности, здесь, как уже говорилось, совершенно обязательной.

Объединяя все соотношения, которые можно записать по рисунку, с формулой для угла отклонения $\theta = \alpha(n - 1)$, мы получаем так называемую *формулу тонкой линзы*: $(1/R_1 + 1/R_2)(n - 1) = 1/d' + 1/d$, поскольку h благополучно сокращается. Это можно проинтерпретировать как то, что если этот параметр мал, то он не играет роли. А это означает, что если луч рассматривается параксиальный, то для такого луча его расстояние от главной оптической оси роли не играет и найденные соотношения принципиально верны для *любого* такого луча. Мы получаем, что, таким образом, через одну и ту же точку (на расстоянии d' от линзы) пройдет *любой* параксиальный луч, вышедший из начальной точки (на расстоянии d), какой бы мы ни взяли. Если, к примеру, мы имеем параллельный пучок (d бесконечно, первое слагаемое равно нулю), формула приводится к виду $(1/R_1 + 1/R_2)(n - 1) = 1/d'$, и мы получим, что через одну точку пройдет любой луч этого пучка независимо от расстояния его от главной оптической оси. Мы доказали основное свойство линзы, с которого начали, и опять же, разумеется, для параксиального случая. Точка эта в данном случае, через которую пройдет любой преломленный луч этого пучка, не что иное, как главный фокус по определению фокуса. То есть в данном случае $d' = F$, и мы получаем формулу для фокусного расстояния, т.е. для оптической силы линзы: $(1/R_1 + 1/R_2)(n - 1) = 1/F$, а также формулу, связывающую F с величинами d и d': $1/d + 1/d' = 1/F$.

Отдельно последнюю формулу можно получить, исходя из построения, основывающегося на априорном знании (например, из опыта) основного свойства линзы. К этому построению мы еще вернемся. Итак, две важнейшие формулы, описывающие тонкую линзу, получены: первая, в частности, связывает оптическую силу линзы с радиусами ее сферических поверхностей и с показателем преломления. В большинстве учебников она выводится иначе — из условия таутохронности (одинаковости времени для всех лучей — прямая отсылка к принципу Ферма) и последующего упрощения получающихся соотношений. У нас, по существу, сделано так, как делалось, к примеру, в связи с «опытом Юнга как задачей», а именно: упрощения были учтены сразу, с самого начала, и все получающиеся соотношения мы сразу получали уже приближенными. В принципе мы ничем не пожертвовали, поскольку искомые формулы приблизительны *сами* и любой вывод их в учебнике не обходится без финальных упрощений. Понятно, что все будет легче, если упрощающие соображения применять с самого начала.

Теперь о построениях. Все они основаны на том, что существуют, таким образом, лучи, ход которых нам известен. Луч, идущий параллельно главной оптической оси, после линзы идет через фокус (основное свойство линзы, с которого мы начали). Луч, идущий до линзы через фокус, после линзы параллелен главной оптической оси (принцип обратимости световых лучей: если луч пустить в обратном направлении, «новый пойдет по старому» — утверждение, разумеется, вытекает и из принципа Гюйгенса, и из принципа Ферма). И наконец, луч, идущий через оптический центр линзы, не преломляется (и не смещается — тонкость линзы). Исходя из этого, несмотря на то что изображение, конечно (необходимо, чтобы ученики это понимали), создается *всеми* лучами, прошедшими линзу, для его нахождения мы должны воспользоваться теми, ход которых нам известен (они, разумеется, и выделены среди остальных исключительно этим!), т.е. любыми двумя из трех упомянутых выше. Из построения можно получить и формулу тонкой линзы (для получения формулы потребуются, правда, все три). Это одна из двух формул, на использовании которых и будет построено девяносто процентов всех задач, а именно тех, где фокус задан; оставшиеся десять процентов будут требовать нахождения фокуса через радиусы кривизны и показатель преломления.

Теперь о второй формуле, необходимой в подавляющем большинстве задач.

Вторая из двух необходимых практически в каждой задаче формул получается из рассмотрения новых, не задействованных в прошлом выводе треугольников и заключается в том, что $h'/h = d'/d$. Величина h'/h называется *линейным увеличением*. Формулу будем именовать

в соответствии с этим. Итак, *формула тонкой линзы* и *формула линейного увеличения*. Сразу здесь же разберем оптические устройства, состоящие (точнее, могущие состоять) из одной линзы, и, разумеется, обсудим даваемые ими изображения. Случаи $d > 2F$ (фотоаппарат, глаз), $F < d < 2F$ (проектор), $d < F$ (лупа). Можно рассмотреть случай гипотетического прожектора (изображения нет, на выходе — параллельный пучок): $d = F$.

Далее задачи. Точнее, сначала упражнения — и много — на построение. После большого количества задач можно перейти к случаю нескольких линз. Разумеется, образующих *центрированную систему*, т.е. имеющих общую главную оптическую ось. Начать разумно с вывода теоремы о линзах, расположенных вплотную, и получить формулу $D = \sum D_i$, где все оптические силы, разумеется, со знаком. Все решения строятся на том очевидном из построения соображении, что изображение, даваемое n-м элементом, является предметом для $(n + 1)$-го, после чего, опять же решив большое количество задач уже на «оптические системы», можно рассмотреть устройство с несколькими (реально — двумя) линзами: микроскоп и телескоп. В первом случае мы имеем очень мелкий предмет, который, однако, можно приблизить сколь угодно, во втором — огромный, но неприближаемый. При помощи построений можно понять, что в первом случае требуется система двух короткофокусных линз, во втором — комбинация короткофокусной и длиннофокусной. Что касается микроскопа, надо заметить, что в учебниках встречаются две принципиально различные в одном нюансе схемы: микроскоп, дающий увеличенное мнимое изображение (мнимое, поскольку действительное, даваемое объективом, рассматривается в окуляр как в лупу), и микроскоп, дающий на «выходе» (после окуляра) параллельный пучок. Для получения формулы *углового увеличения* используется как раз второй вариант, в котором изображение, даваемое объективом, располагается, как понятно, точно в фокальной плоскости окуляра. Дело в том, что изображение увеличиваемого предмета в этом случае, конечно, существует — на сетчатке рассматривающего глаза. И в том и другом варианте имеется последняя, неизображаемая линза этой оптической системы — хрусталик, и таким образом, построение во втором случае перестает быть столь парадоксальным, когда изображения предмета как будто бы нет. Просто в этом случае предполагается, что глаз, смотрящий через окуляр, видит предмет не на некоем конечном расстоянии (как в первом варианте, где после окуляра есть изображение на конечном расстоянии от него), а, очевидно, в бесконечности, коль скоро от предмета идет параллельный пучок. Гипотетически изображение можно представить бесконечно далеко. В рамках этой модели говорить о линейном увеличении, конечно, нельзя, оно бесконечно (изображение в бесконечности получится бесконечного же линейного размера) — в рамках этой модели нужно обсуждать увеличение угловое.

Кстати, о нем. С чем сравнивается угол, под которым изображение рассматривается в окуляр? Понятно — с углом, под которым эта же точка предмета рассматривается невооруженным глазом. Но ведь угол этот зависит от расстояния, на которое рассматриваемый предмет помещен. Понятно, что некое «эталонное» расстояние нужно просто-напросто оговорить, тогда этот угол рассматривания будет в каждом случае вполне определен — отношение высоты предмета к этому самому оговоренному расстоянию (снова предполагается, конечно, что угол мал). Так вот, это расстояние действительно выбрано, и выбрано по соображениям, если можно так выразиться, физиологическим, а именно: это расстояние, при котором предмет, с одной стороны, располагается уже достаточно близко к глазу, с другой стороны — аккомодация, требуемая для этого рассматривания, еще «переносима» (напомним, для рассматривания предмета на любом конечном расстоянии требуется напряжение глазных мышц, искривляющих хрусталик, — аккомодация; расслабленным глазом мы видим бесконечно удаленные предметы). Оговоренное таким образом расстояние (25 см) и есть так называемое расстояние наилучшего видения, с которого и предполагается рассматривание предмета невооруженным глазом.

Что касается телескопа, здесь нужно сделать существенное замечание. Телескоп используется принципиально двояко — для рассматривания планет (объектов «близких») и звезд (существенно более далеких — практически «бесконечно»). Так вот, два эти способа использования телескопа совершенно различны и используют, если можно так выразиться, совершенно разные эффекты. При рассматривании планеты, к примеру Луны, целью является достижение углового увеличения, т.е. рассматривание под большими углами деталей объекта, «увеличение» его; при рассматривании далеких звезд этой цели нет, да она и невыполнима. Цель совершенно иная, а именно — заметить те звезды которые не видны невооруженным глазом. При этом эти новые, лишь в телескопе замеченные звезды, все равно будут точечными, ни о каком «увеличении» речи не идет. Итак, первое использование телескопа понятно, и из соответствующего построения можно найти искомое угловое увеличение (угол, под которым объект рассматривается в окуляр, сравнивается при этом с углом, под которым он рассматривался бы невооруженным глазом). О «расстоянии наилучшего видения» речь, разумеется, здесь не идет, обсуждается рассматривание «бесконечно удаленного объекта», дающего, таким образом, параллельный пучок, но уже под иным углом. Второе использование телескопа — назовем его «фотометрическим» — точечную звезду оставляет точечной, и здесь все требуется обсудить весьма подробно.

Обычно приходится слышать, что все дело в том, что диаметр телескопа гораздо больше диаметра зрачка, вследствие чего улавливается больший световой поток, идущий от звезды и попадающий на хрусталик. Это, безусловно, так, и это ответ на вопрос, почему ночью в телескоп видно те звезды, которых не видно невооруженным глазом. Но это не есть ответ на другой, еще более распространенный вопрос: почему в телескоп видны звезды днем? Невооруженным глазом они не видны, как известно, потому что глаз реагирует на определенную контрастность, которой недостаточно — звезда слишком слабо выделяется своим светом на фоне достаточно яркого неба. Если мы смотрим в телескоп, световой поток от звезды увеличивается во столько раз, во сколько относятся площади объектива и зрачка, но во столько же раз по сравнению с ситуацией невооруженного глаза увеличивается и световой поток от того участка неба, на котором находится звезда. Поэтому, на первый взгляд, ничего измениться бы не должно. Но это не так. Во многих книжках по этому поводу читаем: дело в том, что участок неба — протяженный объект и после увеличения (получается, дело отнюдь не в размерах объектива, а в том, что телескоп дает увеличение) поток от него занимает на сетчатке большую площадь. Задействуется больше светочувствительных элементов (палочки и колбочки — кто помнит). Стало быть, поток, приходяшийся на один такой элемент от участка неба, уменьшается, т.е. каждому светочувствительному элементу сетчатки доля потока от увеличенного участка неба достается меньшая. Изображение же удаленной звезды и после увеличения продолжает занимать, как и до — в случае невооруженного глаза, один светочувствительный элемент, на который по-прежнему приходится весь световой поток от нее. В результате мы получаем тот самый выигрыш в контрастности, который и позволяет в телескоп видеть звезды днем, они проступают на фоне зрительно менее яркого неба.

Эти рассуждения, признаться, вдумчивому ученику непременно покажутся несколько странными по причине их нечастой для нашего предмета «физиологичности» — про светочувствительные элементы сетчатки, попадает на один элемент — не попадает... Кроме того, обратим внимание — эти рассуждения приводят к выводу, что выигрыш в контрастности определяется отношением *фокусных расстояний* объектива и глаза, а отнюдь не *размеров*, т.е., другими словами, несущественно, какой там диаметр у объектива по сравнению с диаметром зрачка, главное — какова оптическая сила. Во всех же книжках — причем тех же самых — говорится, что все дело как раз в соотношении *диаметров*, а фокусные расстояния соответственно объектива и хрусталика не фигурируют вообще (так что можно, в принципе, представить себе безлинзовый телескоп — линзы нет вовсе, главное — было бы входное отверстие его велико в сравнении со зрачком!).

Рассуждения, приводящие именно к такому выводу и вдобавок не вынуждающие вообще касаться палочек и колбочек (*Асламазов*), строятся на том, что изображение звезды — *дифракционное пятно*, все дело в этом! Пятно диаметром порядка $\lambda F/d$ (вывод понятен: находится угол на первый дифракционный минимум, пучок от звезды параллельный, стало быть, изображение — в фокальной плоскости) и, соответственно, площадью, пропорциональной $(\lambda F/d)^2$. А площадь изображения участка неба пропорциональна F^2 (размер изображения пропорционален F: результат решения «лобовой» задачи, где нужно выразить h' через размер предмета, расстояние его до линзы и ее фокус). Световой поток в обоих случаях пропорционален размеру линзы d^2. Итак, для освещенности, которая есть отношение потока света к площади изображения, получаем (пусть сначала смотрим невооруженным глазом):

$$E_{\text{фона}} \sim d^2/F^2;$$

$$E_{\text{зв}} \sim d^2/(\lambda^2 F^2/d^2) \sim d^4/(\lambda^2 F^2).$$

Контрастность: $E_{\text{зв}}/E_{\text{фона}} \sim (d^4/(\lambda^2 F^2))/(d^2/F^2) \sim d^2/\lambda^2$.

Фокусное расстояние действительно роли не играет! Для объектива телескопа — точно те же выкладки, что и для глаза. В итоге отношение контрастностей действительно D^2/d^2, как и написано в книжках.

Мы постарались прокомментировать этот вопрос, не углубляясь в фотометрию, т.е., не вводя строго все эти освещенности, яркости и силы света, что, на наш взгляд, лучше всего и проделать на уроке. Если, конечно, вы в принципе решили тратить время на их просвещение в этом вопросе. Понимать принцип работы телескопа, несомненно, полезно, но надо помнить — вопрос все равно «повиснет», не понадобится нигде! Посему и пропустить — безопасно и безболезненно для всего остального совершенно.

Нам остался вопрос, за рамки геометрической оптики выходящий, но для нас — притом, что геометрическая оптика в нашей логике рассматривалась как предельный частный случай, — логичный. Это вопрос о пределе разрешающей способности рассмотренных оптических приборов, т.е., по сути, о пределах их использования. Совершенно понятно, что предел этот обусловлен волновой природой света, неизбежно приводящей к дифракции. В ситуациях, когда игнорировать дифракцию невозможно, мы и получаем отклонения от тех предсказаний геометрической оптики, которые в рамках этого метода делались в отношении оптических приборов. Так, в микроскоп принципиально невозможно рассмотреть предмет, сравнимый по порядку величины с длиной волны. Мы говорили о том, что в случае, когда $l \sim \lambda$ (преградой здесь является, как понятно, объектив), наш параметр $\lambda L/d^2$, являющийся характерным для вопроса о применимости геометрической оптики, быть много меньше единицы не может, т.е. в отношении предмета, сравнимого с длиной волны, говорить о формировании четкого изображения невозможно. В телескопе волновая природа света также проявляется и речь, разумеется, также идет о дифракции. Получая изображение звезды, мы получаем его, как опять же упоминалось, в виде дифракционной картины — центрального максимума, окруженного системой колец. Это обстоятельство приводит, в конце концов, к тому, что в какой-то момент мы не сможем понять из данной картины, две или одну звезду мы наблюдаем, т.е. мы не сможем их «разрешить». Считается, что мы наблюдаем две, и они еще различимы, если центральный максимум изображения первой приходится на первый минимум (первое темное кольцо) изображения второй. Если «ближе», принципиально не ясно, сколько звезд мы видим. Причиной конечной разрешающей способности телескопа (точную формулу про $1{,}22\,\lambda/D$ выводить, разумеется, не будем) снова, как видим, оказывается дифракция.

Проблемы эти, разумеется, принципиально неустранимы, ибо мы бессильны сделать единственное, что их бы устранило, а именно — уменьшить до бесконечно малой длину волны видимого света. А по указанной причине ученик уже после этого момента должен осознавать совершенно ясно: мы никогда не увидим в оптический микроскоп, к примеру, атомы или электроны. И дело здесь исключительно в том, что видимый свет — волна с конечной длиной, а отнюдь не в том, как думает, увы, большинство выпускников, что такой хороший микроскоп все никак не соберутся сделать. Отсюда, кстати, ясна ценность броуновской частицы, застрявшей где-то посередине «макромира» и «микромира». Она движется хаотически, и движение это есть отображение аналогичного движения молекул, она уже «дергается» от нескомпенсированности ударов молекул с разных сторон, «малый перевес» у молекул все еще может ее сдвинуть, но, с другой стороны, ее при этом все еще видно в оптический микроскоп. И еще о дифракции, причем новелла, возможная лишь после того, как и геометрическая оптика уже разобрана (до этого будет не так интересно). Разберите альтернативные варианты глаза. Ну, если уж вы время от времени что-то себе позволяете: скорость света выводили, демон Максвелла объясняли — расскажите про глаз пчелы, для понимания которого самое главное, как выясняется, правильно посчитать производную. Именно такого диаметра и окажется омматидий на самом деле (*Фейнман*), поскольку природа это делает не хуже нас.

Начнем с задач «до линз», с которых и надо бы, как уже говорилось, начать. Хотелось бы отметить задачи на полное внутреннее отражение и, если можно так выразиться, «полное внутреннее отражение наоборот». С первыми все понятно — разбирается ситуация, когда луч *уже не выходит* из более оптически плотной среды в оптически менее плотную. Понятно, что ситуацию можно «обратить», а именно интересоваться «крайним» лучом, который *еще войдет* из менее оптической плотной среды в оптически более плотную. В первом случае луч не выходит, если падает к границе раздела более полого, нежели под углом, равным $\arcsin(1/n)$. Луч под этим углом — самый пологий *падающий* луч, при котором преломленный все еще существует. Рассматривается, если можно так выразиться, предельный *выход* луча. Во втором случае рассматривается предельное *вхождение*. При самом предельном падении, которое только можно себе представить ($\alpha = \pi/2$), луч, оказавшийся в более плотной оптической среде, пойдет под углом, как понятно, опять же равным $\arcsin(1/n)$. И более пологого луча в этой более оптически плотной среде мы получить не сможем — это самый пологий *преломленный* луч, который существует. К этой второй ситуации приводит задача об облучении, к примеру, торца стеклянного цилиндра рассеянным светом, т.е. светом, в котором присутствуют лучи всех направлений, где спрашивается, из какой области боковой поверхности будут выходить лучи. Понятно, что нас будет интересовать самый пологий луч, существующий в стекле, — это луч, получившийся от преломления *вошедшего предельно*, т.е. до преломления практически скользящего по поверхности торца, никакого более пологого луча в цилиндре добиться невозможно — отсюда понятно, как отыскивается область выхода преломленного света из боковой поверхности.

Следующий вопрос, заслуживающий комментариев, — малые углы. Если в задаче сказано, что угол мал, — это совершенно однозначное указание на то, что синусы должны быть заменены самими углами и в этом виде использоваться в законах; никаких синусов в решении не должно возникать *с самого начала*. В связи с этими задачами и нужно получить формулу, весьма и весьма полезную в дальнейшем, а именно — для угла отклонения призмой с малым углом α при вершине и показателем преломления n, а именно: $\theta = \alpha(n - 1)$.

Рисунки во всех задачах совершенно необходимы, поскольку многие соотношения записываются исключительно из геометрических соображений, вытекающих из конкретного построения. И еще раз скажем, что задач этих нужно решить много, прежде чем переходить к линзам.

Линзы. Здесь, как это ни дико, быть может, звучит, построение либо обязательно, либо нет, — зависит от характера задачи. Основных формул две: тонкой линзы и линейного увеличения. В отдельных случаях требуется воспоминание о формуле, связывающей оптическую линзу с радиусами поверхностей и показателями преломления, придется задействовать и ее, и даже не всегда просто задействовать. В отдельных — сложных — случаях ее придется выводить, попутно внося в этот вывод требуемые вариации, т.е. придется вывести иные формулы для оптической силы, отличные от канонической. Имеются в виду случаи, когда, например, есть различные среды по разные стороны линзы. Нужно, повторимся, воспроизвести обычный вывод (желательно наипростейший, с использованием формулы $\theta = \alpha(n - 1)$), введя требуемые изменения (они, кстати, скажутся уже на приведенной формуле про отклонение луча). Если говорить об упомянутой ситуации, можно заметить, что выводы наши покажут различие оптических сил данной линзы в зависимости от того, из первой среды луч через линзу переходит во вторую или наоборот, т.е. фокусы этой линзы будут расположены несимметрично. Симметрия в расположении фокусов почему-то связывается учениками с принципом обратимости световых лучей, который этого отнюдь не требует. Симметрия эта всегда имеет место, в чем можно убедиться, проделав выкладки, о которых шла речь, во всех случаях, когда справа и слева от линзы одна среда, т.е. имеется один и тот же показатель преломления. В противном же случае фокусы асимметричны.

Возвращаясь к двум наиболее распространенным формулам, с которых начали, еще раз отметим, что всякий, берущийся за задачу, должен принять для себя решение, будет ли он считать фокусное расстояние величиной со знаком, либо будет считать его величиной положительной и ставить знак сам в зависимости от вида линзы. Мы, как уже говорилось, будем ставить знак сами. И оптическая сила у нас будет выражаться по определению через фокусное расстояние по формуле $D = \pm 1/F$. Как понятно, то же самое нужно решить, вообще говоря, и про все остальные величины, а именно d и d'. Мы, естественно, поступим аналогично, расставляя знаки перед соответствующими дробями самостоятельно: «плюс» — если изображение или предмет действительные, «минус» — если мнимые. В случае центрированной системы из двух линз готовой формулой про сложение (с учетом знаков) оптических сил можно будет воспользоваться, только если линзы поставлены *вплотную*. В противном случае требуются выкладки, повторяющие, по сути, вывод этой теоремы, но учитывающие отличие, а именно то, что между линзами существует расстояние. Далее ясно: если изображение, даваемое первой линзой, является предметом для второй, то d_2 (расстояние от предмета *второй* линзы до нее) будет равно ($l - d'$), где d' — расстояние от *первой* линзы до изображения (которое предмет для второй), а l — расстояние между линзами. Построением можно показать, что формула верна как в случае $l > d'$ (изображение первой линзы — между линзами, для второй линзы имеет место действительный предмет), так и в случае $l < d'$ (изображение, даваемое первой, находится за второй, предмет для второй, таким образом, является мнимым). Ясно, что при $l = 0$ (линзы вплотную) мы получим теорему, с которой начали. Если в какой-то задаче мы получим какое-нибудь d' отрицательным, интерпретируется это очевидно: мы по умолчанию предполагали изображение действительным, тогда как в ходе решения выяснилось, что оно мнимое. Все это совершенно идентично этой же проблеме в механических задачах, когда в ответе мы вдруг получали некую скорость или ускорение отрицательными.

Теперь о второй формуле. Как правило, линейное увеличение β, когда оно дано, требуется в решении непременно, но важно нам при этом не то, что это h'/h, а то, что это d'/d. А потому не возбраняется в ряде случае писать это сразу, т.е. сразу записывать d' как βd, минуя все промежуточные выкладки, сказанные раз и навсегда, когда выводилась эта формула. В конце, после опять же не просто большого, а огромного числа задач, решенных здесь, можно уделить время некоторой экзотике, а именно — разобрать, к примеру, каким образом в задачах фигурируют очки. Модель ясна: очки и глаз представляют собой центрированную оптическую систему из двух линз, расположенных вплотную. Дальний предел аккомодации у нормального глаза — бесконечность, ближний — «расстояние наилучшего видения». Разберем патологию (если учитель не будет показывать на ученика в очках пальцем «в качестве примера», никто не «напряжется»). Итак, если хрусталик преломляет избыточно, то параллельный пучок сходится у ненапряженного глаза не на сетчатке, как должно быть (ненапряженным глазом рассматриваются бесконечно удаленные предметы), а ближе. То есть человек должен растягивать хрусталик, чтобы видеть удаленные предметы, хорошо он видит лишь вблизи — и это близорукость. Если же преломляющее действие хрусталика недостаточно, параллельный пучок при ненапряженном глазе сходится дальше сетчатки, т.е. ближние предметы, преломлять лучи от которых нужно сильно, видятся плохо, лучше только удаленные, — это дальнозоркость. Самая распространенная задача здесь — найти, какие очки требуется прописать человеку с нарушенным зрением, дабы восстановить нормальные значения дальнего и ближнего пределов аккомодации (в ряде случаев, понятно, очки должны быть бифокальными: верхняя часть — «для дали», нижняя — «для близи», оптические силы частей и требуется при этом рассчитать).

И наконец, последнее. Необходимый возврат после прохождения геометрической оптики к интерференции и дифракции. Ну, с дифракцией, в общем, все ясно — мы в свое время ограничились подробным рассмотрением только главных максимумов, даваемых решеткой. Теперь совершенно понятно место и роль собирающей линзы, того, почему экран должен располагаться в ее фокальной плоскости и почему центр дифракционной картины находится на ее главной оптической оси. Естественно, вся схема реализуется точь-в-точь, когда мы смотрим через дифракционную решетку на источник света, линзой является при этом хрусталик, экраном — сетчатка (можно и решеткой-то обойтись природной — ресницы).

Больше дел с интерференционными схемами. Самое время повторить: здесь задачи двух типов — интерференция *сферических* волн, т.е. волн от точечных источников, и это всегда в том или ином виде «опыт Юнга как задача», либо интерференция *плоских* волн, т.е. параллельных пучков, — и тогда это всегда, так или иначе, «Сережина формула». В задаче на первый случай проблема одна — найти из геометрической оптики расстояние между изображениями некоего точечного источника, которые и являются теми двумя когерентными, волны от которых накладываются, чем и достигается ситуация опыта Юнга. Во втором случае единственная, по сути, проблема — нахождение угла раствора пучков, фигурирующего в «Сережиной формуле». Найдя искомое, т.е. расстояние между изображениями источника в первом случае и угол раствора пучков — во втором, мы можем (и должны) смело забыть о том, как мы это делали, забыть, таким образом, о геометрической оптике, методами которой мы это все находили, и далее заниматься интерференцией. То есть применением одной из двух указанных типовых формул в зависимости от ситуации, для чего теперь все требуемое уже найдено. Первый случай реализуется, как правило, в бизеркалах и билинзах. Для последних нужно ясно понимать, что если линзу разрезать пополам и половинки раздвинуть, мы получим две линзы. У каждой из них есть своя главная оптическая ось, главные фокусы, фокальные плоскости и вообше все, что есть у линзы. Вообше, любой осколок линзы — это линза в том смысле, что посредством этого осколка мы получим точно то же изображение и точно так же, как и в случае целой линзы. Единственное, оно будет менее ярким, поскольку создано меньшим световым пучком. (Отсюда ясно, как отвечать на все эти распространенные вопросы о том, что будет, если половину линзы закрыть, и т.п.) Поэтому мы, по существу, имеем в случае разрезанной линзы с раздвинутыми половинками просто две линзы со смещенными главными оптическими осями, и каждая из линз дает свое изображение точечного источника. После построения надо как можно скорее забыть про эти линзы и представить себе полученные изображения «отверстиями во второй ширме» — дальше «опыт Юнга как задача» безо всяких вариаций. То, что у нас второй случай — параллельные пучки, обычно выдает то, что в задаче фигурирует точечный источник, помещенный *в фокальной плоскости* разрезанных линз, о которых также надо быстрее забыть, как только единственное искомое, а именно угол раствора пучков, окажется найденным.

Что касается интерференции в тонких пленках, здесь может быть решена задача, в которой фигурирует плоско-выпуклая линза, а именно про кольца Ньютона. Задача формулируется как вопрос о радиусе *n*-го темного кольца и показательна в том смысле, что заставляет вспоминать о необходимости прибавления (вычитания) той самой половины волны. Здесь один луч отражается от оптически более плотной среды (пластины), тогда как другой — от менее (поверхности линзы). Впрочем, эта задача, надо отметить, не требует для своего решения никаких сведений о линзах из геометрической оптики и посему вполне может быть решена и раньше, а именно там, где изучалась интерференция, в частности тонкие пленки, куда она, безусловно, относится.

Ну вот, закончен последний раздел, на который есть *много* задач. Эти задачи идут, как правило, хорошо. В смысле быстро и в смысле, что все неплохо научаются. Если — просим прощения еще и еще раз — их *на самом деле* решить немало.

На оставшиеся разделы приходится поистине ничтожная доля задач: десяток на фотоэффект, да десяток на атом и ядро. Практически по одному типу задач всюду. Это значит, что любую олимпиаду абитуриент сейчас уже напишет. Должен написать. Но это также означает и то, что закончить все вышеизложенное, все-все, нужно как раз к моменту начала очных туров — приблизительно к концу февраля, вряд ли позже. Именно на это и были нацелены все наши предшествующие усилия, о которых всюду шла речь; именно этому и будет посвящено обобщающее все эти разговоры

отступление 18-е

ЭКОНОМИЯ

Подведем итог. Так на чем же экономим? — охватим единым взором все непростительные ослабления и попущения, позволяющие научить их до «поступательного» и олимпиадного уровня, не имея адекватного этой задаче времени. Напоминаем, наша схема: 2–3–4–4–6 (с 7-го по 11-й). Это, конечно, не «база», но и отнюдь, как поймет каждый, «не предел мечтаний». Итак, в 9–11-х классах, а речь здесь именно и только о них (в 7-м–8-м — «Физика впервые», о ней было), теория объясняется быстро, безо всякой, как правило, «эвристичности» — и сразу в максимально увязанном с задачами виде. И выучивается сразу — и проверяется исключительно как «на два — не два» в каждой письменной работе. Далее — задачи объясняются быстро, для чего первую (первые) решаем «вместе» — демонстрационно, четко предъявляя алгоритм. Тут же даются необходимые комментарии и вычленяются «задачи наизусть», которые в дальнейшем — также «на два — не два». Дальше — самое важное. Оптимальный подбор задач по теме для решения в режиме «задачи на пятерку». Начать с простых. С очень простых. Сложность нарастает плавно и постепенно. Относительно долго держатся задачи пусть и громоздкие, но все еще типовые, совершенно исчерпывающиеся алгоритмом, уверенно решаемые по нему. Вариации нарастают исключительно осторожно. Далее — задачи, могущие интерпретироваться как олимпиадные, однако тоже, естественно, основывающиеся на алгоритме. Предъявление алгоритма и подбор задач играют определяющую роль в том, будет или не будет усвоена тема, смогут или не смогут они решать задачи по ней самостоятельно. Задачи сплошь и рядом решаются до системы. Из тех, что до ответа, — в подавляющем большинстве случаев ответ только «в общем виде». Обращение к числам только там, где на этом так или иначе строится интерпретация получаемого ответа. Никогда ничего не считать в числах «просто так». Ученик никогда не вызывается к доске. Решение победившего (решившего первым) записывает и комментирует учитель. Очень аккуратно и быстро, для чего, собственно, это и делает только он.

Задачи не проверяются по размерности специально, за исключением случаев, когда на соображениях размерности так или иначе базируется решение. При записывании решения не пишутся лишние строчки, то есть не необходимые, ненужные для последующих алгебраических выкладок, приводящих к ответу. К примеру, в механических задачах не пишутся векторные строчки, за исключением тех случаев, когда решение исключительно «векторное» (да и в этих задачах важен в результате оказывается рисунок, а снова не они!). Рисунки делаются в тех задачах (их, правда, подавляющее большинство), где это нужно (пусть и не необходимо) для решения. Делаются они ручкой и от руки, безо всяких циркулей и линеек, но при этом аккуратно (что на клеточной бумаге в принципе несложно). Очень важна, кстати, для усвоения аккуратность рисунков, выполненных на доске, — едва ли не основная причина того, что лучше это ученикам не передоверять никогда. Все должно делаться быстро и аккуратно одновременно. Важнейшим фактором является темп на уроке. Речь в данном случае не о дисциплине, о ней и говорить нечего (хотя, несмотря на это, многократно говорилось): ее нет — нет ничего. Сейчас речь именно о *темпе*. Он не должен быть выверен по самому «медленному» ученику. И дело не только и не столько в том, что вы ничего не успеете, дело в том, что большинство класса уснет или, как минимум, «выпадет». Если проблем с дисциплиной у учителя нет — ничего особенного, конечно, не произойдет, это самое большинство будет просто сидеть. Тихо-тихо. Никому не мешая. Совершенно «выключенным», как принято выражаться, «из урока», поскольку медленный темп вынести трудно, как исключительно трудно принудительно медленно идти. Если действовать не так — выпадут медлительные. Возможно. Но, во-первых, не все. Во-вторых, существуют дополнительные. Они ведь не только для проболевших, они, в принципе — для неусвоивших. А так «неусвоившими» окажутся все остальные. Боже упаси, мы отнюдь не призываем от кого бы то ни было отмахнуться, ни в коем случае. Всех обязательно надо добросовестнейшим образом учить и доучивать — мы всего лишь о непременном сохранении эффективной рабочей обстановки *на уроке*. Мы даже не призываем ориентироваться в выборе темпа на самого сильного. Режим «задач на пятерку» как будто бы устанавливает подобное положение вещей, но это не так. В ряде случаев можно дождаться — тоже на «пятерку» — и второго решившего, и третьего, и обнародовать решение только после этого. Кроме того, вещь, зависящая от учителя и определяемая только им, — темп *при разборе решения*, объяснения и комментарии. Ни в коем случае не следует делать это бегло и кое-как. Здесь, возможно, лучше даже перестараться; объяснение должно выглядеть внятным и весьма подробным, задевающим и проясняющим практически каждый нюанс. Короче говоря, мы в очередной раз пришли к «общему месту», чему, как и всему предыдущему, каждого читателя учили в désинституте: на уроке нужно ориентироваться на *среднего*.

Это можно сделать при выборе, к примеру, темпа, но, увы, не в наших силах это сделать в вопросе выбора *сложности задач*. Эта планка задается извне. Что понятно: поступление мыслится как результат для «сильных», тогда как учат — всех. Так как поступить тоже желательно всем, а отнюдь не самым сильным, дополнительные занятия неизбежны, в чем никакой катастрофы мы не видим. И мы плавно переходим ко второй половине дня, также имеющей непосредственное отношение к нашему настоящему вопросу — экономии. Ничто так не экономит время на уроке, как реально выполняемые домашние задания. Именно они обеспечивают благотворную перманентность присутствия ученика в предмете или, если угодно, предмета в голове ученика. Чтобы домашние задания были «всамделишными» и реально выполнялись, их нужно совершенно «всамделишно» проверять. И лучше это делать — хотя бы первично — в присутствии ученика. В начале дополнительных, как это и было описано выше. И немедленно исправлять недоработки и устранять непонимание. Нужно переписывать «проваленные» работы *обязательно*. Все эти вещи, выпадающие на вторую половину, есть, безусловно, способ экономии, ибо в противном случае все это придется как-то умещать в урок, что, разумеется, совершенно невозможно. В русле сказанного, а отнюдь ни в каком не «карательном» смысле должна восприниматься пресловутая «группа постоянного реагирования» (собственно, учениками она именно так — правильно — и воспринимается). Минимально к теме экономии относятся факультативы. О необходимости их было сказано много, но сейчас у нас другая тема, не будем отвлекаться.

Безжалостно сокращаются (или даже в каких-то случаях — редких — исключаются) вопросы, в программу входящие обзорно. То есть без подробностей и, главное, задач. «Не надо пытаться быть святее Папы», как говорят католики. Все на заре туманной юности доказывали, что вольт-амперная характеристика газоразрядной трубки сначала линейна, затем — насыщение; доказательство, помнится, занимало урок. Зачем?

Качественно сие понятно и так, а задач на это в школе нет. Да, смысл был: показать, что у нас не природоведение, что качественные соображения — полуфабрикат, что язык, на котором только и беседует природа — таки математика. И любая мелочь в нашем предмете непременно математична. Это все так — но время, время! Не надо. Мы, помнится, с этого «не надо» начинали. Увы, заканчиваем им же.

Не надо экономить на задачах. Это экономия *на сути*. На самом существе предмета. Не надо, разумеется, экономить на всевозможных подготовках: как к олимпиадам, так и — тем более — к экзамену (неважно, в какой форме он нынче утвержден). Ученики не глупы, они тоже уловят ваши акценты. И если акценты правильные, не надо будет долго и занудно объяснять на словах, «как важно важное» — они просто будут это чувствовать.

И последнее. Поверьте, им, кроме всего прочего, будет приятно, что вы не педант. Что вас интересует *суть*, а именно: знают они ваш предмет или не знают, научены или не научены, умеют они решать задачи или по-прежнему боятся их. Они поймут, что вас интересует *это*, а не то, чтобы рисунок непременно по линейке и с циркулем. И непременно карандашом. И поля. И число. И прочая ерунда, без которой можно обойтись, тем более что она отвлекает. Отвлекает — и в этом самое дурное — от собственно *смысла* всех телодвижений. Они этого не хотят, сопротивляются этому. им это кажется глупым — и правильно. Они правы. Не отвлекайтесь.

НА ДОСКЕ

листы № 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157.

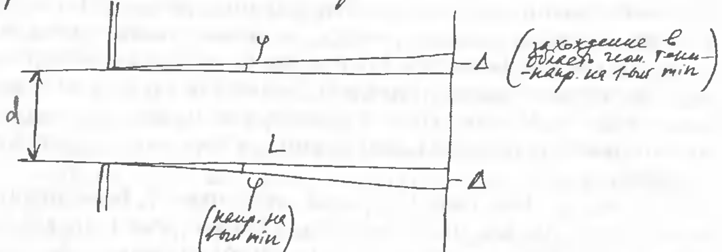
РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 4.1.1, 4.1.2, 4.1.5, 4.1.6, 4.1.7, 4.1.8, 4.1.9, 4.1.10, 4.1.11, 4.1.12, 4.1.14, 4.1.15, 4.1.16, 4.119, 4.1.22, 4.1.23, 4.124, 4.1.25, 4.1.28, 4.1.29, 4.1.30, 4.1.31, 4.1.35, 4.1.36, 4.1.39, 4.1.41, 4.1.42, 4.1.43, 4.1.44, 4.1. 45, 4.1.48, 4.1.49, 4.1. 50, 4.1.51, 4.1.52, 4.1.53, 4.1.57, 4.1.59, 4.1.60, 4.1.65, 4.1.66, 4.1.67, 4.1.68, 4.1.69, 4.1.70 (ВМК).

«САВЧЕНКО»

№ 13.2.10, 13.2.20, 13.3.16.

Приближение геометрической оптики



$$\Delta \sim L\varphi; \quad \varphi \sim \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \Delta \sim \frac{\lambda L}{d}$$

Дифракция выражена	Геометрическая оптика
$\Delta \approx d$	$\Delta \ll d$
$\frac{\lambda L}{d} \approx d$, т. е.	$\frac{\lambda L}{d} \ll d$, т. е.
$\frac{\lambda L}{d^2} \approx 1$ — критерий —	$\frac{\lambda L}{d^2} \ll 1$

„Соотношение λ и d":

$\lambda \approx d$ —

— $\frac{\lambda L}{d^2} \ll 1$ — невозможно —

— всегда дифракция наблюдаема,

геом. оптика неприменима

$\lambda \ll d$

L велико: $\frac{\lambda L}{d^2} \approx 1$ — дифр. набл.

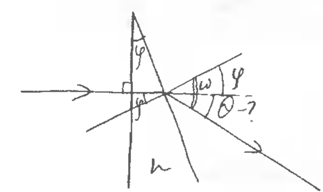
L мало: $\frac{\lambda L}{d^2} \ll 1$ — геом. опт.

Геометрическая оптика

З-ны.

1. Прямолинейного распр. в однор. среде;
2. Отражение ($\alpha = \gamma$);
3. Преломление ($\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$).

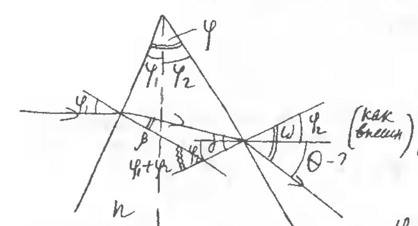
„Малые углы" („Поворот луча")



$$\left.\begin{aligned} \theta &= \omega - \varphi \\ \frac{\varphi}{\omega} &= \frac{1}{n} \end{aligned}\right\}$$

$$\omega = \varphi n$$

$$\theta = \varphi n - \varphi = \underline{\varphi(n-1)}$$



$$\left.\begin{aligned} \frac{\varphi_1}{\beta} &= n \\ \frac{\gamma}{\omega} &= \frac{1}{n} \\ \beta + \gamma &= \varphi_1 + \varphi_2 \\ \theta &= \omega - \varphi_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\beta = \frac{\varphi_1}{n},$$

$$\omega = \gamma n, \quad \gamma = \varphi_1 + \varphi_2 - \beta,$$

$$\theta = \gamma n - \varphi_2 = (\varphi_1 + \varphi_2 - \beta)n - \varphi_2 =$$

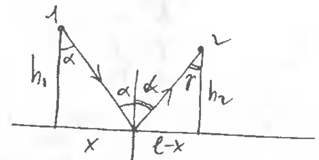
$$= (\varphi_1 + \varphi_2)n - \frac{\varphi_1}{\cancel{n}}\cancel{n} - \varphi_2 =$$

$$= \underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{\varphi}n - \underbrace{(\varphi_1 + \varphi_2)}_{\varphi} = \varphi n - \varphi = \underline{\varphi(n-1)}$$

Принцип Ферма

— минимальное время

1. Закон отражения у пр-па Ферма



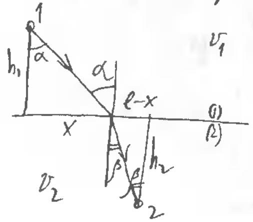
$$t = \frac{\sqrt{x^2+h_1^2}}{v} + \frac{\sqrt{(l-x)^2+h_2^2}}{v}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}\left[\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+h_1^2}} - \frac{\cancel{2}(l-x)}{\cancel{2}\sqrt{(l-x)^2+h_2^2}}\right] = 0$$

$$\sin\alpha - \sin\gamma = 0$$

$$\underline{\alpha = \gamma}$$

2. Закон преломления у пр-па Ферма



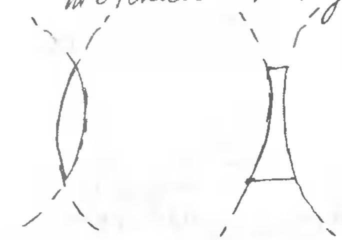
$$t = \frac{\sqrt{x^2+h_1^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(l-x)^2+h^2}}{v_2}$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v_1}\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+h_1^2}} + \frac{1}{v_2}\frac{-\cancel{2}(l-x)}{\cancel{2}\sqrt{(l-x)^2+h_2^2}} = 0$$

$$\frac{x}{v_1\sqrt{x^2+h_1^2}} - \frac{l-x}{v_2\sqrt{(l-x)^2+h_2^2}} = 0$$

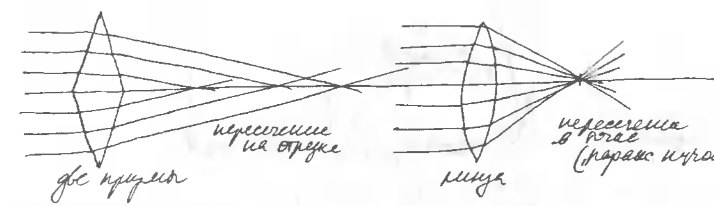
$$\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{\sin\beta}{v_2} \qquad \underline{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{v_1}{v_2}}$$

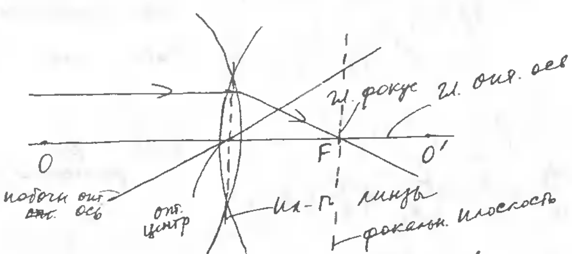
Тонкая линза



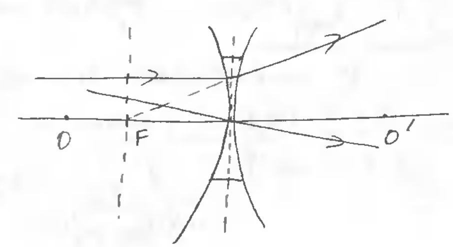
„Прозрачное тело, ограниченное сферическими поверхностями"

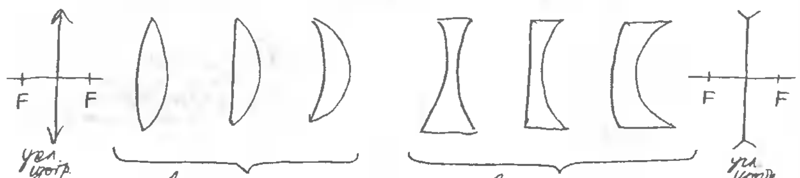
„Преломляющее действие"





Аналогично.

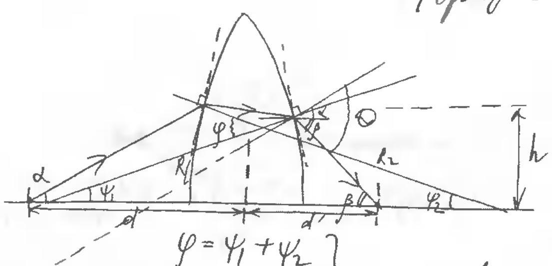




выпуклые
собирающие (при $n > n_{среды}$)

вогнутые
рассеивающие

Формула линзы



$$\left.\begin{array}{l} \varphi = \psi_1 + \psi_2 \\ \theta = \alpha + \beta \\ \theta = \varphi(n-1) \end{array}\right\}$$

при параксиальн- -углы малы

$$\alpha + \beta = (\psi_1 + \psi_2)(n-1)$$

„если h мало — значение не имеет“

$$\frac{h}{d} + \frac{h}{d'} = \left(\frac{h}{R_1} + \frac{h}{R_2}\right)(n-1)$$

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)(n-1)}_{D}$$ — формула линзы

D — оптическая сила линзы

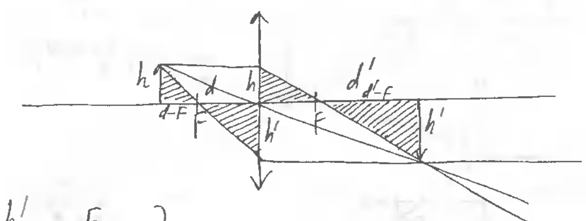
$\frac{1}{D} = F$ — фокусное расстояние

При $d \to \infty$ $\frac{1}{d} \to 0$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{d'} = D$; $d' = \frac{1}{D} = F$ — „фокус“

— параллельный пучок собирается в фокусе.

Итак $$\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{F}$$

Иначе.



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{h'}{h} = \dfrac{F}{d-F} \\ \dfrac{h'}{h} = \dfrac{d'-F}{F} \end{array}\right\}$$

$$\frac{F}{d-F} = \frac{d'-F}{F}$$

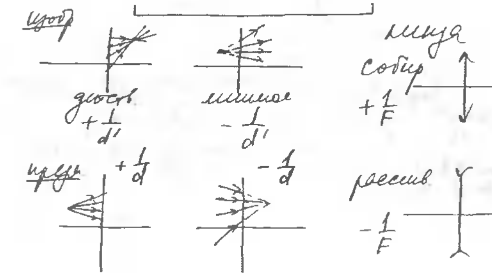
$$\cancel{F^2} = dd' - Fd - Fd' + \cancel{F^2}$$

$Fd + Fd' = dd'$ разделим на Fdd'

$$\frac{1}{d'} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$$

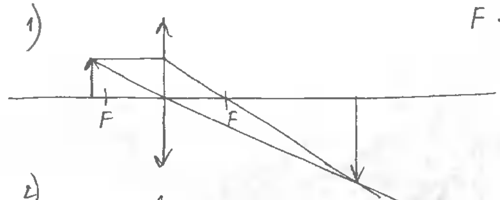
$$\underbrace{\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{F}}\ ; \quad \underbrace{\beta = \frac{h'}{h} = \frac{d'}{d}}$$ — линейное увеличение

„Правило знаков“: $$\underbrace{\pm\frac{1}{d} \pm \frac{1}{d'} = \pm\frac{1}{F}}$$



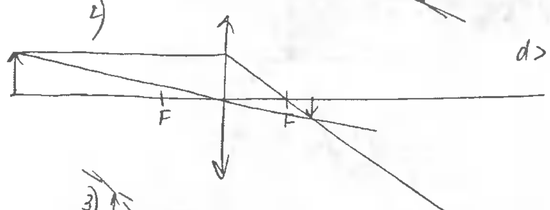
Оптические приборы (одна линза)

1) F < d < 2F



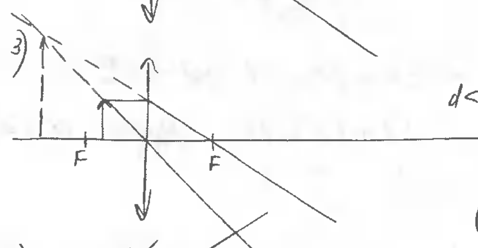
действ.
увелич.
перев.
(„проектор")

2) d > 2F



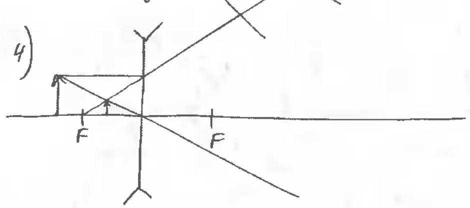
действ.
уменьш.
перев.
(„фотоаппарат,
глаз")

3) d < F



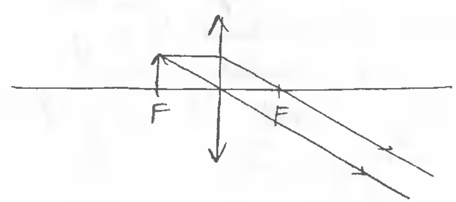
мнимое,
увелич.
прямое
(„лупа")

4)



всегда:
мнимое
уменьш.
прямое

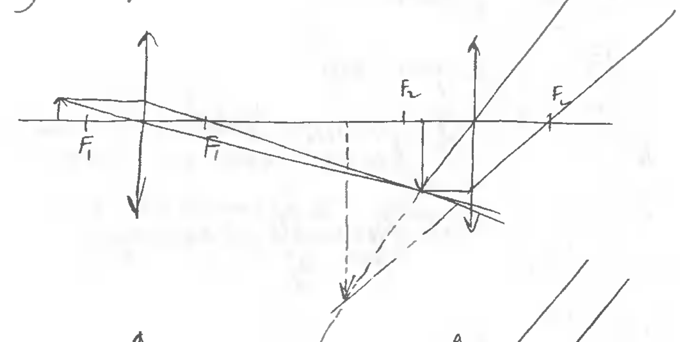
В случае собир. линзы d = F
изобр. нет
(паралл. пучок)

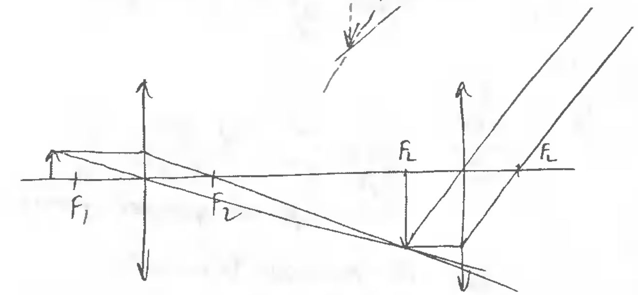


148

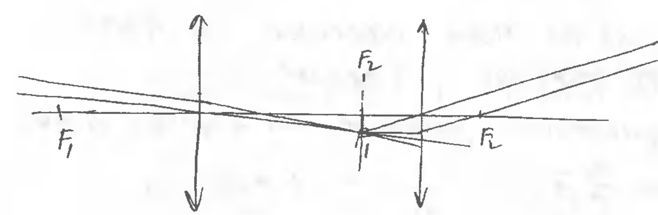
Оптические приборы (две линзы)

1) Микроскоп





2) Телескоп



149

Фотометрическое использование телескопа

$E = \frac{\Phi}{S}$ — освещенность

$\frac{E_\lambda}{E_\phi}$ — „контрастность"

$\Phi_\lambda \sim d^2$ d — диаметр отверстия (линзы)
F — фокусн. расстояние линзы

$\Phi_\phi \sim d^2$ Звезда — дифракц. картина
Центральный максимум диаметром $\frac{\lambda F}{d}$

$S_\lambda \sim \left(\frac{\lambda F}{d}\right)^2$

$S_\phi \sim F^2$

$$\alpha_1 = \frac{E_\lambda}{E_\phi} \sim \frac{\frac{d^2}{\left(\frac{\lambda F}{d}\right)^2}}{\frac{d^2}{F^2}} \sim \frac{d^2}{\frac{\lambda^2 F^2}{d^2}}\,\frac{F^2}{d^2} \sim \frac{d^4 \cancel{F^2}}{\lambda^2 \cancel{F^2} d^2} \sim \frac{d^2}{\lambda^2},$$

(глаз) где d — диаметр зрачка

$\alpha_2 = \frac{D^2}{\lambda^2}$, где D — диаметр объектива
(телескоп) — получается аналогично

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \text{ — „выигрыш в контрастности".}$$

Центрированная система (2 линзы)

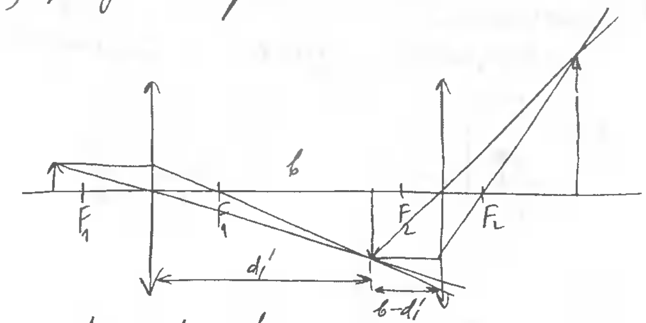
1) Линзы вплотную („Теорема")

Идея: „изображение, даваемое 1-ой — предмет для 2-ой"

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} &= D_1 \\ -\frac{1}{d_1'} + \frac{1}{d_2'} &= D_2 \end{aligned}\right\} \quad \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2'} = \underbrace{D_1 + D_2}_{D} \Rightarrow$$

$$D = \sum_i D_i$$

2) Линзы на расстоянии.

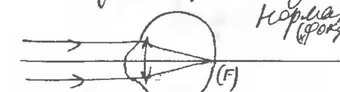


$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'} &= \frac{1}{F_1} \\ \underbrace{\frac{1}{b-d_1'}}_{\text{можно}} + \frac{1}{d_2'} &= \frac{1}{F_2} \end{aligned}\right\}$$

$-\frac{1}{d_1'-b}$ (то же самое)

Глаз. Дефекты зрения. Очки.

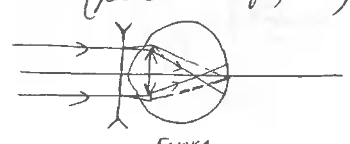
Нормальный глаз (фокус на сетчатке без аккомодации)



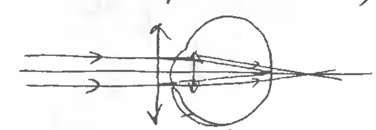
ненапряж. глаз

Близорукость (рассеив. линза, $D<0$)

Дальнозоркость (собирающ. линза, $D>0$)



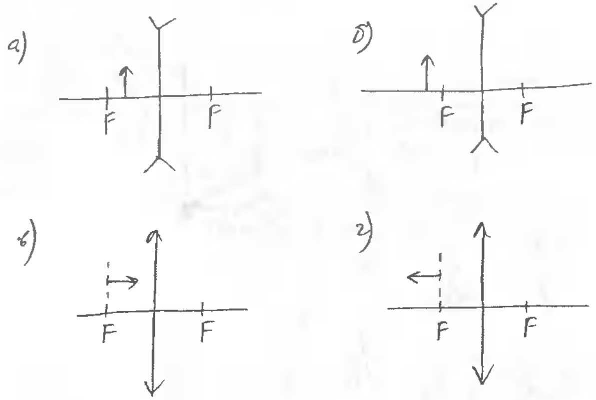
„ближе сетчатки"



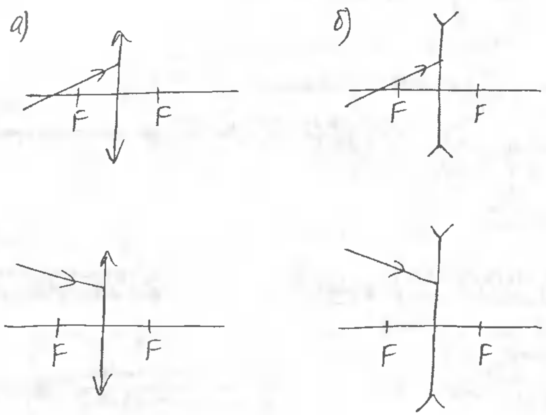
„дальше сетчатки"

Упражнения

1. Построить изображение предмета

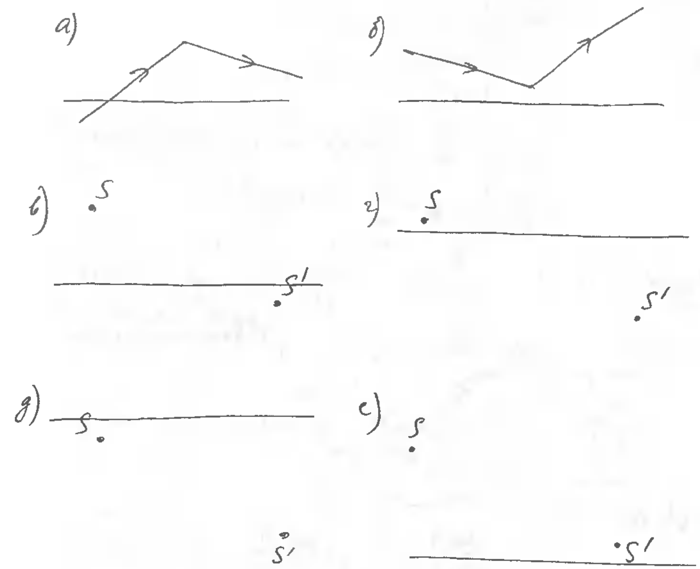


2. Построить дальнейший ход луча.



152

3. Найти построением линзу и оба фокуса.

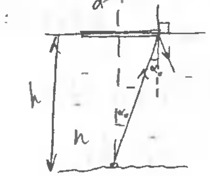


где S – предмет, S′ – изображение

Задача № 1 („Ни один луч не выходит")

Дано: n, h

$d - ?$



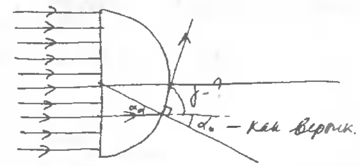
$$\begin{cases} \sin\alpha_0 = \frac{1}{n} & \text{– полное внутр. отражение} \\ \sin\alpha_0 = \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + h^2}} \end{cases}$$

$$\underline{d = \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}}}$$

153

Задача №2. («Максим. угол отклонения»)

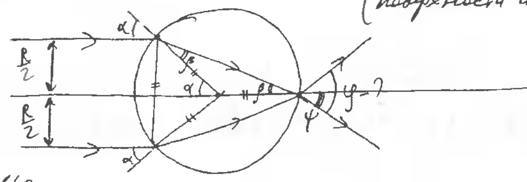
Дано:
n
―――
γ – ?



$\sin\alpha_0 = \frac{1}{n}$ – полн. внутр. отражение

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha_0 = \underline{\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)}$$

Задача №3 («Угол между вышедш. лучами»)
(«лучи сходятся на поверхности шара»)



Дано:
―――
φ – ?

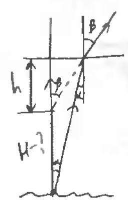
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n\ ; \quad \frac{\sin\beta}{\sin\psi} = \frac{1}{n} \Rightarrow \psi = \alpha$$

$2\alpha = 60°$ – тр-к равносторонний

$$\varphi = 2\psi = 2\alpha = \underline{60°}$$

Задача №4 («Истинная глубина водоёма»)
(«малые углы»)

Дано:
h, n
―――
H – ?



$$\left.\begin{array}{l}\frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{n} \\ h\beta = H\alpha\end{array}\right\}$$

$$h\alpha n = H\alpha$$

$$\underline{H = hn}$$

Задача №5. («Расстояние между предметом и изображением»)

Дано:
F, m
―――
l – ?

m – увеличение

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{F} \\ m = \frac{h'}{h} = \frac{d'}{d} \\ l = d + d'\end{array}\right\}$$

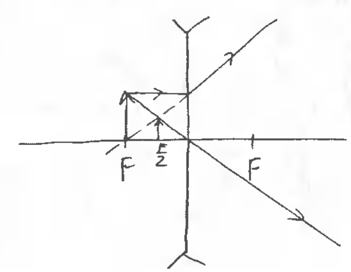
$$\underline{l = \frac{F(m+1)^2}{m}}$$

Задача №6. («Рассеивающая линза»)

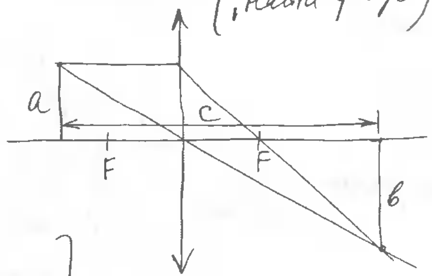
Дано:
$F,\ \frac{d}{d'} = 2$
―――
d' – ?

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{d} - \frac{1}{d'} = -\frac{1}{F} \\ d = 2d'\end{array}\right\}$$

$$\underline{d' = \frac{F}{2}} \qquad \underline{\left(d = F\ ;\ \frac{h'}{h} = \frac{1}{2}\right)}$$



Задача № 7 („Найти фокус")



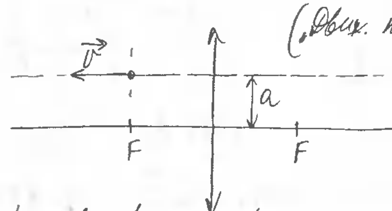
Дано:
a, b, c

$F - ?$

$$\left.\begin{aligned}\frac{a}{b} &= \frac{d}{d'}\\ \frac{1}{d}+\frac{1}{d'} &= \frac{1}{F}\\ d+d' &= c\end{aligned}\right\}$$

$$\underline{F = \frac{abc}{(a+b)^2}}$$

Задача № 8 („Движ. предмет")



Дано:
F, v, a

$x(t) - ?$
$y(t) - ?$

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{d}+\frac{1}{d'} &= \frac{1}{F}\\ \frac{h'}{h} &= \frac{d'}{d}\\ d &= F+vt\end{aligned}\right\}$$

$$\frac{1}{F+vt}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{F}$$

$$\underline{d' = F + \frac{F^2}{vt}} \quad (x(t))$$

$$\frac{h'}{a} = \frac{d'}{F+vt}, \quad \underline{h' = \frac{Fa}{vt}} \quad (y(t))$$

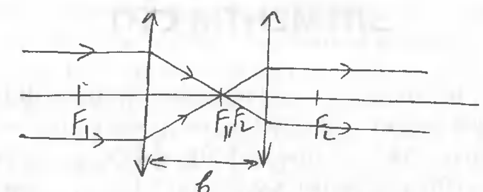
Задача № 9. („Параллельный пучок остается параллельным")

Дано:
F_1, F_2

$b - ?$

$$\left.\begin{aligned}\cancel{\frac{1}{d_1}}^{\to 0} + \frac{1}{d_1'} &= \frac{1}{F_1}\\ \frac{1}{b-d_1'} + \cancel{\frac{1}{d_2'}}^{\to 0} &= \frac{1}{F_2}\end{aligned}\right\} \quad d_1 \to \infty;\ d_2' \to \infty$$

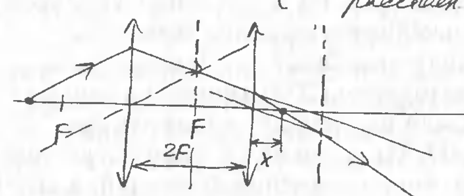
$$b = F_1 + F_2$$



Задача № 10. („Две линзы на расстоян. 2F")

Дано:
F, d

$x - ?$



$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{d}+\frac{1}{d'} &= \frac{1}{F}\\ -\frac{1}{d'-2F}+\frac{1}{x} &= \frac{1}{F}\end{aligned}\right\}$$

$$\underline{x = 2F - d}$$

Раздел VI
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ РАЗДЕЛЫ

По-своему они ужасны. Своею обременительностью. Имеется в виду следующее. Вы практически не отдыхаете, ожидая, когда самые «продвинутые» догадаются наконец до идеи решения. Сладкое время оправданной и заслуженной учительской передышки. Здесь этого не будет, ибо здесь практически нигде нет никаких задач. И стало быть, вы непрерывно рассказываете. И конца и края этому нет...

Глава 1
ЭЛЕМЕНТЫ СТО

В принципе, мы не скажем ничего ужасного, если предположим, что, в общем, все равно, где пройти эту тему, темку, можно сказать. С тем же успехом можно и после фотоэффекта: логическая связка очевидна — фотон движется со скоростью c — так вот, кстати, об этой скорости... Сделаем так же — электромагнитная волна распространяется с c — так вот, о ней. Рокировкой же этой достигается то, что дальнейшее изложение «квантов» — на нашем, разумеется, уровне — просто не будет ничем прерываться.

Итак, изложение СТО разумно, на наш взгляд, сделать двояким. Сначала было бы неплохо изложить проблему, которая привела к созданию СТО, а именно к иному решению известной кинематической задачи о сложении скоростей, а затем изложить само это иное решение — и именно как замкнутую кинематическую задачу. Этим будет достигаться, с одной стороны, понимание предпосылок, с другой стороны — сама теория будет восприниматься адекватно — как суть кинематическая. Что же касается «сухого остатка» — об этом, в принципе, здесь можно не беспокоиться, от школьника на любых испытаниях потребуется исключительно знание постулатов. (Правда, кроме кинематического аспекта есть еще и динамический, приводящий к той самой знаменитой «формуле связи массы и энергии», но об этом позже).

Итак, предпосылки (***Пинский***). Проблема, как известно, кроется в уравнениях Максвелла и заключается в том, что в них присутствует некая константа размерности скорости (имеется в виду, разумеется, СГС, в СИ присутствуют ε_0 и μ_0, а c, как известно, есть $1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$). Это

являлось проблемой, поскольку принцип относительности требует того, чтобы константы не менялись при переходе из одной ИСО в другую (иначе по значению такой константы можно отличить одну ИСО от другой, что, собственно, и запрещается принципом относительности); скорость же, как известно, при переходе из одной СО в другую преобразуется. Кроме того, возникает вопрос: c в уравнениях Максвелла — это скорость в какой ИСО? Очевидно, в некой особой, выделенной («эфир»). Но принцип относительности запрещает существование некой ИСО, выделенной из других, утверждая их принципиальное равноправие. Выходов, понятно, три. Первый (Лоренц): считать верными уравнения Максвелла и преобразование Галилея, но ошибочным принцип относительности, запрещающий изменение вида законов при переходах из одной ИСО в другую. Второй (Герц): верными считать преобразования Галилея и принцип относительности, но ошибочными уравнения Максвелла, содержащие преобразовываемую константу. И наконец, третий (Эйнштейн): считать верными уравнения Максвелла и принцип относительности, а ошибочными преобразования Галилея, вынуждающие изменять константу. Переписать уравнения, как известно, не удалось, обнаружить экспериментально изменение c при переходе к другой ИСО — тоже (опыт Майкельсона). Продуктивным оказался третий путь: оставив уравнения Максвелла незыблемыми и столь же незыблемым принцип относительности, изменить кинематические преобразования, а именно сделать их такими, чтобы, меняя любую скорость при переходе из одной ИСО в другую, конкретно скорость c они бы оставляли неизменной. И вот мы подходим к этой задаче вплотную, причем как к исключительно внутренней задаче кинематики. Действительно, преобразования скоростей выводятся из неких соображений. Преобразование Галилея, в частности, использовало постулат о том, что промежутки времени во всех ИСО одинаковы, т.е. промежуток времени между двумя событиями — инвариант (именно об этом и говорят как о предположении «одинаковости хода часов» во всех ИСО). Последовательный учет этого априорного предположения и приведет нас, как мы знаем из механики, к преобразованиям по Галилею. Заменим же этот постулат на иной, а именно: есть некая скорость c, которая не меняется, т.е. преобразуется в себя же, и заменим прежний постулат про время на этот. Последовательный учет этого, нового постулата приведет нас к новым кинематическим преобразованиям. Кратко — способ (***Яворский***). Во-первых, мы должны несколько переформулировать понятие ИСО: это СО, в которых время однородно (все моменты равноправны), а пространство однородно и изотропно (равноправны все точки и направления). Понятно, что в этом выражена та же идея, что и в законе инерции, выполняющемся как раз в ИСО и лежащем в основе известного нам школьного определения. Предположим, что координата x' и время t' в штрихованной ИСО как-то связаны с x и t в нештрихованной. Первое, что мы заключим, связь эта выражается формулами, которые линейны. В противном случае — видно на рисунке: длина стержня l преобразуется в l' *по-разному*, в зависимости от того, где находится стержень, что невозможно, ибо *в обеих* ИСО пространство однородно. Точно так же промежуток между двумя событиями τ преобразуется в τ' *различно*, в зависимости от того, когда происходили события, что невозможно по причине того, что время однородно *в обеих* ИСО. Итак, преобразование l в l' и τ в τ' должно быть одинаковым везде и всегда, а это, по сути, условие, налагаемое на вид формул преобразования. Далее учтем, что $\Delta x/\Delta t$ есть v — скорость частицы в нештрихованной ИСО, тогда как $\Delta x'/\Delta t'$ — скорость v' в штрихованной. Получим преобразование с некоторыми константами (у нас — вслед за автором — A, B, N, M). Найдем последовательно их все, используя соображения о том, что если частица покоится в штрихованной ИСО, то ее скорость в нештрихованной должна быть равна скорости самой шрихованной (при $v' = 0$ выполняется $v = V$, где V — скорость K' в K); если, наоборот, частица покоится в нештрихованной, то в штрихованной движется с $-V$ (при $v = 0$ выполняется $v' = -V$) (знак проекции везде опускаем для краткости). И наконец, последнее: вместо предположения о том, что $\Delta t' = \Delta t$, введем, как и хотели, иное, а именно требование того, что существует некая «особенная» c, притом что любая другая скорость преобразуется, она — не меняется, т.е. при $v = c$ выполняется $v' = c$. Используя эти соображения, мы выражаем, к примеру, B, N, M через A и после сокращения A получаем искомое преобразование. Это преобразование скорости, альтернативное галилееву, — лоренцево. Разумеется, смысл непреобразуемого инварианта c из наших расхождений никак не получить, как и численное значение ее — и хорошо. Мы рассмотрели получение альтернативного преобразования как внутреннюю задачу кинематики. Ученик должен понимать, что преобразований v в v' мы можем придумать, вообще говоря, сколько угодно в зависимости от постулатов, положенных в основу. Исходя, к примеру, из того, что время инвариантно, получим одно, из того, что есть выделенная скорость, которая не меняется, — иное. И так далее. Другое дело — понимание того, почему именно *этот* постулат был нам важен, почему именно он положен в основу вывода. Это, естественно, уже требует отсылки к электродинамике, с чего мы, собственно, начали. Но выводя *само* преобразование, мы на электродинамику нигде не кивали и слово «свет» не употребили ни разу, а решали чисто кинематическую проблему, что очень важно понимать. Можем убедиться, что полученные формулы действительно именно скорость c оставляют неизменной, — ничего удивительного и, вообще, нового в этом, разумеется, нет, поскольку именно с условием этого и придумывалось преобразование. Но, кроме того, они показывают, что c — самая большая скорость, которая возможна: ни в штрихованной, ни в нештрихованной ИСО нам по полученному преобразованию не удастся получить скорость, бóльшую, нежели она.

Итак, вернемся к «третьему пути». Он базируется, таким образом, на двух постулатах — утверждении о всеобщности принципа относительности и утверждении о верности уравнений Максвелла (преобразование же скорости пришлось поменять). Отсюда понятны — в контексте — так называемые постулаты СТО:

1) принцип относительности;

2) принцип постоянства скорости света.

Во втором постулате речь, по существу, идет о том, что верны уравнения Максвелла, т.е. о том, что существует мировая константа размерностью скорости, — смысл в этом. А уже первый постулат — принцип относительности — немедленно требует инвариантности этой величины как константы. Итак, *выполняется принцип относительности* и *существует мировая константа размерности скорости*. Впрочем, можно и так, как в учебниках: про постоянство скорости света — пусть учат так. Два слова об известной школьной путанице с «принципом относительности Галилея» и «принципом относительности Эйнштейна» говорилось выше: «по-школьному» Галилей — это только про механические явления, Эйнштейн — про всё. Это, конечно, как опять же говорилось, страшно запутывает дело, которое совсем не в этом. Повторимся: так называемый принцип относительности Эйнштейна — просто-напросто и есть *принцип относительности* как таковой, что и сказано ясно в любом учебнике — к сожалению, уже вузовском. Лучше ученикам объяснить про эти «принципы относительности» как есть, а уж воспроизводят пусть «как надо». Это не первый и не последний момент, с которым приходится поступать таким образом.

Вот, собственно, и все, что требуется понимать про «постулаты СТО». В принципе этим можно и ограничиться (собственно, и альтернативное преобразование-то можно было бы не выводить, но тогда бы уже вообще ничего не осталось — одни постулаты и все, что, согласимся, тоже нехорошо, разве что для гуманитарного класса).

Если хотите продвинуться чуть дальше и рассказать что-то еще, вернемся к нашим формулам. Подставив найденные коэффициенты, можно получить формулы перехода x в x' и t в t', а затем, вычислив длину стержня как $x - x_0$ в нештрихованной ИСО и, соответственно, $x' - x_0'$ — в штрихованной, получить преобразование l в l', затем, проделав аналогичное со временем, — преобразование τ в τ'. И опять все безо всякого «света»! Сэкономим на этом и соответствующие формулы выпишем без вывода — получаем, что при измерении длины стержня в ИСО, относительно которой он движется, мы будем получать иное, меньшее значение, нежели в ИСО, относительно которой он покоится («лоренцово сокращение длины»), а промежуток времени между двумя событиями в ИСО, где тело, с которым эти события происходят, движется, будет иным (бóльшим), нежели в ИСО, где тело это покоится и события эти, стало быть, происходят в одной точке («лоренцово замедление времени»).

Итак, приобретя инвариант в виде некой выделенной скорости, мы потеряли инвариантность таких величин, как длина и временной промежуток, — они стали разными при измерении их в разных ИСО. Естественно, тут же нужно сказать, что все полученные нами преобразования переходят в галилеевы в случае малости скоростей в сравнении с c (v^2/c^2 можно пренебречь в сравнении с единицей). Таким образом, мы пользуемся галилеевыми преобразованиями как приближенными, что приемлемо в случае медленных (по сравнению с c) движений. Не надо, однако, говорить, что все релятивистские эффекты имеют место только при больших скоростях, ибо существуют релятивистские эффекты, проявляющиеся при любых. Понятно, эта кинематика СТО «тянет» за собой и динамику — существуют (их несложно вывести, хотя лучше бы сэкономить) формулы для преобразования поперечного и продольного импульсов при переходе из одной ИСО в другую, а затем и поперечной и продольной сил. Воспользуемся ими (*Яворский*). Рассмотрим два неподвижных заряда, например одноименных. Они взаимодействуют (отталкиваются) по Кулону. В ИСО, движущейся относительно первой вправо, они движутся влево с той же самой по модулю скоростью. И сила их отталкивания будет иная — по формуле преобразования поперечной силы. Вместо $qQ/4\pi\varepsilon_0 r^2$ мы получим $qQ\sqrt{1-v^2/c^2}\big/4\pi\varepsilon_0 r^2$ $\left(F'_\perp = F\sqrt{1-v^2/c^2}\right)$. Домножив числитель и знаменатель на релятивистский корень, мы получим эту силу в виде разности двух, а именно $qQ\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 r\sqrt{1-v^2/c^2}\right)$ и $qQv^2\Big/\left(4\pi\varepsilon_0 c^2 v^2\sqrt{1-v^2/c^2}\right)$. Первую силу *по определению* назовем *электрической*, а величину, не зависящую от заряда q как от пробного, т.е. $Q\Big/\left(4\pi\mu_0 r^2\sqrt{4-v^2/c^2}\right)$ — *напряженностью электрического поля* заряда Q. Вторую силу будем *по определению* именовать *магнитной*, в $\varepsilon_0 c^2$ увидим знакомую нам μ_0, и все, независящее от характеристик пробного заряда (от q и v), т.е. величину $Qv\Big/\left(4\pi\mu_0 r^2\sqrt{1-v^2/c^2}\right)$, — будем именовать *индукцией магнитного* поля движущегося заряда Q. И в разности двух сил мы увидим совершенно знакомое $qE - qvB$, второе выражение есть просто известная нам сила Лоренца. Заметим, кстати: магнитная сила, как только и можно было ожидать, появляется исключительно в той ИСО, где заряды являются движущимися; там, где они покоятся, существует только лишь электрическая.

Итак, магнитное взаимодействие есть релятивистский эффект, причем проявляющийся при *любых* скоростях. Как мы убедились, для получения всего магнетизма достаточно знания одного лишь закона Кулона! Единственное — воззрения на пространство и время должны быть для этого не классическими, а релятивистскими. (Можно отдельно, кстати, задуматься о гении Максвелла, придумавшего магнетизм как *отдельную* сущность, но при этом настолько верно, что в его уравнениях не пришлось менять ни буквы после возникновения СТО, следствием которой, по сути, и являются «магнитные» формулы.) Магнитная сила, как можно видеть, мала по сравнению с электрической: их отношение есть v^2/c^2. И лишь когда электрическая сила отсутствует (проводник в целом нейтральный) — магнитная проявляется. Кстати, магнитные силы в нашем примере — притяжения, что и проявляется в известном опыте Ампера с притяжением однонаправленных токов, это именно наш случай.

Не будем долго говорить о том, что изложенный фрагмент, естественно, можно опустить целиком без какого-либо ущерба для чего-либо. И тем не менее это один из вопросов, рассмотрение которого, пусть и прагматически бесполезное, выдает невероятное изящество нашего предмета, столь редко, честно говоря, ощутимое по *школьной* теории. Нас спасают единственно задачи — этого конечно же не отнять! Кстати, о задачах: здесь мы ими заниматься не будем вовсе (если только на факультативе, причем посвященном этому отдельно), тем более, что самые интересные задачи так или иначе эксплуатируют диаграммную технику, учить которой требуется особо. Хотя — опять же исключительно для интереса и без какой-либо меркантильной пользы — про построение диаграмм можно и рассказать. Имеется в виду понятие конуса света, построение мировых линий и т.д. и т.п. Поверьте, воодушевление будет велико, когда они вдруг воочию увидят все те события, которые повлияли вот прямо на них — сидящих здесь и сейчас. И осознают их как свое *прошлое*. И все те, которые повлиять не могли, ибо даже самому быстрому сигналу — не успеть. И осознают их как свое *настоящее*. И наконец, главное. *Будущее*. Для в меру волнующегося и вполне ответственного абитуриента немыслимая эта жизнь должна наступить только с его поступлением (просим прошения за каламбур). До этого момента — жизни нет, одно ожидание. И вдруг он видит это самое свое будущее, все его события разом. Те, на которые он — о счастье! — пока что еще может повлиять...

Диаграммная техника, кстати, весьма продуктивна при рассмотрении задач на различные кажущиеся противоречия, возникающие здесь (так называемые *парадоксы теории относительности*). Почти все из них построены на относительности (а не абсолютности) понятия *одновременности* (события, одновременные в одной ИСО, не одновременны в другой), к примеру парадокс шеста и сарая: исключительно факультативный по своему виду материал, который на уроке можно ну разве что обозначить. Что касается еще более знаменитого парадокса — близнецов, то два слова о нем можно сказать и без построения мировых линий. Речь идет об оспаривании следующих рассуждений. Один из близнецов (Пауль и Петер) который, как известно, улетел в космос и вернулся (допустим, Пауль), будет не моложе и не старше оставленного на Земле брата (Петера). Дело в том, что если для Петера летал Пауль, и время должно течь медленнее для него — он должен вернуться более молодым, то для Пауля ведь летал Петер и, стало быть, он должен оказаться моложе при встрече. Так как ситуация симметрична, единственное, что можно в этом случае заключить, братья будут одного возраста. Ошибочность рассуждения, очевидно, в признании симметричности ситуации. Петер все время находился в одной ИСО и не менял ее, тогда как Пауль, коль скоро была вторая встреча, неизбежно должен был ИСО менять, а именно — пересесть с «улетающей от Земли» ИСО в «летящую к Земле». Таким образом, неверен и вывод, вытекающий из ошибочного впечатления равноправия в положении братьев: более молодым окажется Пауль, но для точного решения придется уже прибегнуть к формулам или — еще лучше — к диаграмме, чего мы делать здесь, понятно, не будем.

И последнее. Два слова об опыте Майкельсона. Совершенно непонятно, честно говоря, где вообще о нем рассказывать: там, где ему самое место, там дорога логика и не хочется ни на что от нее отвлекаться, а потом — вроде поздно. Не рассказывать вообще — вроде как негоже. Короче, интерферометр. Интерференционная картина на полупрозрачной пластинке, разделяющей пучки. Если интерферометр повернуть и если при этом скорость света преобразуется по Галилею — это приведет к тому, что изменятся скорости света в одном и другом плечах интерферометра, — теперь плечи движутся *иначе* по отношению к эфиру, нежели до поворота: продольное плечо стало поперечным, поперечное — продольным (положим, повернули на 90°). И неважно, что мы совершенно не знаем, какое плечо было движущимся относительно эфира вдоль, какое поперек. Главное — при повороте прибора они *поменялись*. Стало быть, в каждом плече скорость света оказалась *другой*. Так как длины плеч при этом не поменялись, изменились времена прохождения светом того и другого плеча (туда–обратно), а стало быть, изменились и фазы прихода световых волн к пластине из одного и другого плеча. А уже изменение фаз при встрече волн, естественно, должно привести к смещению интерференционной картины — сползанию со своих мест максимумов и минимумов. Именно этого-то и не произошло. (Разумеется, можно и это сделать задачей и посчитать, как именно должна была бы измениться картина при повороте конкретно на 90°, но мы, разумеется, этого делать не будем.) Итак, интерферометр повернули, поперечное плечо стало продольным и наоборот, но на интерференционной картине, наблюдаемой на пластинке, это не сказалось никак. Очевидно, скорость света не преобразовывается в зависимости от того, как пускается пучок по отношению к эфиру. Отсюда условное наименование отрицательного результата опыта Майкельсона как «необнаружения “эфирного ветра”» — движения интерферометра относительно эфира (или, что, разумеется, то же самое, эфира относительно интерферометра). В этом, собственно, и заключается крах теории эфира — само это понятие немедленно становится лишенным содержания и, таким образом, избыточным.

Вернемся к основной линии нашего изложения: элементы релятивистской динамики. О преобразовании сил мы уже говорили, запишем, как преобразуются импульс и энергия. Можно, конечно, и вывести. В частности, для энергии просто посчитать работу (*Пинский*) — уже релятивистскую, но это в дальнейшем «повиснет» совершенно. Единственная польза, а это, конечно, польза, — ученик не будет думать, что это «с потолка». Эта мысль, откровенно говоря, так или иначе возникает всегда, когда формула, не являющаяся определением или эмпирическим законом, вдруг предъявляется без вывода. Все так, но беспокоиться не следует: если вы, в принципе, никогда этим не злоупотребляли — это извинится. В конце концов все в школе вывести невозможно, они это тоже хорошо понимают. Кроме того, рискуя впасть в некоторое занудство, повторимся: если ученик много решает задач, у него нет дефицита *аналитического* в предмете и в связи с этим нет ощущения, что предмет «дурацкий», ибо приходится массу всего учить наизусть и места для логики никакого. Если такого «базового» ощущения от физики как предмета нет — проблемы не возникнет. Тем более, чего уж говорить, в оставшемся курсе программы, на излете 11-го класса, как нигде прежде, будет порядочно формул, выводить которые в школе весьма нерационально или же просто невозможно: впереди остались только элементы квантовых представлений, атом и ядро — какие уж там выводы!

Итак, формула для энергии. Здесь-то и нужно показать основное отличие — у покоящегося тела она оказывается не нулевой, а равной тому самому знаменитому mc^2 — энергии покоя. Если тело движется медленно (v^2/c^2 мало), энергия преобразуется к виду $mc^2 + mv^2/2$, что говорит о том, что выражение для кинетической энергии в столь привычном для нее виде $mv^2/2$ годится только в нерелятивистском случае. Далее следует рассмотреть «суперчастицу», состоящую из двух частиц, движущихся как-то, записать, что энергия ее (а ее энергия — это только энергия покоя, ее центр массы в нашей ИСО неподвижен по условию) равна энергиям частей — энергиям покоя их и кинетическим энергиям их движения. Мы получаем, что масса суперчастицы не есть сумма масс частей, что нам, понятно, и потребуется в дальнейшем. Нам, в частности, будет важен случай, когда у частей много больше по модулю потенциальная энергия взаимодействия, нежели кинетическая. Тогда энергия покоя суперчастицы будет суммой энергий покоя частей и потенциальной энергии взаимодействия. То есть масса суперчастицы (разделим все на c^2) будет равна сумме масс частей плюс отрицательная (потенциальная энергия притяжения с нулем, выбранным на бесконечности отрицательная!) величина W_p/c^2. Эта величина по размерности, понятно, масса — так называемый *дефект массы*, то, насколько сумма масс *взаимодействующих* осколков меньше массы частицы, которую они составляют. Все. Оставим пока эти материи — как несложно понять, до ядра и ядерных превращений. Если вы хотите хоть что-то рассказать об идеях, положенных в основу ОТО (ничего детальнее вам не удастся), и в связи с этим, к примеру, о возможных вариантах будущего Вселенной, в принципе, уместно это сделать здесь. Впрочем, можно отнести это и на потом, на «после всего» — что, возможно, будет не менее удачным.

Итак, основные выводы после прохождения элементов СТО: все ИСО равноправны; вся физика во всех ИСО выглядит одинаково; существует скорость, являющаяся мировой константой, и она как мировая константа, разумеется, не преобразуется (т.е. абсолютна). Для того чтобы это было так, пришлось изменить прежние представления о том, что собой представляют пространство и время, а именно: во всех ИСО пространство и время по-прежнему однородны. Только длины и временные промежутки, являвшиеся величинами *абсолютными*, т.е. от СО независящими, стали зависящими от них, т.е. *относительными*. Оговорка (из СТО принципиально не вытекающая): выделенная скорость — это *та самая* константа, которая возникла в уравнениях Максвелла и имеет смысл скорости электромагнитной волны в вакууме — так называемая скорость света. Это самая большая скорость для частицы, как показывают новые преобразования скорости, полученные вместо галилеевых (частным предельным случаем которых галилеевы и являются). Объект, стало быть, описываемый ею, — электромагнитное излучение, в описании

которого и появилась первоначально данная константа. Изменение в кинематике привело и к изменениям в динамических формулах. В частности, подсчет работы, произведенный по-новому, привел к новой формуле для энергии. Энергия эта оказалась ненулевой и для неподвижной частицы (энергия покоя), следствием чего, в частности, явилось то, что если частицы взаимодействуют и/или движутся, то масса большой частицы, которую они при этом составляют, не равна сумме их масс, как это имело место в классической теории.

Всю эту недлинную тему — элементы СТО — «стильно» изложить как раз-таки сухо, без восторгов и особых на ней акцентов (одна из тем физики — не более), давая тем самым усвоить важную вещь: в нашей науке одинаково красиво всё. «Экзотика» по степени изящества совершенно не выделяется из иных разделов, точнее, иные разделы отнюдь не уступают ей. Они уловят этот посыл, вы будете поняты.

Есть ли здесь хоть какие-то задачи? Для школьника, в общем, нет. Он вообще не изучает здесь теорию так, чтобы после этого можно было бы решать задачи. Тогда, если задачи решать все же почему-то очень хочется, и теорию надо излагать иначе: объяснять диаграммную технику — и отрабатывать. Формулировать парадоксы в виде задач, разбирать всю релятивистскую динамику. То, что не на уроке, это точно. Но и на факультативе — вряд ли. Уж больно много, чем можно на нем заняться, кроме этого (в олимпиадах — школьных — этого нет и в помине). Ну, где-то все-таки можно — если уж очень хочется? Конечно. Во-первых, поклонники Тейлора и Уилера могли, вообще говоря, затеять кружок по изучению СТО аж в девятом, когда разного другого материала еще просто не накопилось, и уже тогда разобрать, разорвется ли трос, связывающий одинаково ускоряющиеся ракеты, и затонет ли релятивистская субмарина, причем сделать это во всех мыслимых подробностях. Во-вторых, летом. Да-да, летом. После 10-го. Когда и время пока еще есть, и обстановка подходящая; все же это лучше делать методом некоего «погружения», иначе усвоится вряд ли. Итак,

отступление 19-е

МАТШКОЛА

Про матшколу рассказывать очень долго и, в общем, уместнее не здесь — по этой самой причине. С другой стороны — как не рассказать, не сказать хотя бы пары слов. Основное отличие от матлагеря, как уже говорилось, в том, что проходит она долго — десять дней. Проводят ее исключительно выпускники, в этом смысле она суть продолжение факультативов, их апофеоз. Здесь, как и на факультативах, возможно *научить* — время для этого есть. Поэтому занятия — уже не лекции, это скорее уроки, где есть обсуждение теории и дальше — решение задач. Только вот содержание, в отличие от урока, практически сплошь олимпиадное. Теория, необходимая для олимпиадных задач, и сами олимпиадные задачи. Даже лабораторные, а в матшколе есть и они, там существует практикум, взяты исключительно из экспериментальных туров разных лет. Таким образом, матшкола — это прежде всего подготовка к олимпиадам. Но не только. Это первая и, прямо скажем, основная ее задача, но все же существует и еще одна.

Второй задачей является оспособливание школьников, т.е. будущих студентов, к вузовской физике. Оспособливание в двух смыслах: во-первых, чтобы физические задачи с производной и интегралами их не просто не смутили бы чрезмерно, а вообще не смутили. Чтобы они совершенно спокойно воспринимали их как типовые физические задачи, которыми те в подавляющем большинстве и являются. Просто это задачи, требующие иного математического аппарата, нерешаемые целиком элементарными методами. И всё. Вот ради этого «и всё», т.е. отсутствия какого-либо «потрясения» по этому поводу, их и стоит в каком-то количестве решать. Но не в школе — жалко времени (извиняемся за бесконечные возвраты к одному и тому же), и уже не на факультативах, где желательно все же готовиться к олимпиадам, ни на что больше не отвлекаясь. И во-вторых, уже говорилось о том, что физика как школьный предмет дает, увы, весьма малое и весьма условное представление о занятиях физикой как наукой, т.е. о реальной деятельности физика-профессионала. Хотя бы некоторое углубление в вузовские вопросы хотя бы на ничтожную часть улучшает положение дел. Углубление в какие-либо теоретические дебри (это, конечно, уже именно лекции), конечно, этим «дебрям» слушателей не научат. Решать задачи по соответствующим темам они, конечно, не будут, но вот некое представление о науке — более подробное и, возможно, более адекватное, нежели на уроке, у них появится. Формирование вот этой осведомленности, как показывают многочисленные беседы с самими выпускниками, — вещь важная, подчас весьма важная при выборе факультета. Абитуриент, выбирая вуз (или факультет в университете — мы чаще сталкиваемся со вторым), выбирает — и это ни от кого не секрет — «кота в мешке». Практически «гадает на кофейной гуще». Проблема эта принципиально до конца, разумеется, неустранима, но поправить в этом смысле что-то хотя бы отчасти — реально, и для чего матшкола — самая подходящая возможность. Но матшкола не только уроки, не обычная школа, в которой они только что провели девять месяцев почти без перерывов. К тому же лето.

Естественно, возникает вопрос свободного времени и отдельно — вечерних мероприятий. Основной акцент свободного времени — спорт. Лучше этого еще никто ничего не придумал. И как можно больше. Чем продуктивнее и труднее будут занятия, тем с большим энтузиазмом будут восприниматься спортивные паузы. Лидирует конечно же футбол, хотя и баскетбол, и волейбол, и даже «картошка» с вышибалами тоже есть — куда ж без них. Ну и плавание, разумеется, лето же. Тут огромную роль играет не столько даже выбор места (хотя это фактор наиважнейший), сколько удача в выборе физрука. Это тоже, естественно, выпускник. (Наше везение в этом было обозначено тем, что учащиеся именовали его «тренер».) Так вот, выбор его — дело уж никак не менее, а быть может,

даже и более ответственное, нежели выбор всех лекторов и даже кураторов. Кстати, о кураторах. На детской группе (10 человек) кураторов было двое — один выпускник и один учитель; на них, конечно, ложилась вся организационно-воспитательная часть — короче говоря, это были двое вожатых и требовалось от них ровно то же самое, что от вожатых в обычном пионерском лагере — от подъема до отбоя. (В лагере-то, конечно, тяжелей. Там совершенно неясно, чем занимать целый день и как заполнить это небом проклятое время от уборки палаты до обеда. Дальше проще — тихий час, полдник, кружки, ужин — по накатанной. Но вот от уборки до обеда! Здесь все много проще и к тому же неизмеримо осмысленней — занятия.)

Участие выпускников и даже их главенство — бесценно. Не хочется повторять уже сказанное, и не раз, но в связи с матшколой не вернуться к этому невозможно. Ученики впитывают, как губка (просим прощения за очередной безнадежный трюизм)! Они смотрят на выпускников практически неотрывно. И впитывают. Этот образ, эту ментальность. Этот *стиль*. И они понимают, что они — *звено*. Что было много-много поколений до них. И они, теперешние, если что-то и видят, то — извините за эту вольность — благодаря тому, что стоят «на плечах гигантов». Им это так и представляется. И прекрасно. Уже были те, кто решал без конца задачи, доделывал на истории матан, зубрил «немытую Россию», дабы закрыть двойку «за стихи», волновался, поступал, в общем, жил. И вот теперь — живут они. «И нет ничего нового под солнцем».

Вечернее времяпрепровождение. Оно делится на две части — их можно менять местами. Это опять же спорт (не жарко!) и некое вечернее мероприятие «под крышей». У нас чередовались два — чтение вслух и кино. Кинофильмы отбирались те, которые ученики вряд ли посмотрят сами и которые предполагали определенные комментарии. Комментарии делались непременно — до сеанса, а иногда еще и после. То есть просветительский пафос, сознаемся, у организаторов присутствовал налицо. Что же касается читки вслух, то это тема отдельная, поскольку это, как несложно заметить, вещь, распространенная существенно менее, нежели коллективный просмотр кинофильмов, и поэтому заслуживающая того, чтобы осветить ее отдельно, что мы благополучно и оставили бы до более подходящего случая, кабы не опасались забыть. Поэтому несколько слов сейчас. Как правило, если только у вас это вдруг случайно каким-то чудом не так, у математиков существует устойчивая и, увы, совершенно небезосновательная предубежденность в отношении гуманитарной сферы. Настолько их допекли к старшим классам «ролью пейзажа в романе» и бесконечной сдачей стихов наизусть, что хуже горькой редьки. Поэтому, читая вслух, вам волей-неволей, если вы не хотите загубить мероприятие на корню, от образа их школьного урока литературы нужно дистанцироваться как можно отчетливей. У нас это выражалось в том, что прочитываемые произведения не интерпретировались: чтение заканчивалось, все расходились. Это, безусловно, обусловливало некую интригу: заинтересованные сами (!) подходили и просили комментариев и разъяснений. И вот тут-то читающему необходимо быть во всеоружии. Вне всяких сомнений, произведение должно быть им осмыслено совершенно полноценно, интерпретация выкристаллизована, он должен быть абсолютно готов к этому разговору. Мало того, он конечно же должен его ожидать. И вот здесь важно, чтобы он мог рассказать ученику что-то кроме унылых банальностей, бесконечное «перемывание» которых на гуманитарных уроках уже сформировало ту его прискорбную настороженность, с которой мы начали...

НА ДОСКЕ

листы № 158, 159, 160, 161, 162, 163.

Элементы СТО.

„Проблема" Совмещение с консmанты в уравнениях Максвелла с принципом относительности, требующим ее неизменность во всех ИСО

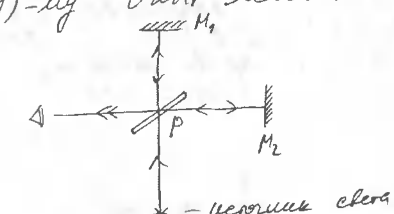
Возможности:

1) Ур-е Максвелла и преобр Галилея верны. Пр-п относительности неверен (Лоренц)

2) Преобр Галилея и пр-и относит верны. Ур-е Максвелла неверны (Герц)

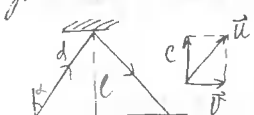
3) Пр-п относит. и ур-е Максвелла верны. Преобразования Галилея неверны (Эйнштейн)

К (1)-му Опыт Майкельсона



Путь света $P-M_2-P$ $\quad t_1=\frac{l}{c+v}+\frac{l}{c-v}$;

Путь света $P-M_1-P$ $\quad t_2=\frac{2d}{u}$



Времена различны. При повороте установки должна смеситься интерференционная картина. „Отрицат результат".

158

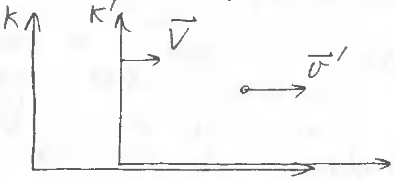
Преобразование скорости.

("одномерн. случай")

"Дано"

V, v

$v' - ?$



1) "Галилей"

$$\Delta x = \Delta x' + V\Delta t$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} + \frac{V\Delta t}{\Delta t}; \quad \Delta t' = \Delta t$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} + \frac{V\Delta t}{\Delta t}$$

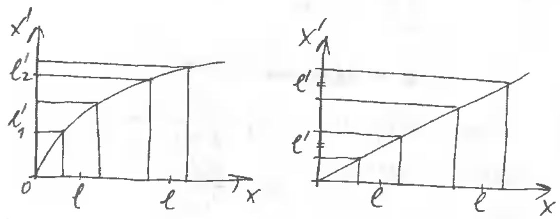
$$\underline{v = v' + V}\ ; \quad \underline{v' = v - V}$$

2) "Лоренц"

$$x' = f(x,t)$$
$$t' = f(x,t)$$

Преобразование линейные, т.к. и в K и в K' время и пр-во однородны (обе — ИСО).

$l'_1 \neq l'_2$



"Не может быть в ИСО"

с t' — аналогично.

Итак: $x' = Ax + Bt$

$t' = Mx + Nt$

$\Delta x' = A\Delta x + B\Delta t$

$\Delta t' = M\Delta x + N\Delta t$

$$v' = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{A\Delta x + B\Delta t}{M\Delta x + N\Delta t} = \frac{A\frac{\Delta x}{\Delta t} + B}{M\frac{\Delta x}{\Delta t} + N} = \underline{\frac{Av + B}{Mv + N}}$$

"Случаи"

1) При $v' = 0$ $\quad v = V$ ("покоится в K'")

$$0 = \frac{AV + B}{MV + N} \Rightarrow \underline{B = -AV}$$

2) При $v = 0$ $\quad v' = -V$ ("покоится в K")

$$-V = \frac{A\cdot 0 + B}{M\cdot 0 + N}; \quad -NV = B; \ N = -\frac{B}{V} = \frac{A\cancel{V}}{\cancel{V}} = A$$

$$\underline{N = A}$$

3) При $v' = c$ $\quad v = c$ ("поездная")

$$c = \frac{Ac + B}{Mc + N}; \quad Mc^2 + \cancel{Nc} = \cancel{Ac} + B$$

$$\underline{M = -\frac{AV}{c^2}}$$

Получим.

$$v' = \frac{Av - AV}{-\frac{AV}{c^2}v + A}; \quad \underline{v' = \frac{v - V}{1 - \frac{vV}{c^2}}} \ - \text{Преобразов. Лоренца}$$

При $\frac{vV}{c^2} \ll 1$ $\quad \underline{v' \approx v - V}$ ("Галилей как предельный случай")

Другие следствия кинематики СТО

1) Относительные временные промежутки

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ τ_0 — промежуток в СО данного тела

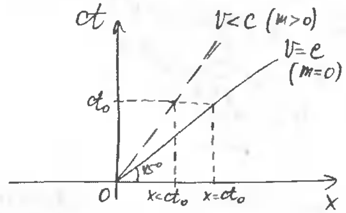
$\tau > \tau_0$ — „кажущееся замедление времени"

2) Относительные пространственные промежутки

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$ l_0 — длина в СО данного тела

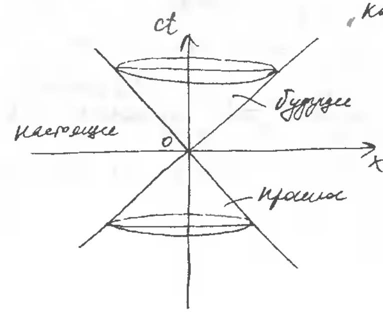
$l < l_0$ — „кажущееся сокращение длины"

„Геометрическая интерпретация"



При $v=c$ $x=ct$
При $v<c$ $x<ct$

„конус света"



161

Элементы релятивистской динамики

1) Импульс $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, при $\vec{v}=0$ $\vec{p}=0$

2) Энергия $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, при $v=0$ $E \neq 0$

$\underbrace{E_0 = mc^2}$ — „энергия покоя"

При $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ („медленное движение")

$\vec{p} \approx m\vec{v}$ (классическое выражение)

$$E = mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx mc^2\left(1-\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{v^2}{c^2}\right) = mc^2\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right) =$$
$$= mc^2 + \frac{mc^2v^2}{2c^2} = mc^2 + \frac{mv^2}{2}; \quad \frac{mv^2}{2} = E_k \text{ — кинет. энергия}$$

Следствие наличия энергии покоя.

„Суперчастица" $M = m_1 + m_2$ — классич. физика

Здесь $E_0 = E_{01} + E_{02} + W_{кин}$ (частицы m_1 и m_2 движутся)

$$Mc^2 = m_1c^2 + m_2c^2 + W_{кин}$$
$$M = m_1 + m_2 + \frac{W_{кин}}{c^2} \quad (M > m_1 + m_2)$$

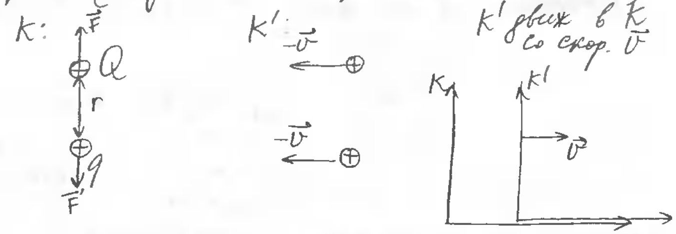
Пусть частицы m_1 и m_2 взаимодействуют и $|W_p| \gg W_{кин}$. Тогда

$$M = m_1 + m_2 + \frac{W_p}{c^2} \quad (M < m_1 + m_2,\ \text{т.к. } W_p < 0)$$
$$m_1 + m_2 - M = \frac{|W_p|}{c^2} = \Delta m \quad (\text{„дефект масс"})$$

$$\underbrace{|W_p| = \Delta m \cdot c^2}$$

162

Магнетизм как релятивистский эффект („следствие СТО при любых скоростях")



Из релятив. динамики $F'_\perp = F_\perp\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ ($F_\perp$ – в K, где зар. покоятся; $F'_\perp$ – в K', где движутся)

$$F = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \text{(з-н Кулона)}$$

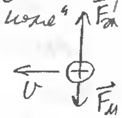
$$F' = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{qQ\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{qQ\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \underbrace{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{"}E'\text{"}} - \underbrace{\frac{qQvv}{4\pi\underbrace{\varepsilon_0 c^2}_{=\frac{1}{\mu_0}} r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}_{\text{"}B'\text{"}}$$

$F' = qE' - qvB'$, где

$$E' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad B' = \frac{\mu_0 Qv}{4\pi r^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \text{ где } \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} = \mu_0$$

„напряж. электр. поля" $\left(E' = \frac{F'_{эл}}{q}\right)$ „индукц. магн. поля" $\left(B' = \frac{F'_{м}}{qv}\right)$



Заметим $\frac{F'_{м}}{F'_{эл}} = \frac{v^2}{c^2}$ Но при скомпенсир. $F_{эл}$ (при $q=0$) остается только $F_{м}$ – „опыт Ампера"

(при $v \ll c \Rightarrow F_{м} \ll F_{эл}$)

163

Глава 2
ФОТОЭФФЕКТ

Начало знакомства с квантовыми представлениями, то, чему придется уделить отдельное внимание, — квантовые свойства излучения. Лучше сразу предупредить учеников о самом главном: явление это — вырывание электронов с поверхности металла под действием света — интересно и столь важно вовсе не электронами, а исключительно тем, что вынуждает иначе взглянуть на то, что есть электромагнитное излучение. Именно обнаружением иных, новых свойств света, заставляющих отчасти пересмотреть вообще представление о том, что это такое, ценен эффект. Об электронах разговоры будут идти исключительно постольку, поскольку здесь это — индикатор, «лакмусовая бумажка»: по тому, как будут вести себя вырываемые электроны, мы и будем судить о свете — единственном, что нас действительно будет интересовать в связи с фотоэффектом. Простейшим иллюстративным опытом, показывающим, о чем, собственно, идет речь, является опыт с отрицательно заряженным электроскопом. При его облучении заряд его уменьшается (стрелка опускается), из чего мы, собственно, и заключаем, что вырываются именно электроны.

Далее — количественные соотношения. Если свет — это классическая волна, некие особенности процесса очевидны. При увеличении интенсивности света, т.е. энергии, падающей на единицу площади в единицу времени, электронов, во-первых, должно вырываться больше, поскольку теперь большему их числу достается необходимая для этого энергия (так называемая работа выхода — энергия, необходимая электрону для того, чтобы улететь от притягивающей его решетки). Во-вторых, вырываемые электроны должны вырываться более быстрыми. Действительно, если энергии «падает» больше, то это приведет не только к тому, что большему числу электронов достанется необходимое для вылета количество ее, но и к тому, что бóльшая порция достанется каждому! Если так, то, понятно, остаток — полученная энергия минус работа выхода — будет больше, а остаток этот и есть кинетическая энергия, оказывающаяся у вылетевшего электрона.

Итак, при увеличении интенсивности падающего света должны, по идее, вырасти как число вылетевших электронов, так и кинетическая энергия каждого вырванного, в частности самых быстрых. Так ли это? Для проверки собирается цепь, сама по себе ничего нового не представляющая, точь-в-точь та, что собиралась нами всякий раз для снятия вольт-амперной характеристики некоего элемента (резистора, диода, электролитической ванны, газоразрядной трубки — «ток в средах»). Собственно, и здесь эта цепь снова нужна нам для снятия вольт-амперной характеристики. Чего же? У нас не что иное, как вакуумный диод — трубка, из которой откачали воздух, с двумя электродами, из одного из которых и происходит эмиссия электронов. Отличие от соответствующего пункта «тока в средах» лишь в том, что сейчас обсуждается не *термоэлектронная* эмиссия, как тогда, а *фотоэмиссия*, т.е. катод не нагревается, для того чтобы началась эмиссия электронов, а облучается светом. Понятно, что мы должны соответствующим образом интерпретировать вольт-амперную характеристику, дабы из нее как-то понять, верны ли наши предположения относительно свойств этого явления. О числе вырванных электронов мы можем судить в вольт-амперной характеристике по такой величине, как ток насыщения. Действительно, это ток, который уже нельзя превысить, увеличивая напряжение между катодом и анодом, ибо для дальнейшего роста тока нужно большее количество носителей! Если возникает ситуация, при которой число электронов, достигающих анода за некоторый промежуток времени, сравнялось с числом электронов, вырываемых за то же время, единственный способ увеличить ток — увеличить эмиссию. При прежней эмиссии возможностей для увеличения тока уже нет — этот предельный при данной эмиссии ток и есть ток насыщения. Поэтому по току насыщения мы и можем следить за числом вырванных электронов — больший ток насыщения будет означать, как говорилось выше, возросшую эмиссию носителей, уменьшившийся — то, что электронов вырывается меньше.

О кинетической же энергии вырываемых электронов можно судить по так называемому задерживающему или запирающему напряжению. Дело в том, что, для того чтобы ток в трубке оказался нулевым, требуется не отсутствие поля — в этом случае некоторые наиболее быстрые из вырванных электронов будут долетать до анода просто по инерции и обусловят некий малый ток, а наличие встречного, тормозящего поля. Понятно, чем быстрее самые быстрые электроны, тем сложнее их затормозить до остановки, пока они не достигли еще анода, тем большее тормозящее поле требуется. Собственно, $mv^2/2$ таких электронов есть не что иное, как eU. Действительно, работа такого поля должна привести к изменению кинетической энергии частицы — от начальной до нуля (остановка), т.е. на величину начальной $mv^2/2$. Эта требуемая работа поля есть eU по определению напряжения. Стало быть, действительно, задерживающее напряжение показывает нам, сколь велика кинетическая энергия вырванных электронов: увеличение задерживающего напряжения в сравнении с прошлым случаем говорит о том, что вырываемые электроны стали более быстрыми, уменьшение — медленными. Итак, мы нашли, по чему в вольт-амперной характеристике мы будем судить об интересующих нас характеристиках самого явления: о числе вырванных электронов — по величине тока насыщения; по величине задерживающего напряжения — о кинетической энергии их.

Теперь вернемся к сделанным нами предсказаниям. Итак, при увеличении интенсивности падающего света должно бы, по идее, увеличиться число вырванных электронов (т.е. в вольт-амперной характеристике должен возрасти ток насыщения), а также — по нашему предположению — должна вырасти кинетическая энергия каждого вырванного, что мы должны «увидеть» по увеличению модуля задерживающего напряжения. Сам вид вольт-амперной характеристики нам хорошо известен — это вольт-амперная характеристика вакуумного диода, она уже (правда, качественно) комментировалась нами. Так вот, графические изменения понятны: «полочка» в новом графике должна лежать выше, чем в прошлом случае, а точка пересечения графика с осью абсцисс должна сдвинуться влево — в область больших задерживающих напряжений.

Проблема начинается с того, что это получается не так, т.е. эти, казалось бы, весьма очевидные предсказания не сбываются. Опыт показывает иное: «полочка» действительно становится выше, нежели в прошлом случае, при облучении светом с меньшей интенсивностью, т.е. вырывается электронов действительно больше. Но вот задерживающее напряжение не меняется никак (точка не смещается влево), что, увы, однозначно говорит о том, что вырванные электроны оказываются отнюдь не более быстрыми при облучении более ярким светом. Это непонятно — ведь возрастает не только число тех, кому досталась необходимая порция энергии, но и сами порции, т.е. то, что дается каждому.

Но это еще не все. Тот же опыт покажет, что электроны будут вырываться более быстрыми (на вольт-амперной характеристике вырастет задерживающее напряжение), если увеличить *частоту* падающего света. Мало того, присутствует, наконец, следующая особенность — если частота падающего света меньше некой определенной для данного металла (*«красная граница»*), вырывание электронов не происходит ни при какой интенсивности света, что также непонятно с волновой точки зрения: при недостаточности порции, полученной каждым электроном, увеличить интенсивность света — это выход. Уже говорилось: при этом увеличится и то, скольким электронам достанется необходимая энергия, и порция, достающаяся каждому! Однако и это не так. Для возобновления эффекта требуется исключительно увеличение частоты. Итак, мы получили некие три положения, описывающие то, что показывает опыт, а именно:

1) при увеличении интенсивности света число вырванных электронов возрастает;

2) энергия вырванных электронов от интенсивности не зависит и возрастает при возрастании частоты падающего света;

3) существует минимальная частота падающего света, при которой электроны еще вырываются, т.е. фотоэффект происходит.

Это так называемые *законы Столетова* — описание эмпирической картины. Проблема — в создании некой модели света, которая непротиворечиво давала бы в качестве следствий именно то, что наблюдается.

Выход, найденный Эйнштейном, зиждется именно на изменении «базовой модели» излучения. Это изменение в том, что свет — не классическая волна, энергия в которой распределена непрерывно. Энергия распределена дискретно, мы имеем поток «дискретных порций» — в этом и состоит «новая модель». Увеличение интенсивности света означает увеличение *числа порций*. Стало быть, действительно, требуемая порция достанется большему числу электронов — их вырвется больше. Но *каждая порция* при этом не увеличится, т.е. электроны, порцию получившие, получили ее не большую и, стало быть, более быстрыми не оказались. Однако для этих выводов нужно отойти от образа света как классической волны и предположить дискретную его структуру — «порции». Рост интенсивности света есть, как сказано, рост их числа, но при этом никак не величины каждой порции. Величина же порции зависит от частоты: с увеличением частоты растет именно сама порция. Мы пришли к идее фотона — дискретной порции, кванта. Энергия его, как было сказано, пропорциональна частоте, коэффициент пропорциональности — некая мировая константа.

Мы получили знаменитую, не менее значимую, нежели mc^2, формулу $E = h\nu$ о связи энергии фотона с его частотой. Формально все сказанное выразится в том, что при записывании энергетического баланса для электрона («получил равно потратил плюс осталось») правая часть («потратил плюс осталось») будет прежний: $A_{\text{вых}} + mv^2/2$. А вот левую, описывающую, какую энергию он получил от света, требуется поменять, и вместо некой величины, пропорциональной интенсивности вида kI, где k — некий коэффициент, сюда требуется поставить угаданную нами на основании опытов энергию порции $h\nu$. И все сразу встанет на свои места. Действительно, порция — левая часть — вырастет только при увеличении частоты. И только в этом случае увеличится то, что получено электроном. И естественно, то, что за вычетом работы выхода «осталось», — его кинетическая энергия. Она действительно будет больше, если увеличится именно частота падающего света. Наконец, если частота меньше некоторой, которую несложно найти, приравняв кинетическую энергию к нулю («вырывание на пределе») и получив $A_{\text{вых}}/h$, фотоэффекта происходить не должно, ибо получаемая электроном порция энергии меньше работы выхода из данного металла, т.е. недостаточна даже для самого вырывания. Наше уравнение показывает, что увеличение интенсивности здесь ничего не решает — интенсивности нигде нет в записи энергии порции (интенсивность, как уже говорилось, число этих порций). Лишь увеличение частоты — по нашей формуле — приведет к увеличению порции, и когда величина порции превысит $A_{\text{вых}}$, электрон сможет вылететь. Итак, объяснено существование «красной границы». «Краснота» ее понятна — это минимальная частота, при которой эффект происходит, стало быть, максимальная длина волны — «красная». Итак, мы получили соотношение, удовлетворяющее законам Столетова.

Повторимся: идея самого соотношения не нова и совершенно банальна — это энергетический баланс электрона, получающего энергию от падающего света и за счет нее вылетающего. Вопрос исключительно в том, в каком виде в этом балансе записана энергия, электроном от света полученная, поскольку это не что иное, как запись энергии, переносимой светом. И вот именно здесь «волновое» выражение kI и заменяется квантовым $h\nu$ — в этом-то (и только в этом) вся новизна. Мы изменили базовую модель того, как поглощается свет: дискретными порциями («фотонами»), где порция может поглотиться или не поглотиться исключительно целиком (в этом дискретность), и величина порции зависит от частоты. Полученное соотношение, т.е. энергетический баланс с соответственно записанной левой частью, есть уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Исключительно подробно требуется обсудить изменение модели, и как благодаря этому мы получили искомое соответствие тому, что наблюдается на опыте.

Изменение представления о свете — самое важное. Свету, оказывается, присущи корпускулярные свойства, т.е. свойства потока частиц, он более не может считаться классической волной. Немедленно возникает вопрос о волновых его свойствах — они бесспорны, поскольку интерференцию, дифракцию и поляризацию «ничто не отменило», а они-то присущи исключительно волнам, и всегда могут трактоваться как доказательство присутствия волнового процесса. Отсюда и тот самый учебниковый вывод о «корпускулярно-волновом дуализме» (двойственности свойств) как фундаментальном свойстве электромагнитного излучения. Стоит сразу заметить, что образ фотона сочинен сразу так, чтобы эту двойственность учитывать. В этом смысле фотон — частица, но не классическая, точно в той же степени, как и не классическая волна. Фотон и есть та самая *частица-волна* — носитель этого нового образа. С одной стороны, он излучается и поглошается исключительно целиком, ему, как мы увидим, можно приписать не только энергию, но и импульс. С другой — ему можно и должно приписать частоту, период и длину волны — все волновые характеристики, посредством которых, к примеру, описывались все упомянутые явления — и интерференция, и дифракция: $E = h\nu = h/T = hc/\lambda$.

Идея о том, что свет проявляет свои корпускулярные свойства исключительно при поглощении (фотоэффект), опровергается тем, что мы вынуждены непременно предположить корпускулярность и при нахождении непротиворечивого описания излучения (проблема *черного тела*) и взаимодействия с веществом в процессе распространения — рассеяние на частицах (*эффект Комптона*). Велик соблазн сказать, что фотон — частица, и только если фотонов много, этому пучку начинают быть присущи некоторые волновые свойства. Это не так — волновые свойства присущи каждому фотону в отдельности: если мы будем пропускать через отверстие в преграде по одному фотону, за длительное время характерная дифракционная картина появится точь-в-точь, как если бы это был пучок. Именно поэтому уже фотон *сам* — «частица-волна», т.е. совершенно новый объект, несводимый ни к классической частице, ни к волне, но проявляющий в той или иной ситуации свойства, присущие и первой, и второй.

Возникает вопрос: сколь подробно рассказывать о проблеме черного тела и об эффекте Комптона, а с проблемы черного тела — не начать ли (как это и имело место исторически)? Вряд ли это целесообразно. Конечно, все равно, на примере чего «ввести» фотон, — фотоэффект для школы просто удобнее, другой причины нет. Про черное тело едва ли удастся рассказать внятно, потому что рассказ этот, по большому счету, просто вывод формулы Планка — не выводить же ее! Или рассеяние — не что иное, как нахождение комптоновского смещения; понятно, что и эту задачу как задачу решать в выпускном классе, да еще ближе к весне, не стоит. Тогда зачем? А про «дуализм» и фотон все прекрасно объясняется и так — на фотоэффекте. Можно лишь обзорно упомянуть, что проблема излучения черного тела состояла в том, что не удавалось теоретически получить то, как распределена энергия излучающего тела по частотам, хотя экспериментально это было выяснено, и решена она была только тогда, когда Планк предположил, что атомы излучают не непрерывную волну, а дискретные порции. Это сказать действительно целесообразно, поскольку образ все же восходит к Планку — и формула, и константа.

Что же касается рассеяния, можно упомянуть, что и здесь согласие с опытом, показывающим изменение длины волны света при рассеянии на электронах, удалось получить только тогда, когда задача была сведена к корпускулярной, которая, соответственно, и решалась двумя законами сохранения — энергии и импульса, как

и положено в задачах на частицы. Это, повторимся, показало, что корпускулярные свойства присущи излучению отнюдь не только при поглощении, но при любых актах взаимодействия с частицами вещества. Кстати, об импульсе. Фотон, понятно, объект не классический во всех смыслах, т.е. квантовый и релятивистский. Понятно, что к безмассовой частице, движущейся с той самой выделенной скоростью c, механика может быть приложима исключительно релятивистская, что и имеет место. Нужно оговориться, что в СТО совершенно различаемы два класса частиц — могущие и не могущие двигаться с той самой совершенно обособленной в этой теории скоростью. Так как скорость c, как мы помним, принципиально не преобразуется (мы даже формулы такие сконструировали, чтобы по ним это было так), частица, движущаяся с c, никакую другую скорость иметь не может. Соответственно, представить себе некую «инертность» этой частицы невозможно. Отсюда она «безмассовая». Именно таков фотон. Соответственно, и формулы для энергии и импульса при решении, в частности, задачи Комптона должны быть записаны такие, какие требуются в СТО для безмассовых частиц, в частности для импульса ($p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$), что вполне можно привести без вывода.

К вопросу о фотоэффекте примыкает вопрос о вычислении светового давления — с исключительно квантовым выводом, поскольку волновой, т.е. максвелловский, ее вывод не для школы. Из сказанного уже ясно, что такой эффект, как световое давление, благополучно интерпретируется как в рамках волновой доктрины, так и в рамках квантовой. Поясним. В рамках представления о свете как о волне модель такова: под действием электрической составляющей в волне электроны в теле приходят в состояние вынужденных колебаний, и на них тут же начинает действовать магнитная составляющая той же падающей волны, т.е. сила со стороны электрического поля начинает их раскачивать и на них начинает действовать сила Лоренца со стороны магнитного. Если аккуратно проследить, куда «подвинет» электроны в каждые полпериода электрическая сила и куда на протяжении этого промежутка будет действовать сила Лоренца — будет понятно, что сила Лоренца всегда будет направлена внутрь тела, на которое падает волна. Такое ее действие и обусловливает световое давление с волновой точки зрения. С корпускулярной же (квантовой) — это передача импульса падающими фотонами. Они делятся на отражаемые: RN из общего количества упавших N (где R — коэффициент отражения) и поглощаемые: $(1 - R)N$ из числа падающих. Поглощенные фотоны передают телу свой импульс, отраженные — удвоенный. Это все должно было быть понято даже и не в молекулярной физике (в связи с ударами молекул), а еще раньше, в механике, как только речь там пошла об импульсе, в связи с отражением шарика от упругой стенки. Исходя из этих чисто механических представлений (только, разумеется, само выражение для импульса соответствующее) и получается формула для расчета светового давления, полученная Максвеллом совершенно, разумеется, иначе.

Рассказать о техническом применении фотоэффекта (фоторезистор, фотодиод), естественно, можно, но так, чтобы это не отвлекало от сути; смысл разбирать это явление столь обособленно и внимательно — совсем иной; а именно первое соприкосновение с квантовыми представлениями.

К ЗАДАЧАМ

Что касается формул, на которых здесь только и могут быть построены задачи, — их две: уравнение Эйнштейна и связь кинетической энергии вылетевших электронов с работой тормозящего поля. На них прежде всего и стоит решить с десяток задач, в общем, все, какие найдутся в вашем задачнике (их примерно столько и окажется). Бывают задачи чуть более тонкие — для их решения, возможно, не потребуется никаких формул, кроме планковской для энергии фотона, зато требуется ясное осознание, что, к примеру, электронов вырвется столько, сколько фотонов будет поглощено. То есть требуется наличие ясной картины самого явления. Кстати, о ясной картине. Можно заметить, что часто, иллюстрируя законы Столетова, рисуют вольт-амперную кривую для случая, когда мы увеличили частоту света и оставили неизменной интенсивность, она имеет сдвинутое левее начало (возросло задерживающее напряжение) и прежнюю высоту «полочки» (прежний ток насыщения). Так быть не может: интенсивность есть умноженная на скорость света объемная плотность энергии ($I = cw$). Если она не изменилась, притом что энергия порции (фотона) выросла, это означает, что количество порций обязано уменьшиться — во столько же раз. Стало быть, и электронов вылетит меньше. «Полочка» понизится, ее требуется изображать ниже. На той же высоте она останется не тогда, когда мы сохраним неизменной *интенсивность*, увеличив частоту, а когда останется прежним *число фотонов*. Эта малая деталь, подмеченная, кстати, выпускниками, говорит о важности «додумывания до конца» при изложении всяческих нюансов...

Может встретиться задача об облучении уже заряженного проводника. Решение построено на том, что энергия вылетающего электрона в поле заряда этого проводника должна либо сложиться с работой выхода, если заряд проводника положительный («улететь еще труднее»), либо вычитаться из нее («улететь легче»). Таким образом, если спрашивается, до какого заряда удастся зарядить проводник, облучая его, требуется посчитать, поле какого заряда вернет любой

вылетевший электрон. Последний тип задач, в принципе возможный для школьника, — рассчитать давление света. В сущности, задача эта сводится к выводу (с той или иной вариацией) формулы для светового давления, которая уже обсуждалась.

Осталось совсем немного. Олимпиады прошли — от силы осталась какая-нибудь одна. Факультатив скоро закончится, ибо уже зачем? — не готовить же на нем к ЕГЭ! Остались последние возможности договорить о неких вещах, о которых где говорить — непонятно, а сказать надо, ибо как уж без них... Итак...

отступление 20-е

ВНЕУРОЧНОЕ

Ну, здесь имеется в виду даже не внеурочное, а внеучебное. Непонятно, удастся ли сказать что-то новое, тем не менее. Дело в том, что в так называемой пресловутой «воспитательной работе» самое главное, в конечном итоге, не мероприятия — их может не быть вовсе, не совместное препровождение времени, даже не отслеживание каждодневной учебной рутины, хотя это важно чрезвычайно. Но самое главное, определяющее — все же не это, а уже упоминавшийся *стиль*. Иначе — *интонация*. И если то, какой она должна быть, ясно еще не стало — опасаемся, теперь уже и не станет, поскольку одним отступлением, пусть даже и на это нацеленным, этого не покажешь. Как вроде бы говаривал Герцен, «слово это плохо берет». Постараемся, тем не менее, ввиду того, что материя уж больно важна...

Держитесь от детей подальше. В том числе и в смысле самом буквальном — физическом — дальше. Не приближайтесь к ним. Нет ничего благотворнее *дистанции* между ними и вами. Ваша отделенность, отдельность от них — ваш своеобразный рабочий пьедестал. «Не ради славы», нет — для дела. Ваш инструмент — причем главный. Еще раз повторим мысль, уже звучавшую (коль все равно уже получилась, насколько видно, книжка сплошных повторов), — ученикам даром не нужен в вашем лице ни друг, ни товарищ, ни брат. Они хотят видеть в своем учителе *учителя*. Не больше, но и не меньше. Наставника, советчика и руководителя. Правда, умного — стоит добавить. *Умного* наставника, *умного* руководителя. То, что дистанция должна быть, они знают. Они это чувствуют ничуть не хуже, а подчас даже много лучше вас. Не удерживая дистанции с учениками, учитель их всегда *разочаровывает*, никак иначе, он идет *вразрез* их априорному — и совершенно при этом адекватному — представлению об учителе. И как правило, сие и является «началом конца». Абсолютно верное, можно сказать идеальное, представление об учителе у них *уже есть* — в этом все дело. *Уже*. Дело за малым: нужно просто ему соответствовать — и все! «Сбои» вызываются исключительно *непопаданием* в этот образ; совпавшие с ним — поверьте — успешны все как один. Учитель, не принимающий этого, напоминает наивностью одураченного советского школьника, искренне считавшего Катерину в «Грозе» «врагом домостроя». (Все ровно наоборот: она, как известно, — апологет домостроевских представлений, страстный приверженец их; другое дело, что они скомпрометированы остальными.) Только очень недалекому учителю кажется, что дети хотят, чтобы дистанция была меньше, чтобы ее не было. Ученики хотят ровно противоположного — *чтобы она была*! И по возможности *больше*!

Настоящий учитель должен обладать исключительно эффективным инструментом воздействия — наставничества и руководства. «Его должно хотеться слушать». «У него должно хотеться спрашивать». Для этого он *не должен* быть «одним из них», он должен быть «над». Начальник должен быть отделен от подчиненных, и *хороший* начальник — это вовсе не тот, кто не отделен от подчиненных (такой просто не начальник вовсе), а кто отделенностью этой, этим своим «над» пользуется с умом — тактично и во благо. Ученик безукоризненно точно чувствует это все и именно *этого* хочет. И именно это считает своим ученическим везением, если встречает. И отклонение от этого образа трактует как отклонение и великую глупость. Мало того, это не только глупость. Начальник, желающий слиться с подчиненными и как начальник не выглядеть, рождает подозрение в жутчайшем для начальника грехе — желании уклониться от ответственности. Снять с себя этот основной груз любого «главного». Учитель, не соответствующий описанным ожиданиям, неизменно трактуется как *боящийся ответственности*, т.е. малодушный. И в этом видится некая его бессовестность. Дети жестоки. Это известно давным-давно. Хорошие же дети, выразимся так, строги. Нужно помнить об этом — извиняемся за очередной трюизм — каждую минуту. Даже если вы не классный руководитель. Кстати, известная поза «я не учитель, я только преподаватель», безумно распространенная среди людей без педагогического образования, — та еще глупость. Если бы они учились в профильном вузе, им бы объяснили, что, как только они входят к детям и только делают вдох, еще даже ничего не сказав, воспитание начинается. Совершенно независимо от того, «собирались они этим заниматься или не собирались», хотят или не хотят. Ибо общение с детьми — это всегда воздействие на них и, разумеется, обратная связь. Воспитание, как учили нас всех в институте, «ось с выколотым нулем». Оно может быть «положительным» и «отрицательным». Никаким вообще оно не бывает. Человек, пришедший к детям, увы, уже воспитатель. Желание от этого уклониться должно разрешаться исключительно уходом из профессии, внутри нее это неисполнимо принципиально. Посему думать об этом придется все равно, так уж лучше вовремя додуматься до оптимального.

Еще несколько слов об *отклонении*. Все небезобидно. Сокративший дистанцию в безумной попытке «слиться» непременно будет иметь проблемы с дисциплиной на уроке, а значит, не научит ничему. Это важно. Выбор «не той» интонации мешает не чему-то там эфемерному — он исключает все вообще, в первую очередь обучение — какое бы то ни было, чему бы то ни было. Потому что учит только тот учитель, которого слушают. У иного персонажа никто ничему учиться не будет. И правильно сделает. В последнем, кстати, содержится ответ на нелепый вопрос, почему же они «мешают», раз сами «хотят дисциплины»? Потому и мешают, что хотят. Они хотят точно знать, что слушаются того, кто

достоин. Что начальник у них тот, кто *может им быть*, т.е. нести ответственность эту, неотделимую от должности, может.

Общеизвестно, что маленькие дети нарушают родительские требования и запреты, дабы убедиться в том, что родители *в силах* их заставить. Ибо если родители не в силах их заставить — они не в силах и их защитить. Если родители не могут справиться даже с ними, это значит, что с внешней опасностью, гипотетически могущей возникнуть, они не справятся тем более. Малыши шалят, дабы проверить, защищены ли они. И удовлетворяются только тогда, когда родители настоят на своем; это значит, что глобально все в порядке, и мир не перевернулся. С учениками и учителем ровно то же самое — никак иначе.

Отстраненность должна быть выражена и в более тонких вещах. Не мешайте им вас уважать. Они будут уважать вас и так — априори. Только не мешайте им это делать. Ничего сверх — по большому счету — вообще не требуется. К вам, в общем-то, будут относиться хорошо, пока вы отдельно и недвусмысленно не покажете, что этого не заслуживаете. Вспомните: у любого, пусть и самого плохого, самого никудышного учителя первые двадцать минут первого урока проходят всегда хорошо, в полнейшей тишине — и дети работают. И только если класс совершенно точно поймет, что перед ним *не тот*, — начинается то, что действительно, как правило, необратимо и ничего хорошего в дальнейшем не сулит.

О каких тонких вещах может идти речь? Не отвлекайтесь от урока. Это действительно может быть проинтерпретировано как желание «халтурить». На уроке — только по делу. Вам нечем заняться на физике? Ни в коей мере! Ну, вот и не отвлекайтесь. Ни на классные дела, ни на себя, ни на погоду, ни на что. Регулярные (а у некоторых просто перманентные) рассказы о том, как они родились-учились-женились, и в принципе-то моветон, а уж на уроке, во время, предназначенное для предмета — подавно! Вообще, обращение к обстоятельствам вашей частной жизни, если только это не чрезвычайно редко и не чрезвычайно к месту, вообще будет вызывать желание поморщиться у нормальных учеников. Особо воспитанные этого не покажут, но само желание гарантируется стопроцентно. Не надо. И не надо превращать уроки в классные часы (если вы классный руководитель) — это будет интерпретироваться так же. Учитель, которому конкурс песни дороже предмета, т.е. в конечном итоге их наученности, их поступления, т.е. просто дороже них, будет вызывать совершенно негативную реакцию. Это опять же гарантируется независимо от того, снизойдут ли они до открытой демонстрации или нет. Не рассказывайте о собственных детях, успехах, достижениях, победах (Боже вас упаси, личных). Это выглядит ужасно. Редко, исключительно редко можно обмолвиться об огорчениях, несбывшихся надеждах и курьезных неудачах. Без кокетства, разумеется. Если не уверены, что получится как надо, т.е. без кокетства, не делайте вовсе. В нашей профессии, как нас всех учили, дилемму между сомнительной (в любом смысле) репликой и молчанием нужно всегда решать в пользу второго.

В хорошей школе практически табуированы у нормальных учителей (не удивляйтесь, в хорошей школе, как и во всякой не сочиненной, а живой и реальной, учителя, разумеется, есть всякие), совершенно изъяты из публичных разговоров темы религиозного, национального и полового характера. Это единственно правильный ход. Индивидуально можно поговорить — и то, если захочет ученик. Есть определенная профессиональная культура в том, чтобы никогда, по возможности, не отвечать на *незаданные* вопросы. Общеизвестно, что не стоит вдаваться в сакраментальное «откуда берутся дети» до тех пор, пока этот вопрос не возник у ребенка. В принципе это относится ко всему на свете. Пока ученик не спросил — не надо ни за что агитировать, ни в чем убеждать и ни от чего предостерегать. Здесь не имеются в виду, разумеется, такие материи, как ваш учебный предмет или пожар, о них, понятно, повествуется безо всяких вопросов «с той стороны». Мы, разумеется, не об этом...

Короче, не навязывайтесь, просим прощения за эту резкость. И не спешите. Занимайтесь предметом. Если там все хорошо — и дисциплина, и знания, — это уже процентов девяносто восемь. На все остальное: «как жить» и прочее — пока они ученики, ей Богу — оставшиеся процента два, не больше.

И вот когда они станут выпускниками и придут (что однозначно говорит о том, что вы все-все сделали правильно), вы можете с ними *поговорить*. Боже упаси вас делать это «запросто». Как с равными. Даже теперь. Именно теперь, любому умному учителю это очевидно, именно теперь, когда разговоры возможны, особенно важны ваш такт, ваша осторожность и ваш ум. Тем более важно промолчать, если дилемма — любая — между репликой и молчанием все же возникает. Не зацепить чего-нибудь, к чему разговор подошел чрезвычайно близко, тот разговор, который в их бытность учениками вообще был невозможен, почему и проблемы не возникало. Не дай Бог никого случайно обидеть, ни в коем случае. Чтобы не оказалось, что вы на самом деле отнюдь не так умны, как это им виделось раньше из-за парты.

Ну да ладно, это потом, когда они закончат и поступят — дай Бог.

Все сказанное выше отнюдь не означает отстраненности в служебном, так сказать, смысле. Ни в коем случае. Особенно если учитель является классным руководителем. Требуется, чтобы он внимательно следил за успехами и неудачами каждого, каждого защищал, выяснял все, так сказать, «производственные конфликты», т.е. всевозможные трения с коллегами, обязательно защищая своих — а как без этого? Интонация «отделенности» совершенно не есть интонация «безразличия» — это интонации совершенно разные. И не стоит корчить при этом из себя некую героическую няньку — ученик должен понимать, что классный руководитель просто-напросто выполняет свои прямые функциональные обязанности, тем более, что это так и есть. Просто выполняет их — хорошо, что случается отнюдь не всегда. И помнит о них. И думает. Как это и полагается в его должности. Без немыслимого пафоса по этому поводу, какой так обожают иные классные руководители, предпочитая разыгрывать из своего классного руководства прямо-таки «Старуху Изергиль», что, безусловно, у умных учеников вызывает уже упоминавшееся желание поморщиться — и опять-таки обязательно.

Наконец, вернемся к тому, с чего начали. К дистанции. Один «страшный» физрук начинал здороваться и прощаться за руку ровно после выпускного — это было «очень стильно», как выражаются теперь. Представляете, они приходили двадцать третьего вечером, и он их приветствовал кивком головы, а уже двадцать четвертого в семь ноль пять, когда открывалась дверь и они, несколько сбитые с толку всем происходящим, «усталые, но довольные» уходили, он прощался с ними уже за руку. Рубикон перейден. А дальше — понятно. «Для вас всегда открыта в школе дверь». Эта чудесная открытость ее — новые трудности и даже опасности. Но про это — уже не сейчас. Просто судьба посмеется над всеми нами — мы, безумные, так хотели, чтобы они, забыв о предмете, спросили нас что-нибудь «о жизни», сами не зная, зачем нам это нужно. И вот, как назло, в минуту ужасного душевного уныния, уныния и смятения, какие бывают у каждого, они-таки спросят. И не в радость нам будет этот вопрос, который лучше бы они и не задавали. И не будем мы знать, что ответить, и не до кокетства нам будет, и не до всяких других глупостей — в этот момент. И вспомним мы с некоторой тоскою о временах абсолютной отдельности и дисциплинированности, когда звонок означал спокойное и немедленное прекращение общения без тягостных обдумываний, то ли ты сказал, да тем ли тоном, да достаточно ли верно был понят. Не говоря уже о том, что вопросов в неудобную, тяжкую минуту не было и быть не могло, поскольку их не было вообще, да и в целом все было как-то проще. Проще, но не лучше. Лучше все равно так, как потом. Когда они воспринимают тебя как человека — и извиняют. Когда нет каких-то уже совершенно завышенных немыслимых иллюзий в отношении тебя. И хорошо. А.Б. Мигдал, как известно, выделял три стадии общения учителя с учеником, даже, вернее сказать, ученика — со своим учителем. Первая — безусловный пиетет и даже обожание. Академик настаивал на необходимости этого этапа, утверждая, что только на нем учителю предоставлена возможность ученика чему-то научить, только в этот период. Вторая стадия — доказывание учеником учителю своей независимости от него и самостоятельности. Этот этап, понятно, чреват охлаждением и даже конфликтами. И научить ученика здесь — невозможно. Вопрос лишь в том, чтобы ученик был, во всяком случае, достаточно интеллигентен для того, чтобы этап этот был пройден — а прохождение его неизбежно в любом случае — достаточно пристойно. И третий этап, самый, на взгляд Мигдала, ценный, который и длится в идеале всю оставшуюся жизнь, — спокойное принятие учеником своего учителя, как хорошо знакомого ему человека, который обладает своими несомненными достоинствами, равно как и столь же несомненными недостатками — как и он сам.

НА ДОСКЕ

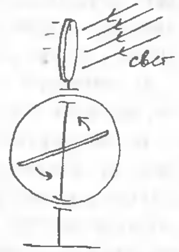
листы № 164, 165, 166, 167.

РЕШАЕМ НА УРОКЕ

№ 4.2.4–4.2.11 (ВМК).

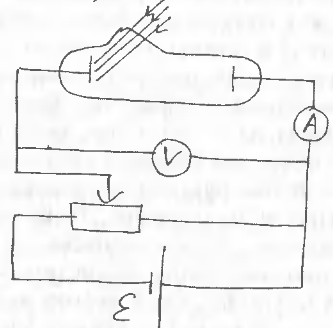
Фотоэффект

Вырывание эл-нов из металла под действием света

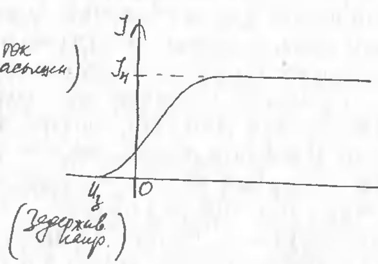


$$W_{\text{кин эл-нов}} = A_{вых} + \frac{mv^2}{2}$$

(Разрядка отриц. заряж. электрометра) — энерг. баланс для эл-на



Вольт-амп. хар-ка



$$\Delta W_{кин} = A_{поля}$$

$$\boxed{\frac{mv^2}{2} = eU_з}$$

$I_н$ говорит о N вырванных эл-нов.

$U_з$ говорит о $\frac{mv^2}{2}$ вырванных эл-нов.

164

З-ны Столетова:

1) При возр. I света — N вырв. увелич. (увел. $I_н$);
2) $\frac{mv^2}{2}$ вырв. не зависит от I света и растёт при увеличении ν ($U_з$ растёт при увел. ν);
3) При $\nu < \nu_{кр}$ фотоэффекта нет ни при какой I света.

Изменение модели света. Свет поглощается порциями („квантами"), энергия кванта пропорц. частоте ν

$\boxed{E = h\nu}$; h – коэфф. пропорц. – постоянная Планка

$$\boxed{h \approx 6 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с}$$

Тогда энерг. баланс для эл-на:

$$\boxed{h\nu = A_{вых} + \frac{mv^2}{2}}$$ – ур-е Эйнштейна

$$h\nu = A_{вых} + eU_з \quad \left(т.к.\ \frac{mv^2}{2} = eU_з\right)$$

Тогда действительно:

$\frac{mv^2}{2} = 0$ при $h\nu_{кр} = A_{вых}$

При $\nu < \nu_{кр} = \frac{A_{вых}}{h}$ – фотоэффекта нет

Фотон – „частица-волна"; m=0.

Из СТО для частиц с m=0

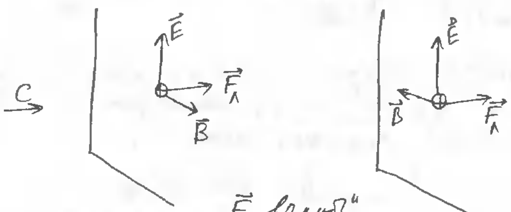
$$\vec{p} = \frac{E\vec{v}}{c^2}; \quad Фотон: p = \frac{Ec}{c^2} = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda};$$

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

165

Давление света.

1) Волновая трактовка



$\vec F_л$ „вглубь" –
– создаётся давление

2) Корпускулярная трактовка.

R – коэфф. отражения; $R = \frac{N_{отр}}{N} = \frac{n_{отр}}{n}$

отражение передаст импульс $2p_0$, поглощение p_0, где p_0 – импульс одного фотона

$$p_д = \frac{F}{S} = \frac{\Delta p}{\Delta t \cdot S} = \frac{2p_0 n S c \Delta t R + p_0 n(1-R) S c \Delta t}{\Delta t \cdot S} =$$

(давление)

$$= 2p_0 ncR + p_0 nc - p_0 nRc = \underline{p_0 nc(1+R)} =$$

$$p_0 = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \qquad = \frac{h\nu}{c} nc(1+R) = \underbrace{h\nu n}_{w}(1+R) =$$

$$w = \frac{W}{V} = \frac{h\nu N}{V} = h\nu n \qquad \left(\frac{N}{V} = n\right) \qquad = \underline{w(1+R)}$$

(Ф-ла Максвелла)

Задача №1 „Определить значение h"

Дано: ν_1, ν_2, U_1, U_2

h – ?

$$\left.\begin{aligned} h\nu_1 &= A + eU_1 \\ h\nu_2 &= A + eU_2 \end{aligned}\right\} \qquad \underline{h = \frac{e(U_1-U_2)}{\nu_1-\nu_2}}$$

Задача №2 „Определить красную границу"

Дано: λ, U

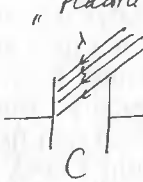
$\lambda_{кр}$ – ?

$$\left.\begin{aligned} \frac{hc}{\lambda} &= A + eU \\ \frac{hc}{\lambda_{кр}} &= A \end{aligned}\right\} \qquad \underline{\lambda_{кр} = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda} - eU}}$$

Задача №3. „Найти максим. заряд конденсат."

Дано: C, A, λ

Q – ?



$$\frac{hc}{\lambda} = A + e\frac{Q}{C}$$

$$\underline{Q = \frac{C(hc - A\lambda)}{\lambda e}}$$

Глава 3
АТОМ

После обсуждения — столь подробного — излучения и его свойств логично заняться собственно излучающими системами, *излучателями* и вернуться, таким образом, к шкале. Излучателями радиоволн мы уже занимались (колебания электронов в антенне), оставшаяся часть шкалы — излучение атомов и атомных ядер.

Наличие у атома структуры (вопреки буквальному переводу названия — неделимый) можно предположить на основании различных экспериментальных фактов, перечислим их (*Пинский*). Из опыта стало известно, что все атомарные газы испускают в нагретом состоянии излучение вполне определенных частот. Излучение этих же частот поглощается холодным атомарным газом. То есть, другими словами, атом данного вида (газы атомарные, поэтому взаимодействием между атомами можно пренебречь) излучает лишь определенные частоты и никакие больше. И это не зависит от способа возбуждения, т.е. от того, каким образом атом получил избыточную энергию, от которой он избавляется, излучая. Именно эти же частоты (сленг, имеется в виду «излучение этих же частот») он и поглотил, будучи в основном, невозбужденном состоянии. Это, разумеется, наводит на мысль о наличии у него внутренней структуры как у некоего сложного осциллятора, следствием чего является наличие «собственных частот». Именно на этом свойстве атомов и основан неоднократно упоминавшийся спектральный анализ — при разложении неизвестного излучения в спектр и определении посредством этого присутствующих частот мы можем определить, какие виды атомов присутствуют в излучающем теле, а сравнив интенсивности излучения на разных частотах, еще и соотношение в теле атомов разного вида. Для этого необходимо лишь знать набор частот, соответствующих различным элементам, «визитными карточками» которых и являются, таким образом, их спектры.

Следующее. Уже открыт электрон и измерены его заряд и масса. Это принципиально возможно сделать при помощи упоминавшегося масс-спектрометра, позволяющего измерить удельный заряд (отношение заряда к массе). Если еще одно (заряд или масса) мы при этом узнаем отдельно, к примеру заряд — из опытов по электролизу при помощи закона Фарадея заряд и масса будут известны нам по отдельности. Естественно предположить, что эта известная частица входит в состав атома как сложной структуры, как-то движется там, — очевидно, ускоренно, чем и обусловливается излучение.

Кроме этого, стал известен периодический закон Менделеева — периодическое повторение свойств у атомов, расположенных в порядке возрастания атомных масс. Логично предположить, что по мере накопления неких структурных единиц — частиц, из которых состоит атом, постепенно изменяется его структура, и время от времени общий вид ее повторяется, что и обусловливает повторение свойств.

Наконец, стало известно явление радиоактивности — самопроизвольного (т.е. без каких-либо предварительных манипуляций) излучения тяжелыми атомами некоего высокочастотного излучения. Понятно, что это также заставляет смотреть на атом как некий сложный осциллятор и, стало быть, подозревать наличие внутренней структуры.

Первая модель строения такой «составной системы» — «пудинг с изюмом», модель Томсона. Она весьма логична и разумна. Это осциллятор, устойчивый, с собственными частотами колебания электронов («изюминок») и вполне правдоподобный по оценкам. По частотам можно приблизительно оценить размер самого шара, что неплохо, как известно, согласовывалось с известными тогда размерами атомов.

Опровергнута она была, как известно, в первую очередь опытами Резерфорда, выявившими планетарную структуру. Разберем еще раз, как именно результаты бомбардировки атомов фольги α-частицами позволяют сделать такие выводы.

Модель Томсона должна была давать малые отклонения α-частиц (на малые углы), поскольку относительно невелико поле заряженного равномерно шара в любой точке. Во избежание недоразумений, почему-то встречающихся очень часто, такие отклонения действительно наблюдались в опытах Резерфорда. Дело в том, что кроме таких отклонений были отклонения на углы, близкие к 180°, частицы практически отбрасывались назад, и вот такого рассеяния поле заряженного шара давать не могло, а поле малой частицы — вполне. Итак, малая частица. Разумеется, отбрасывание α-частиц говорит о массивности и положительном заряде этого тела. Кроме того, отброшенных назад α-частиц было очень мало, что опять же говорило о том, что массивная положительная частица очень мала. Так сформировался образ ядра. Электроны — на орбитах вокруг, подобно планетам вблизи звезды. Пространственные соотношения лучше воспринимаются, разумеется, из образных сравнений — выразительно, к примеру, сопоставление атома с футбольным полем, при котором ядро оказывается всего лишь вишневой ягодой в центре.

Далее — понятно — проблема неустойчивости, мгновенно открывавшаяся по причине того, что электрон заряжен и, двигаясь ускоренно (а вращение вокруг ядра, разумеется, движение с ускорением), должен излучать, терять на этом энергию и, испуская при этом непрерывный (а вовсе даже и не линейчатый) спектр за 10^{-8} с спуститься на ядро.

Далее мы переходим к водороду, поскольку постулаты Бора касаются именно его и заканчиваются на нем. И наши разговоры тоже — до многоэлектронных атомов мы, разумеется, в школе не добираемся.

Первый постулат в редакции любого базового учебника, мягко говоря, абсурден. Он много говорит о том, что существуют, мол, у атома стационарные состояния, в которых он-де не излучает, — и всё. Совершенно непонятно, в чем, собственно, состоит найденный Бором выход, если суждение отрицает факт излучения — и всё. В чем же конструктивная часть высказывания, содержащая нечто новое, в чем ценность его? Разумеется, кроме утверждения стационарных состояний Бором выдвинуто условие, при котором состояние атома таково, — так называемое *правило квантования орбит*. Стационарны состояния, при которых выполняется условие равенства момента импульса электрона целому числу «h с чертой» ($mvr = nh/2\pi$). То есть дано условие разрешенных орбит, на которых только и может находиться электрон (и когда он на одной из разрешенных орбит, атом в одном из разрешенных — стационарных состояний). Излучение же — второй постулат — происходит исключительно при переходах атома из одного стационарного состояния в другое (электрон, соответственно, переходит с одной разрешенной орбиты на другую разрешенную), причем излучается фотон, энергия которого есть разность энергии атома в этих состояниях: $h\nu = E_n - E_k$. Но и все это не вполне проясняет ученику: так что же это, в конце концов, дало? Дало возможность теоретически получить обобщенную формулу Бальмера. Придется рассказать, что водород, имея, как и все атомы, свою «визитную карточку», свой линейный спектр, излучает частоты, которые, как показывает опыт, укладываются в так называемую обобщенную формулу Бальмера: $\nu = R(1/n^2 - 1/k^2)$, и никаких, кроме этих. Понятно, что любая модель атома водорода первое, что должна делать, — давать возможность получить эту формулу теоретически, возможность ее вывести. Так вот, она выводится из постулатов Бора, наложенных на планетарную модель, и это можно показать (*Пинский*). Несмотря на то что все здесь — трата времени в чистом виде, в общем, это сделать стоит — и тогда все разговоры про постулаты Бора приобретут хоть какой-то смысл; в противном случае кроме большого недоумения не будет, скорее всего, ничего.

Итак, обобщенная формула Бальмера (про все эти серии Бальмера, Пашена, Пфунда можно не говорить вовсе — зачем?). Ее теоретический вывод показывает ту самую половинчатость теории

Бора — некие квантовые условия (выраженные, собственно, постулатами), наложенные на абсолютно классическую в своей сущности модель с движением электрона по орбитам (т.е. с наличием у частиц определенной траектории) под действием силы в соответствии с ньютоновой механикой. Классическая механическая модель с совершенно инородными ограничениями, накладываемыми извне. Это — атом Бора. С другими атомами — после водорода — как известно, ничего не получилось, и у ученика, естественно, возникает вопрос: ну а как же все-таки потом? В смысле, как же решилась глобально задача, решить которую этими постулатами, как выяснилось, оказалось возможным лишь для самого простого одноэлектронного атома — и всё? Как же все-таки выглядит некая последовательная теория, которая подходит для всех атомов, описывает всё? Если этот вопрос не возникает, это, конечно, по-своему плохо. Чисто практически в этой ситуации будет проще, но это плохо. Вопрос должен возникнуть, и некие сколь угодно поверхностные и краткие сведения из институтских «квантов» надо бы здесь рассказать. Они уже давно вошли в учебники для физматклассов — тем лучше (многие, в принципе, это делали и до этого). Еще раз хотим подчеркнуть: рассказать так, чтобы было ясно — это «на оценки и с задачами». И это, конечно, в вузе. А сейчас так, баловство, «одолжение»: «Если уж вы так просите!..»

Что касается ква́нтов (или на студенческий манер — «кванто́в»), нужно сразу предупредить, что абсолютно все рассказанное будет рассказано бездоказательно (лукавство: все же у нас не природоведение, хоть что-то да мы выведем) — и речь, конечно, пойдет лишь о каких-то «идеях», не более того. Никакой строгости, никаких задач; да и идеи будут переданы весьма схематично. Это правда.

Тем самым следующим шагом, последовавшим за «промежуточной» теорией Бора, явилась так называемая квантовая механика. Именно ей и удалось последовательно описать многоэлектронный атом и вообще оказаться предсказательноспособной в этой области — микромира. В основе идей квантовой механики, скажем так, одной из ее версий (Шрёдингера), лежит догадка де Бройля об универсальности корпускулярного волнового дуализма. То есть идея о том, что дуализм этот — двойственность корпускулярных и волновых свойств — веществу присущ точно так же, как излучению. И аналогично тому, как фотон — частица безмассовая — проявляет как свойства волны, так и свойства частицы, массовые частицы, т.е., вообще говоря, все на свете от электрона и атома до стула и звезд проявляют не только корпускулярные свойства, но и волновые. Формализуется эта идея в том, что универсальной объявляется формула связи импульса с длиной волны. Массовой частице, а не только фотону, если у нее есть импульс, приводится в соответствие некая волна с длиной, связанной с ее импульсом точь-в-точь, как у фотона: $\lambda = h/p$. Если частица нерелятивистская, то и импульс будет, соответственно, классический, и так называемая де-бройлевская волна будет определяться как $\lambda = h/mv$ — это и есть волна, соответствующая данной частице.

Что может означать наличие у частицы волновых свойств и как они проявляются? В дифракции — как и положено волновым свойствам. Волна, приводимая в соответствие движущейся частице, будет дифрагировать на преграде, к примеру на щели. Как это выглядит? В каком виде мы бы, допустим, смогли это наблюдать, если бы вдруг этот эффект был бы наблюдаем в макромире (ну, если бы постоянная Планка была чуть-чуть побольше, порядков на тридцать), что бы в этом смысле происходило? Вот мяч, он летит и пролетает через щель, такую же большую, как он, например дверь. И попадает на экран (в стену). И оставляет след (вмятину). В чем дифракция? Когда мы были студентами, мы так это объясняли прогулявшему подряд все лекции товарищу (в шутку, естественно, о том, что шутка наша может форменным образом погубить его на экзамене, мы почему-то тогда не думали), что, мол, вместо одной «точечной» вмятины (мячик невелик) будет большая вмятина посередине, окруженная эдакими кольцевыми вмятинами вокруг. Вмятина посередине — «центральный максимум», дальше — следующие максимумы, разделенные, как и полагается, такими же кольцевыми минимумами. Он, собирая остатки здравости, не верил. А мы убеждали, что именно так все и будет. Будет, разумеется, не это. Единичный удар оставит единичную «точечную» вмятину — где-то. Не обязательно строго в центре экрана. Где-то. Возможно, что в стороне, хотя наиболее вероятно все-таки — в центре. Но если мы будем бросать мяч через дверной проем снова и снова и вмятины на стене будут множиться, то постепенно, по мере их накопления, мы-таки увидим, как ни странно, ту самую картину, которую мы ему и описывали, — центральный максимум, окруженный системой колец. Эта картина сложится многими-многими вмятинами. Но когда сложится — окажется дифракционной. То есть это будет не точечная вмятина в центре — и всё, это будут характерные дифракционные кольца — максимумы и минимумы.

Догадка — на этот раз Борна, проинтерпретировавшего волну, состоит в том, что как волна ведет себя *вероятность обнаружения частицы*. Описывается движение частицы при этом некой волновой функцией (той самой ψ-функцией), квадрат модуля которой в каждой точке имеет смысл плотности вероятности обнаружить ее там ($|\psi|^2 = \omega$, где $\omega = \Delta W/\Delta V$, как все мы зубрили в вузе). «Волновым образом» ведет себя вероятность нахождения частицы в той или иной области пространства. Центральный максимум означает то, что у вероятности там — максимум, т.е. обнаружить вмятину в центре наиболее вероятно. Поэтому, если вмятин много, их в центре будет больше всего: именно туда чаще всего наш мячик и попадал. Но он умудрился ни разу не попасть в пределы некоего кольца за ним — вероятность нахождения мяча имеет там первый минимум — то самое первое «темное» кольцо. И дальше — «по кольцам». Так ведет себя вероятность нахождения следа, поэтому — в соответствии с этим — будут располагаться и сами следы, если мы бросим наш мяч многократно.

Кстати, существовало, правда очень недолго, воззрение, что волновые свойства присущи не мячу, а лишь потоку мячей. Это не так. Абсолютно такую же дифракционную картину дает и один мяч, если бросать его много раз: волновые свойства присущи не *пучку* частиц, а каждой частице *в отдельности*. На какой опыт здесь намек, ясно — Фабриканта, когда электроны пропускались с огромной экспозицией так, что можно было с уверенностью считать, что все они летят поодиночке и взаимодействия между ними исключены. Тем не менее с течением времени дифракционная картина возникала точь-в-точь, как при прохождении пучка. Понятно, что подобное представление о движении частицы несовместимо с представлением о траектории, — ее у частицы в квантовой механике и нет. Отсюда и априорная непригодность планетарной модели строения атома, поскольку орбита — это траектория, а о траектории говорить невозможно. Еще раз стоит четко проговорить, что же появляется «взамен» траектории, предсказание которой, собственно, и было основной задачей в той механике — классической. Предсказывать можно только вероятность для различных точек пространства нахождения там частицы. Именно эту информацию будут давать нам значения волновой функции, что и есть, собственно, искомое предсказание в новой теории. Траекторию же предсказывать невозможно, ибо ее просто нет.

Любопытно, что интерпретация волны, приводимой в соответствие движущейся частице, появилась отнюдь не одновременно с самой идеей волны (1924 г.), а несколько позднее (1926 г.), но все же *до* наблюдения дифракции частиц на опыте (1927 г.). Дифракцию, как мы помним со студенческих времен, наблюдали Дэвиссон и Джермер, и частицами, которые дифрагировали, были электроны. Почему в буквальном смысле ни за что не получится с мячом? Все по той же формуле де Бройля. Длина волны, соответствующая движущемуся мячу ($m \sim 1$ кг, $v \sim 1$м/с), будет порядка постоянной Планка: $\lambda \sim 10^{-34}$ м. Понятно, что на любой мыслимой преграде будет с лихвой выполняться наше приближение геометрической оптики в том смысле, что $\lambda L/d^2$ будет много больше единицы всегда и дифракция эта будет ненаблюдаема совершенно. Вот, собственно, банальная и понятная причина того, что все примеры на дифракцию частиц и все подобное — из микромира. Однако ученики, вообще говоря, должны ясно осознавать — корпускулярно-волновой дуализм охватывает отнюдь не микромир, а все вообще. Все сказанное относится отнюдь не к электрону, а ко всему на свете: электрону, атому, мячу, стулу, планете... Вообще, все изменения постепенны, никакого скачкообразного изменения свойств при переходе от макромира к микромиру нет, формула де Бройля принципиально применима ко всем движениям во Вселенной — вопрос лишь в том, насколько наблюдаемы описываемые ею волновые свойства того или иного объекта, т.е., насколько наблюдаема дифракция де-бройлевской волны, приводимой в соответствие этому телу на характерном препятствии.

Собственно, несмотря на то что Дэвиссон и Джермер экспериментировали с электронами, трудности, связанные с необходимостью наблюдаемости дифракции, были и у них. Дело в том, что и де-бройлевская волна электрона достаточно мала ($\lambda \sim 10^{-10}$ м), поэтому проблемой было подыскать подходящую — а именно столь мелкую — дифракционную решетку. По счастью, таковая нашлась уже готовой в природе; и как только это обстоятельство стало понятно, сделалось возможным и наблюдение электронной дифракции. Решетка эта — кристалл, упорядоченная структура с подходящим по порядку величины «периодом»: электроны в этом опыте, как и в последующих, проходили через кристалл, в связи с чем была решена и соответствующая задача про дифракцию на пространственной решетке — формула Вульфа-Брэгга, как мы помним из тех же студенческих лет.

И все же немного формализма — просто так (у нас же не природоведение!). Значение ψ-функции представляется решением основного здесь уравнения, описывающего ее, — так называемого стационарного уравнения Шрёдингера. Мы говорили о том, что аппарату квантовой механики удалось то, что не удалось теории Бора, — обсчет атома. Как это, в принципе, выглядело? Сделаем простую-простую модель атома — это частица в некоем силовом поле (электрон вблизи ядра), т.е., другими словами, частица в потенциальной яме. (Про потенциальную яму было, насколько помнится; хорошо бы, чтобы и они вспомнили, что, мол, было.) Единственное, вид ямы (т.е. конфигурация поля, в котором пребывает частица) упростим. Яма будет прямоугольной. То есть за нулем и за l (случай у нас, понятно, будет одномерным) потенциальная энергия частицы равна бесконечности, другими словами, там частица находиться вообще не может (вспоминаем все объяснения про потенциальную яму как таковую), а между — ноль, т.е. на частицу в этой области вообще ничего не действует. Как будет вести себя частица?

Ну, мы обсуждали, что частица внутри ямы находиться может где угодно, а «в стенках» — нет. Так и будет. Но в классике это действительно где угодно, и вероятность ее нахождения внутри ямы, в общем, одинакова всюду; иначе это будет в квантовом случае, где вероятность описывается ψ-функцией, а она находится решением уравнения Шрёдингера с учетом граничных условий. Записав уравнения в одномерном виде, находим решение с учетом граничных условий (вне ямы вероятность нахождения частицы равна нулю, т.е. ψ-функция на стенках «обнуляется»). Мы получили до боли известное — по виду это не что иное, как решение уравнения свободных колебаний. Отличие одно — там в уравнении имелись в виду производные по времени, а здесь — по координате, но сам вид тот же в точности. Идентично и решение: $\psi(x) = A\sin(kx)$, а это означает, что и графики те же (только там была зависимость от t, а здесь, как понятно, от x). И мы получаем знакомые синусоиды. Ситуация напоминает, кстати, стоячую волну в закрепленной струне — узлы и пучности. А построив затем и $|\psi|^2(x)$, мы получаем непосредственно зависимость от координаты плотности вероятности найти частицу. И видим, что величина-то эта — плотность вероятности — отнюдь не константа и зависит гармонически от координаты. То есть в каких-то точках внутри ямы частица будет, в каких-то — никогда. Есть точки, вероятность найти частицу в которых максимальна (это, собственно, максимумы); есть точки, в которых она ноль (нули). Если бы яма была «правильного вида», как в атоме, где, понятно, она не прямоугольная, по существу, все было бы то же самое ($W_p = -q^2/4\pi\varepsilon_0 r$), а именно величина $|\psi|^2$ зависела бы от расстояний от ядра. При каких-то значениях r, т.е. каких-то расстояниях, вероятность найти частицу оказалась бы нулевой — электрон, стало быть, на этом удалении от ядра никогда не пребывает, а есть такие r, вероятность нахождения электрона на которых максимальна. Это и есть не что иное, как боровские орбиты. В частности, первое такое значение — первый и самый большой максимум вероятности обнаружения частицы — первая боровская орбита. Утверждение о дискретном наборе разрешенных удалений электрона от ядра является верным, но перестает иметь статус некоей «догадки», перестает составлять содержание постулата и оказывается прямым следствием теории. То есть квантовая механика, разумеется, дала все аксиоматические положения теории Бора, но уже как свои прямые следствия. Вернемся к нашей «простой» яме. Расписав константу, убедимся, что и энергия частицы, стало быть, не может принимать любые значения, что, конечно, коль скоро частица и находиться не может где угодно, существует дискретный ряд разрешенных значений энергии. Именно так, естественно, обстоит дело и с ямой, описывающей электрон в атоме: мы получаем дискретный ряд разрешенных значений — это энергия атома в стационарных состояниях — и снова, естественно, без каких бы то ни было специальных постулатов.

В нашем выводе, касающемся ямы, признаемся, есть один тонкий момент: мы же выяснили, что траектории у частицы нет, она может находиться где угодно — она же не классическая — и можно говорить лишь о распределении вероятности ее обнаружения, и не более. Стало быть, она может находиться и за пределами стенок ямы; мы же исходили при решении из того, что этого быть никак не может, как будто бы частица классическая. А где же знаменитый «туннельный эффект» — ненулевая вероятность обнаружить ее за барьером? Дело в том, что именно для того, чтобы решение максимально упростилось и выглядело бы, как у нас, мы и предполагали стенки ямы бесконечно высокими; если решить задачу про потенциальный барьер и рассчитать коэффициент прохождения, мы получим, что он зависит от высоты барьера и обращается-таки в ноль, если тот бесконечен. О самом же эффекте — в случае стенок конечной «высоты» — упомянуть стоит, хотя бы ради α-распада, предстоящего уже совсем вскоре. Итак, суть его — в ненулевой вероятности найти частицу, энергия которой меньше «высоты» барьера, в области за барьером, т.е. там, где по классическим представлениям ее быть никогда не может. Эффект называется «туннельным», что, честно говоря, несколько запутывает дело. Частица не «туннелирует» в смысле какого-то «преодоления» барьера с соответствующей тратой энергии на это. Просто есть некая вероятность того, что она находится там — и все. Если бы подобное — воспользуемся еще раз вспомогательной фантазией — проявлялось в макромире, это выглядело бы не как «пробивание» стенки мячиком, а как то, что мяч просто находится за стенкой, поскольку вероятность такого отлична от нуля.

Итак, мы получили некое — сугубо приблизительное и краткое — представление о том, что собой представляет аппарат «волновой механики». Можно сделать последний шаг вперед — многоэлектронный атом. В частности, обоснование наблюдаемой периодичности химических свойств — «периодический закон». Речь идет о том, что при решении уравнения Шрёдингера в этом случае появится не один целочисленный параметр n (так называемое главное квантовое число), а четыре; кроме n, появится еще и l (азимутальное), m (магнитное) и s (спиновое). На все эти целочисленные параметры оказываются наложены определенные ограничения (правила отбора), также вытекающие из аппарата теории. Наконец, теория показывает, что у частиц с полуцелым спином не может быть одинакового набора всех этих чисел, т.е. электроны, составляющие единую систему, не могут находиться в одном квантовом состоянии, что и означает — не могут иметь все числа одинаковыми (*принцип Паули*). Исходя из этого и добавляя по одному электрону, мы заполняем список возможных состояний согласно правилам отбора. Для атома, у которого, допустим, N электронов, мы распределяем их, снабжая каждый его индивидуальным набором квантовых чисел и следя за тем, чтобы набор этот у каждого был уникальным. Делаем так: подсчитаем все электроны, у которых $n = 1$; у них согласно нашим формулам $l = 0$, $m = 0$, $s = \pm 1/2$, т.е. таких электронов два. Затем — все, у которых $n = 2$: это электроны с $l = 0$, их два ($s = \pm 1/2$); $l = 1$ — их 6 ($m = -1, 0, 1$, всех по два) — итого 8, дальше — с $n = 3$, их, как несложно проверить, 18 — и т.д. Далее, научившись записывать «как на химии» (т.е. если при $l = 0$ писать букву s, при $l = 1$ p и т.д.), можно быстро научиться записывать электронную формулу для любой клеточки таблицы Менделеева. Делая это, мы и увидим определенную периодичность в электронной конфигурации, в конечном итоге обусловливающую и периодичность химических свойств, о чем мы и упоминали еще при обсуждении оснований предположить у атома сложную структуру. Что касается самой записи электронной формулы, ни в коем случае не нужно этому учить, не научились на химии — неважно, нам это не потребуется нигде. Но сказать об этом нелишне, дабы у них сошлось, наконец, в голове то, что они слышали уже столько лет на химии, с нашим. Все остальное уже, конечно, существенно сложнее и, безусловно, исключительно для вуза.

Разумеется, вовсе не стоит затрагивать квантование магнитного момента, квантовый осциллятор, эффект Зеемана и прочие «дали». Единственное, можно сказать два слова о зонной теории. Принцип Паули, запрещающий электронам пребывать в одном квантовом состоянии, поясняет, что в большом электронном сообществе происходит расщепление уровней — вместо одного уровня появляется несколько близких — это дает теория. Поэтому при образовании металла на месте уровней на энергетической диаграмме появляются зоны. На этой же диаграмме зоны эти можно и заполнять, ставя точки на том или ином уровне, если есть электрон (точнее, пара электронов) в этом состоянии, данным уровнем обозначаемом. Если точки на всех уровнях зоны — зона заполнена. Стало быть, если добавить электрону энергию, он перейти выше уже не может — там нет разрешенных состояний, они заполнены другими электронами и, стало быть, заняты. Можно перейти в другую вышележащую зону, где есть свободные уровни, т.е. состояния, электронов в которых еще нет; вопрос: хватит ли энергии для попадания туда? Если нижняя зона заполнена не целиком и еще есть «свободные состояния» с чуть большей энергией, электрон эту энергию воспринять сможет и одно из этих состояний занять (если не двигался — будет двигаться). Это — проводник. Если свободные состояния изображаются исключительно уровнями вышележащей зоны и энергия нужна существенная, чтобы туда попасть, — это диэлектрик, и энергия — это, по существу, энергия пробоя; если энергия эта относительно невелика — полупроводник, электрон, значит, освободится относительно легко. От того, как сформируются зоны при расщеплении электронных уровней, зависит, чем будет вещество — проводником, диэлектриком или полупроводником. Вот, собственно, «два слова» о данной теории, позволяющей проинтерпретировать существование различной проводимости веществ.

Последнее, что можно затронуть в связи с квантовой механикой, — вопрос о том, в каких случаях-таки можно применять понятие траектории к объектам микромира. Понятие траектории, понятно, применять можно, если дифракция ненаблюдаема. Но она, тем не менее, как это и было в оптике, всегда есть! Поэтому всегда, говоря о координате и скорости, измеренных одновременно, мы лукавим, мы не знаем сколь угодно точно их одновременно никогда — в этом и выражается дифракция и отсутствие на самом деле траектории. С какой точностью, тем не менее, мы знаем координату и скорость?

Рассмотрим снова частицу, проходящую через щель. Непременно имеет место дифракция де-бройлевской волны, приведенной в соответствие нашей движущейся частице. Направление на первый минимум — это минимальное «расползание» направления движения нашей частицы после щели, т.е. минимальная неопределенность в скорости (импульсе) после щели. Угол на первый минимум считали: $\varphi \approx \lambda/d$, неопределенность, связанная с этим, в импульсе соответственно $\Delta p_x = p\varphi \approx p\lambda/d$. Кстати, d — ширина щели — не что иное, как неопределенность в координате Δx. Подставив де-бройлевскую длину волны, мы получаем $\Delta p_x \Delta x \approx h$ — знаменитое соотношение неопределенностей Гейзенберга, показывающее, что если мы знаем координату тела с неопределенностью Δx, то, увы, мы не можем знать импульс точней, нежели с неопределенностью $\Delta p_x \approx h/\Delta x$, и чем неопределенность в координате меньше, тем Δp_x, стало быть, больше. Это совершенно понятно — чем у́же щель, тем больше дифракция. И знать импульс точнее мы не можем. Причина этого — волновые свойства частицы, подобно тому, как применять геометрическую оптику и иметь предсказания сколь угодно точные нам мешали волновые свойства света.

Если получающаяся неопределенность в данной конкретной задаче может считаться малой, значит, в данной конкретной задаче и может идти речь о траектории. В полном соответствии с тем, что если дифракция в данной оптической задаче могла считаться ненаблюдаемой, это означало возможность применения аппарата геометрической оптики. Вообще, классическая механика оказывается предельным случаем волновой механики точно так же, как геометрическая оптика — предельный случай волновой оптики, причем

и там и там условием «предельного перехода» является стремление к нулю соответствующей длины волны: $\lambda \to 0$. В случае оптики имеется в виду электромагнитная волна, в случае механики — волна де Бройля.

Именно здесь желающие могут «пуститься во все тяжкие» и пересказать половину Фейнмана, объясняя про знаменитый «опыт с двумя щелями», когда мы либо имеем на экране интерференцию, либо знаем, через какую щель пролетел электрон, и тогда интерференция исчезает. Безусловно, это способствует усвоению той самой идеи про «дуализм». В данном случае имеется в виду очевидное наличие волновых свойств у частицы. Самые-самые внимательные и вдумчивые должны были уже давно натолкнуться на все эти вопросы еще в связи с фотоном, в частности с трудом пытаясь вообразить себе фотонную картину опыта Юнга.

Конечно, не нужно утверждать, что квантовые эффекты проявляются только в микромире, это не так (как и — мы это рассматривали — неверно утверждение, что все релятивистские эффекты существуют только при малых скоростях). То, что мы не проваливаемся сквозь пол, — непосредственное следствие законов, описывающих атом, а это исключительно квантовая область. Если об этом подумать, станет ясно, что вообще весь макромир выглядит так, как он выглядит, только потому, что атом — такой. Ну, а в нем все подчиняется исключительно квантовым законам. Несмотря на этот комментарий, мы все же не будем подробно разбирать, как один только принцип неопределенности позволяет определить по порядку величины атомные размеры. Хотя можно заметить, что из него уже следует, как минимум, устойчивость атома. Действительно, гипотетическое падение электрона на ядро им запрещается, поскольку подобное бы означало, что у электрона в какой-то момент времени точно известны и скорость, и координата, чего, как говорит соотношение неопределенностей, быть не может.

Поражает ли их это всё? Всецело зависит от того, как вы это преподнесете. А первый закон Ньютона их поражал? Если нет, то, в общем-то, зря — там есть чему поразиться. И второе начало. И уравнения Максвелла. Да мало ли что! Как преподнести. (Вероятно, трудно представить банальность, большую, чем эта!)

Итак, сэкономив еще и на соотношении неопределенностей, записанном через энергию и время, исключительно поверхностный этот разговор об идеях, положенных в основу квантовой теории, наконец закончим. Конечно, ни единого слова об операторах и, вообще, о математической стороне квантов: в школе это бесполезная потеря времени, увы. Не рассматриваем, естественно, как и раньше в таких случаях, всевозможные факультатив, кружок, спецкурс или что-либо подобное — речь идет исключительно об уроке, как и всегда. Задач здесь, будем считать, нет, а посему закончим.

Отступление 21-е

ДЕТИ

Это последнее отступление, и посвящено оно будет непосредственно клиенту. Дети, как уже можно было понять по всему предшествующему, играют не последнюю роль в нашем ремесле, поэтому несколько слов, с которых логичнее было бы начать, сделав это отступление первым, но, тем не менее, лучше сейчас. Нам бы очень хотелось, чтобы постепенно — ненавязчиво и постепенно — был прояснен тот *образ* ученика (а затем выпускника), который может считаться образцовым, и в достижении которого — главная задача. Когда мы пишем бумаги на какие-нибудь там разряд, категорию или что-нибудь еще в этом роде, мы описываем так или иначе этот образ, правда, с некоторым вымученным, как правило, наукообразием. И мы, будучи в свое время в том же положении, что и все, и сочиняя соответствующую бумагу, отличительных особенностей этих выделили четыре, а именно:

1. *Оспособленность к работе с абстрактным содержанием.* Под этой поистине эзоповой формулировкой кроется, по сути, банальная *хорошая учеба.*

2. *Оспособленность к рефлексии.* На самом деле под этим скрывается не просто «голову на плечах иметь», нет, нечто большее, а именно *интеллектуальность* как некое важное свойство личности и непременно — *критичность.*

3. *Оспособленность к существованию ценностей* — то, без чего и критичность, если вдуматься, невозможна. *Совесть.* Признание ее некой реальностью. Тот самый пресловутый «нравственный закон внутри нас».

4. *Высокая степень сформированности волевых навыков.* Не окончательная «сформированность», поскольку дети. Но все же. *Воля* как возможность хоть что-то делать с самим собой, то, без чего никакие задачи по формированию у него чего бы то ни было неосуществимы принципиально.

Примерно так, если формулировки, предназначенные для аттестационной комиссии, несколько приземлить для житейского восприятия. Надеемся так или иначе этот образ у читателя уже практически выкристаллизован, именно его формированию и были, в общем, посвящены все предыдущие отступления, да и вообще все написанное. И теперь, когда сам образ прояснен максимально, хотелось бы сказать нечто о том, что совершенно необходимо для его формирования. Для того, чтобы формировалось вообще что-либо. То, без выполнения чего все сказанное во всех предыдущих отступлениях не имеет никакого смысла, поскольку все равно не получится, так что можно было их даже и не читать, равно как и весь остальной текст.

Итак, что же-таки самое главное? Самое главное — чтобы дети *слушались.* Слушаются ли они, выясняется, как уже говорилось, в первые двадцать минут первого урока, и в дальнейшем это уже, как правило, никаких кардинальных изменений не претерпевает. И все это прекрасно знают. Как минимум, по своему школьному опыту — все. Все прекрасно помнят по своей школе, что были учителя, у которых «сидели», а были, у которых «не сидели». Нет ни одного человека (и никогда не было), кто бы не понимал этого «сидят — не сидят», поистине увековечивающего своей абсолютной неотменяемостью и сам этот бессмертный ученическо-учительский дискурс. Нет ничего в школе более постоянного, незыблемого и при этом самого что ни на есть актуального, чем вот это. И все прекрасно помнят: у кого «сидели» — «сидели» с первой минуты. У кого «не сидели» — «не сидели» никогда. В этом воспоминании есть крошечная неточность. Как уже говорилось подробно в прошлом отступлении, чтобы «не сидели» с самого-самого начала — не бывает. Ученики ждут, ждут, что вот у этого (этой) «не сидеть» будет невозможно! «Строгая-а-а-а!» — не просто с уважением, с восторгом. Только глупец считает это голым преклонением перед силой — Боже избави! У нормального ученика это чувство удовлетворения от того, что где-то в мире есть *норма.* И ему посчастливилось ее встретить. Есть-таки на земле *правильный порядок вещей,* как у него в голове. Где учителя *слушаются* — и не слушаться его нельзя. Где есть это *нельзя,* где есть *табу,* где есть хоть что-то доброе, справедливое и — *правильное.* «Не сидят» — это всегда разочарование. Предательство. Предательство нормы, разрушение картины мира. Его, ученической, идеальной картины, где все *правильно.* И пусть от «не сидят» учителя, у которого нет дисциплины, будет много выгод: можно не учиться, никогда не делать дэээ, веселиться вдоволь — это польза низкого пошиба, и первый, кто это осознает, — ученик. Ущерб — душой он это чувствует — несомненно, преобладает над этой мерзкой «пользой», и он бы — не променял.

Будь у него выбор, он бы, не сомневаясь, предпочел бы хорошего и строгого учителя, у которого придется учиться, вот этому, у которого «не сидят». Нет ничего важнее в школьной жизни, вообще ничего — и для ученика и для учителя — этой самой извечной оппозиции. Она есть поистине альфа и омега школьного бытия и определяет без остатка все остальное, что только есть в школе, что только может в ней быть: «сидят — не сидят». Поговорив в очередной раз про преимущества «богатства и здоровья перед бедностью и болезнью», обратимся наконец к вопросу вопросов — *как*? Все же любому даются эти самые двадцать минут. Даются — мало этого: все участники так или иначе надеются, что у него *получится,* все ждут только хорошего, как это ни странно. О, этот парадоксальный дар судьбы! Вдумавшегося никогда не перестанет поражать сам факт несомненного оставления нам этого шанса. Как будто Адам еще не пал и мир — извиняемся за этот штиль — еще не помрачен. И человек более обращен к добру. И хочет — его, и ожидает — его. И зримо предпочитает его страстям — ну уж! И вот он выходит — этот, с позволения сказать, «педагог» и начинает у доски что-то плести, тошнотворное и ужасное. Про то, что «мы, надеюсь, подружимся». Про «важный предмет», про «я сам был таким» и прочую чушь. И ученики с тоской начинают понимать — не то. Снова. И дерзить. Сначала — с досады. Потом — от «страстей». И все. И все как обыкновенно — и Адам-то пал, и рая-то нету. И прошло-то всего ничего — каких-нибудь двадцать минут...

Так как же? И что — спасти вот это положение, сделать все правильно, стать тем, у которого «сидят» — прям вот так вот и «мир спасти»? Знаете, в некотором смысле — да. Да. (Прямо-таки Голливуд!) В одном отдельно взятом классе. Даже на одном отдельно взятом предмете — четыре или сколько там раз в неделю, короче, согласно расписанию — да. Целых четыре раза в неделю мир для них будет хорош, *правилен* — порядочен, справедлив, добр, интересен. И сами они будут — в эти часы (чуть меньше — без учета перемен) хороши — добры, справедливы, благородны. Умны, вежливы, предусмотрительны, инициативны — что угодно! Да, это так. И другие, у кого «не сидят», их откажутся узнавать, если случайно увидят на вашем уроке. И вы откажетесь узнавать — у них. Впрочем, вам никакого разочарования не грозит, поверьте. Никогда. Если вы придете зачем-либо на урок, где они «не сидят», они замрут как мышки — вы же пришли! — и вы ничего не увидите. Ах, этот чисто квантовый эффект влияния наблюдателя: все-то происходит совсем не так, как если бы вас не было! Вы думаете, они согласятся вас разочаровывать? Покажут вам, что вы зря думали о них хорошо, а на самом-то деле они... Да никогда! Уверяем вас, вы ничего не увидите, можете даже не ходить. Да и не надо вам в них разочаровываться, ни к чему это. Они там «не сидят» — это не их вина. Глупо сетовать на тигров только на том основании, что глупый дрессировщик почему-то решил исходить из того, что они «сразу подружатся» и что тигры будут всегда с радостью прыгать с тумбы на тумбу «и так». Тигры-то при чем! Наиболее далекие от профессии с неимоверной радостью ухватятся за «существенный» изъян этой аналогии. «Но тут-то люди!» И да, и нет. Тут — *дети*. Нравственное и волевое у них — в норме — *не сформировано*. И только еще формируется. Эта истина — в каждом учебнике по педагогике, в какой ни загляни. И исходить из того, что все это сформировано, — безумие. Аналогия совсем не так «хромает», как кажется на первый взгляд. Не говоря уж о том, что и взрослые подчиненные, от хищников вроде как весьма далекие, и с нравственно-волевым, сформировавшимся вроде как давным-давно, точно так же будут всматриваться в нового начальника — готов ли он руководить, может ли. Разве что выглядеть это будет незаметнее, но сути не меняет.

Так как же, наконец, *как*?!

Не знаем. Почему у одного сидят, а у другого не сидят — не знаем. Ну, т.е. знаем, конечно, но вот *научить* этому... Трудно сказать однозначно, насколько это возможно, уверенности нет.

История. Когда один студент педагогического института приходил в школу, завуч этой школы — известная к тому моменту уже, наверное, половине математической Москвы Валентина Афраимовна Симановская, «собеседовала» его при приеме на работу. Он был, кстати, последним сотрудником, кого она приняла на работу, будучи завучем, впоследствии она возглавляла в этой замечательной школе исключительно математиков, и он ни дня не был, таким образом, ее прямым подчиненным. По этой причине и на уроки к нему она не ходила — ни разу.

И он не ходил к ней. Он переходил ко всем учителям, каких только застал, а к ней ходить как-то смущался. А потом она ушла из школы. Так ни одного ее урока он и не видел — только какие-нибудь пять-семь минут ученического фильма, снятого к последнему звонку (она там просто стояла у доски и что-то объясняла — даже не слышно что). Он до сих пор считает ее своим учителем в профессии — по сути, непонятно с чего. Ибо не учила она его ни секунды — ни так, ни эдак. Это, можно заметить, пилотаж самый высший. Представьте себе, вы дали в чужом классе одну замену. Почти что поговорили с ними в коридоре. А они считают себя *вашими* учениками. Говорят, что все-то поняли «благодаря вам». Каково?! Именно с этим самым чувством, какое мы, в норме, всегда испытываем к своему самому дорогому учителю, он и думает о ней, вспоминая тот самый эпизод.

Так вернемся к эпизоду. К своему первому и единственному собеседованию такого рода студент, понятно, внутренне готовился. Настраивался. Формулировал. «Мои педагогические принципы». «Профессиональная концепция». Основные положения. Обоснования. В общем, все в таком духе. Она же задала единственный вопрос: «Скажите, у вас дети на уроке *сидят*?» Вот эта единственность — этого вопроса — мгновенно подтвердила уже выкристаллизовавшуюся к тому времени догадку, что остальные вопросы в общем, вполне факультативны... Он ответил утвердительно и, понятно, стал, ну не то чтобы бояться, но задумываться. Опасаться. А сидят ли? И хотя на педпрактике они, безусловно, сидели, все время от этого разговора до первого урока автор этих строк прожил в некоем смутном беспокойстве. Это лишнее — не беспокойтесь. Если сидят, так сидят, чего уж там...

Как-то нам довелось услышать сентенцию, почти что к нам и обращенную: дело-то, мол, в том, что безукоризненно воспитанные дети — наш контингент. А вы, мол, попробуйте на других. Ну, выражено все это было более витиевато — сообразно натуре говорившего. Что де педагогические наши умения узкоприложимы и культурная наша парадигма обусловливает ограниченность поведенческого ее воплощения, обусловленного в свою очередь,... ну и все в том же духе (мы давно заметили, что почти все пишущие нечто философское рано или поздно и в разговорной речи начинают изъясняться на этом птичьем языке). Короче — сидеть не будут. Здесь — сидят, в нашей-то школе. А там — не будут. «Ограниченность парадигмы». И конечно, стало любопытно. И хоть для этого ровным счетом ничего отдельно не предпринималось, судьба сама подкинула возможность это проверить. В одной из поездок нам довелось поработать, и довольно долго, в поселковой школе — весьма далеко. И потом было еще много-много приездов, занятий с местными учениками подготовкой к ЕГЭ — да и не только. Короче, была весьма полноценная возможность в неверности этой сентенции убедиться. Она не верна. Если уж у вас сидят — будут, скорее всего, сидеть все. Любые. Дети отличаются одни от других, может, и сильно, да все же не настолько...

Однако мы умудрились отвлечься снова. Мы остановились на вопросе — «как?» А точнее, на нашем «не знаю». Вообше, вопрос, несмотря на свою невероятную глобальность и, высказываясь безо всякого излишнего пафоса, судьбоносность, достаточно тонок и, можно так выразиться, ускользающ. И всегда вызывают некое предубеждение знающие точный ответ. Какой-нибудь весьма модный когда-то Томас Гордон. Со своим «окном поведения», «активным выслушиванием», а также заменой «ты-сообщений» на «я-сообщения». Все это прекрасно и, вероятно, даже не лишено какого-то смысла, но не панацея уж точно. Вообще — не решение того вопроса, о котором речь. Замена высказывания «ты поступил плохо» на «я недоволен», увы, предполагает, что этот самый «я» *уже* находится в референтной группе для этого «ты». То есть *уже* значим. Так тогда и проблемы нет. В противном случае, если «я» на этом возвышении не находится, ничего не сработает. Ну, недоволен он — оно и ладно, делов-то. А то учителя, у которых проблема с дисциплиной, мало увещевали нарушителей «я-сообщениями» о том, как им досадно, обидно, неприятно и т.д. и т.п. И что, помогло хоть раз? Да, бывают люди, как выражалась одна учительница, эдакий «человек божий». Ничего с детьми сделать не может, ничегошеньки, а они — вы только посмотрите — сидят! Потому что жалеют. У таких тоже все хорошо. Только если вы не «человек божий», вам-то, увы, это все равно без пользы, а симулировать такое невозможно — это понятно... А значит, возвращаемся к нашему вопросу.

Ложным, как ни странно, является напрашивающийся с очевидностью ответ про «личностную выразительность». Надо, мол, что-то собой представлять, *быть интересным* ученикам — и будут сидеть. В силу интереса и уважения к вам как личности. Это все хорошо в теории. Гипотетически. Все прекрасно знают, что сплошь и рядом никакой дисциплины нет и в помине у таких уж «личностей» — интересных, выразительных, разносторонних. А у эдакой «серой мышки», ну ничего собой не представляющей яркого и привлекательного, сидят как миленькие.

Все прекрасно помнят, насколько это вдруг в один момент проясняется в институте. На педпрактике — на третьем, если нам память не изменяет, курсе все друг у друга на виду и все, как правило, видят уроки всех. У нас, по крайней мере, с этим расчетом и организовывалась практика. Так вот *получается*, то бишь «сидят», отнюдь не у самых выразительных и харизматичных. А «самые-самые» неожиданно имеют здесь проблему. Непреодолимую, как уже говорилось, никогда, за исключением первых двадцати минут, оставляемых судьбой специально для ее решения. То ли они этого не понимают, убаюканные своей личностной притягательностью для однокурсников, и приобретают некую ненужную вальяжность вследствие этого, то ли что другое... Но — первые сплошь и рядом становятся последними — и сильное впечатление произвела тогда на всех эта метаморфоза. А у тех сидят! И — ну совершенно невозможно понять, почему.

Мы-то уже, собственно, сказали, что затрудняемся с однозначным ответом на этот вопрос и фальшивые лавры Томаса Гордона нас ну совершенно не привлекают. Но раз уж мы вспомнили об институтской практике, расскажем еще одну историю (не беспокойтесь, уже последнюю в рамках этого — опять же последнего — отступления). Не хотелось бы то, что будет сказано, выдавать за панацею, да и сказано-то это не нами. Подчеркнем это еще раз — во избежание ответственности (а вдруг это тоже не поможет!). Да и вообще, чтобы не приписывать себе чужое. Так вот, перед нашим первым — действительно самым что ни на есть первым уроком на живых детях — мы вдруг все одновременно с какой-то неожиданной и одинаковой пронзительностью поняли. Про эту вот проблему. Что она есть. Что она самая важная в школе. И главное, что вот прямо послезавтра она коснется нас впрямую. Даже не нас — каждого в отдельности. И каждый — сам! — должен будет с ней столкнуться. И не просто столкнуться — ее для себя решить. И от этого — безо всякого преувеличения — зависит вся его будущая жизнь. И нам, понятно, стало не по себе. И мы, как один, захотели рецептов, чтобы кто-то дал нам то, что все анонсируется, но так до сих пор и не дано читателю на этих страницах. Мы поехали — времени не было, первый урок уже вот-вот — домой к нашей преподавательнице по психологии, которую любили и с которой, это было особенно важно для предстоящего разговора, чувствовали себя легко. Она сказала следующее: представьте себе, перед вами класс дебилов. Не в смысле ругательства, нет, а в медицинском смысле. Научить их чему-либо невозможно — по физиологическим причинам. Они все равно ничего не поймут. Ну не научатся они и все — не могут. И все-таки вам *надо* их научить. Во что бы то ни стало. Наперекор всему. Научить, хоть это и невозможно. Надо стиснуть зубы и думать о том, что вы почему-то ну просто *обязаны* это сделать. Хотя это заведомо нереально. И вот если вы будете думать *об этом* и на этом *действительно* сосредоточитесь, все будет хорошо. Идея, в общем, ясна. Дело в некоем переносе акцента с дисциплины как таковой — сама по себе она действительно не нужна — на то, что *осмысливает* ее, для чего только она и требуется. *Без нее не научить*! А научить надо. Обязательно. Предполагается, что практикант добьется дисциплины, чего бы ему этого не стоило, потому что у него есть сверхзадача, для которой эта пресловутая дисциплина и нужна. У него в голове это самое *научить* — ну а без нее никак. Он будет добиваться дисциплины не *как таковой*, но как необходимого условия! А это уже совершенно иной *мотив*. Трудно сказать, помогло ли это. Вернее, *это* ли помогло. Дело в том, что и у нас, как у многих-многих поколений перед нами, у кого-то получилось, у кого-то — нет. Те, у кого не получилось, быть может, просто не восприняли идею нашей Елены Михайловны — «думали о слоне», потому и не вышло. А может, дело совсем не в этом. Кто знает. Но идея хороша. Она о том, что просто так никого научить не выйдет. И просто так никто учиться не будет. Ибо «в поте лица твоего будешь есть хлеб...»: Адам-то все-таки пал. И все не просто так. И сидеть *просто так* — не будут. Ибо они суть потомки его, изъясняясь патетически. Все до единого. Как и все их учителя...

Но закончить сие отступление хотелось бы все-таки не этим. Другим. Этот урок — первый — прошел. В тишине. И значит, все в порядке. И много уроков прошло за ним. Вот здесь на первый план должно выйти другое. В институте нас учили, что в профессиональном становлении учителя можно выделить три стадии: первую, когда он думает *о себе* —

устанавливает дисциплину, учится самым элементарным учительским своим умениям и решает, таким образом, проблему «себя в их глазах». Короче, начинает. Этот этап полностью про него — ему в некотором смысле не до учеников и даже не до предмета. Именно об этом этапе и шла речь в этом отступлении. Второй этап посвящен деятельности. Он, совершенно выяснив, наконец, все вопросы первого этапа, задумывается о том, как научить. Дисциплина есть, его образ в их глазах сформирован такой, какой ему нужно, рабочая обстановка безупречная — только учи. Как? Второй этап посвящен решению уже этой проблемы — дело дошло до предмета. Этот этап — о нем, не об учениках. *О предмете.* О том, как научить. Именно этому посвящена вся эта книжка. И лишь на третьем этапе доминировать начинает ученик. Учитель выяснил, наконец, все вопросы и с собой, и с предметом — и задумался о том, что нужно клиенту на самом деле. И здесь главное — его личность, его особенности, его надежды и планы, короче — *он.* Разумеется, эта схема всегда предъявлялась с непременной оговоркой, что о переходе в следующий этап может идти речь, только если продуктивно пройден предыдущий и все проблемы, присущие ему, решены. Итак, этап третий — об *ученике.* Ему не было отдельно посвящено ничего — правда, косвенно практически все. Понятно, что дума об ученике не приходит на смену обучению; обучение, естественно, продолжается и плодотворно. Просто дидактические проблемы уже решены и, стало быть, потеряли свою актуальность и остроту. Просто акцент в голове учителя — уже не на них. Именно на этом этапе — и только на нем — учитель имеет шанс выполнить всегдашний завет той самой Валентины Афраимовны «любить ученика больше своего предмета», только на третьем этапе возможно дотянуться до такого.

Именно на третьем этапе можно полюбить так называемые родительские субботы — не путать с родительскими собраниями (полюбить которые, кажется, сложно на каком угодно этапе). Нет, родительские субботы — другое. Это когда родитель приходит к вам один, а не разом родители всех двадцати пяти — процедура, внешне организованная как в районной поликлинике, когда принимает терапевт. То, что вы ему скажете, не так важно. Весьма немногие родители как воспитатели эффективны настолько, что обращение к ним способно что-то в корне улучшить в смысле учебы вашего клиента. Если уж это по каким-то причинам недостаточно удается вам — пусть это не покажется нескромным, но это так — маловероятно, чтобы родитель тут что-то существенно улучшил. Да и он-то первый рад сообщить вам, что у вас шансов больше. Половина еще помощи у вас попросит! Если вы нормальный учитель и первые два этапа пройдены успешно, вы от половины родителей услышите: «Повлияйте уже как-нибудь», «Только вас и слушает...», «Только ваш-то предмет и учит...». Нет, дело не в том, что вы *скажете родителю*, пусть он и пришел-то только за этим. Нет, важно, что вы *услышите от него.* Здесь бывают всяческие курьезы. Вы с изумлением узнаете, что этот балагур — любимец всей прекрасной половины класса и большой, как любят выражаться некоторые учащиеся, «пофигист», мальчик, оказывается, до болезненности робкий, ранимый, страшный интроверт, неуверенный ни в чем и ни в ком, панически боящийся любой новой ситуации — и все

в том же духе. Вам начинает казаться, что вы что-то перепутали, что речь о ком-то другом. Вам открываются дали. Начиная с родителя эдак с третьего, вы начинаете любить родительскую субботу. Вы начинаете любить слушать, а не говорить. Вам интересно, что же собой представляют ваши ученики *на самом деле.* Каковы они — не на вашем уроке. Не только в качестве ваших учеников. «Нетягостность» родительской субботы — вот этого самого *слушания* о них — косвенный признак того, что третий этап, возможно, уже имеет место. А вы и не заметили.

Вообще, родительские субботы, как, наверное, ничто другое в школе, связаны с курьезами. Один коллега любит пересказывать диалог — совершенно стандартный, повторяющийся хотя бы раз в год и выглядящий примерно следующим образом:

— Ну, как у нас? — чья-то мама.

— Знаете, ничего. Даже лучше, чем в прошлой четверти (полугодии — наугад называется тот или иной отчетный период). — Способности есть, но ленится...

— Ой, а как предмет-то ваш любит, как любит! А на что внимание обратить?

— Да на домашние задания прежде всего. Не всегда делаются добросовестно, да... Иногда так-сяк.

— Конечно, конечно!..

Ну и минут пятнадцать в таком духе. Мы, понятно, были вынуждены существенным образом эту суперсодержательную беседу подсократить...

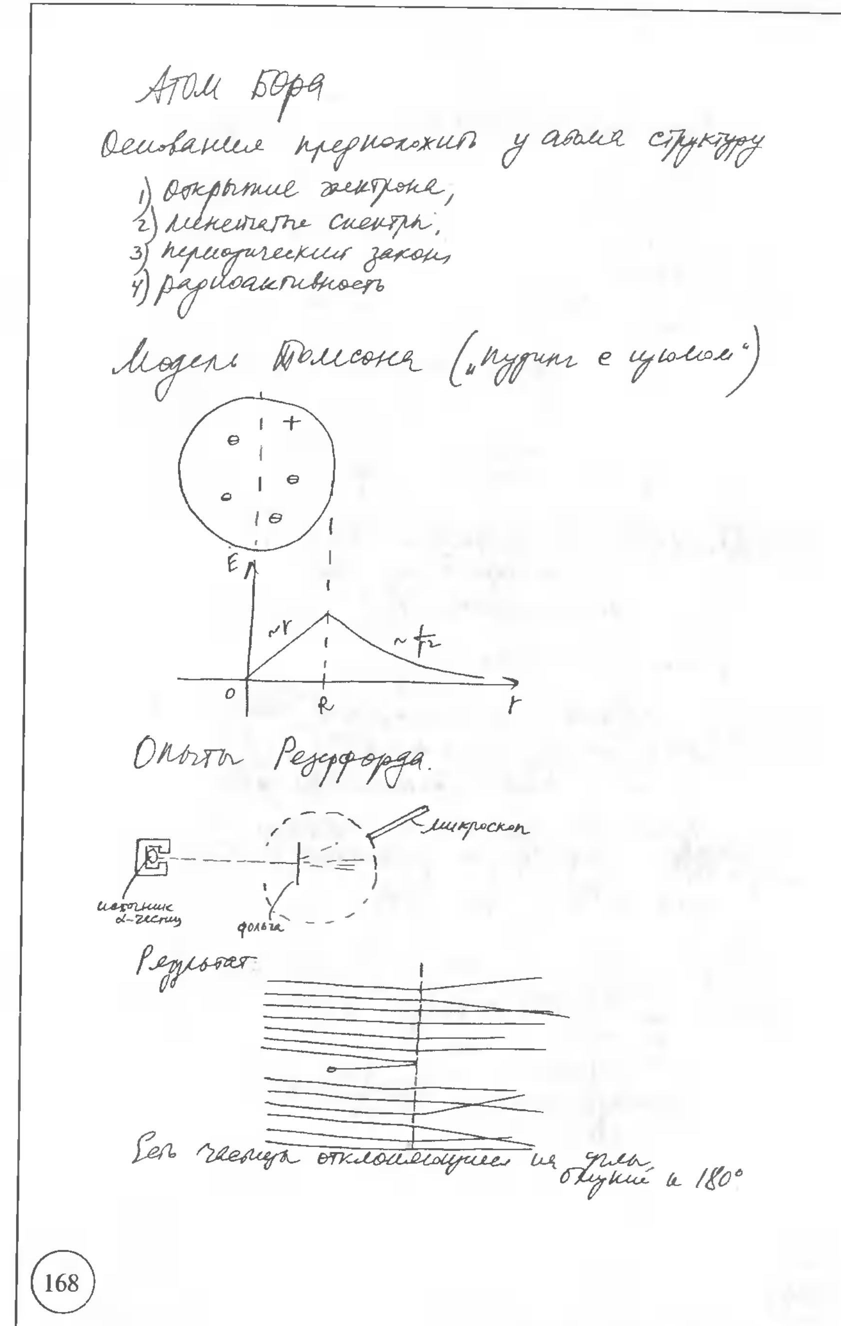
Родительница и учитель расходятся вполне довольные друг другом, мамаша так даже на подъеме: способности есть, но ленится. Господи! Да кто ж из детей не ленится?! Может, на Марсе такие и есть, но на Земле вряд ли. А вот способностей могло бы и не быть — вон у скольких нету. Да и здесь не всякий про способности говорит, а вот этот, поди ж ты, сказал. Хорошо.

Пикантность ситуации состоит в том, что мамаша по незнанию даже не обозначила в начале беседы не то чтобы фамилию и класс, но даже пол ребенка. А учитель, непростительно замешкавшийся все это выяснить сразу, впоследствии уже постеснялся — ну не делать же это через две минуты разговора непонятно о ком! — и всю дорогу так и говорил вслепую, не имея ни малейшего представления, чья эта мамаша и о ком вообще они говорят. Пикантность, разумеется, не выяснилась, но и ясность не наступила, хотя учитель и пытался изо всех сил натолкнуть маму на какой-либо выразительный эпизод или, на худой конец, грамматическую конструкцию, позволяющую прояснить хотя бы пол ребенка... Как же так, такой непрофессионализм — скажут гипотетические «многие». Ничего особенного, правда. «Но он же не сказал, таким образом, ничего!» Да. И не сказал ничего плохого — быть может, единственный на этой родительской субботе. И мама ушла довольная — наконец-то все в порядке, все нормально, наконец-то хоть кто-то доволен.

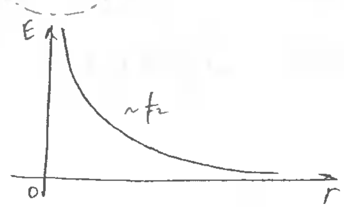
Нет, поймите правильно, мы отнюдь не ратуем за такое вот замечательное безобразие, которое описано. И отнюдь не утверждаем, что учитель не найдет сказать ничего хорошего, если только поймет, о ком идет речь. Мы не о том, это просто шутка. Просто он не сказал — в данной ситуации на всякий случай — ничего плохого. А это уже немало, поверьте. Это уже очень много. И настоящая радость для родителя — и еще какая! А для иного — так просто праздник настоящий на месяц вперед. Всего-то навсего — не сказать о ребенке плохо. Третий этап.

НА ДОСКЕ

листы № 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175.



Ядерная модель



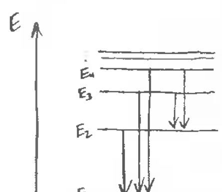
Проблема: эл-н излучает ⇒ теряет W ⇒
⇒ „падает на ядро"
Атом неустойчив.

Постулаты Бора.

1) „Существуют стационарные состояния." Для эл-на: $mvr = n\hbar$ $\left(\hbar = \frac{h}{2\pi}\right)$ („условие квантования орбит")

2) „Излучение при переходе между стац. состояниями излучается фотон"

Для фотона: $h\nu = E_k - E_n$



$$\underbrace{\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h}}$$

Обобщенная формула Бальмера.

Из опыта:
Спектр водорода

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$$ n, k — целые, R — пост. Ридберга

„Получим из постулатов Бора"

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \\ m\frac{v^2}{r} &= \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{aligned}\right\} \qquad v^2 = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m} \qquad E = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}$$

$$mvr = n\hbar$$

$$m^2v^2r^2 = n^2\hbar^2$$

$$m^2\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m}r^2 = n^2\hbar^2$$

$$\underbrace{r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0}{me^2}\hbar^2 n^2}$$ — „разрешенные орбиты"

$$E_n = -\frac{e^2 m e^2}{8\pi\varepsilon_0 \cdot 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 n^2} = \underbrace{-\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}}$$ — „разрешенные энергии"

$$\nu_{kn} = \frac{E_k - E_n}{h} = \frac{E_k - E_n}{2\pi\hbar} = \underbrace{\frac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)},$$ где

$$\underbrace{R = \frac{me^4}{64\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3}}$$ — пост. Ридберга.

Элементы квантовой механики

Гипотеза де-Бройля.

„Корпуск.-волновой дуализм универсален"
„Он присущ веществу как и излучению"

Волна де-Бройля.

„Как у фотона" $p=\frac{h}{\lambda}$; $\lambda=\frac{h}{p}$

Для нерелятив. частицы ($v \ll c$) $p=mv$

$$\lambda=\frac{h}{mv}$$

Макротело: $m\sim 1$кг, $v\sim 1\frac{м}{с}$

$$\lambda\sim\frac{10^{-34}}{1\cdot 1}\sim 10^{-34}\ (м)$$ — „ненаблюдаемо"

Смысл $|\Psi|^2=\frac{dW}{dV}$ (плотность вероятности нахождения частицы)

Т.е. предсказывается <u>вероятность обнаружения</u>

Ур-е Шредингера

$$\nabla^2\psi+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0,$$ где

$$\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Одномерный случай

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0$$

Пусть — прямоуг. потенц. яма

При $0<x<l$ $U=0$

При $x<0$, $x>l$ $U=\infty$

В области где $U=0$ ($0<x<l$):

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2mE}{\hbar^2}\psi=0,$$ т.е.

$$\psi''+k^2\psi=0,$$ где $k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$

Решение (по аналогии с ур-ем гарм. колеб.)

$$\psi(x)=A\sin(kx+\varphi)$$

Граничные условия.

При $x=0$ $\psi=0$

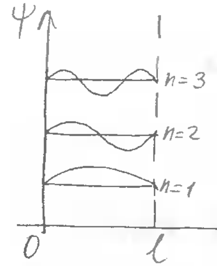
$0=A\sin\varphi \Rightarrow \varphi=0$

При $x=l$ $\psi=0$

$0=A\sin(kl)$

$kl=\pi n$,

$$\psi(x)=A\sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right)$$



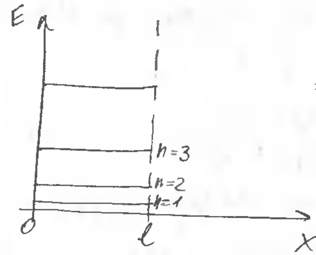
„Плотн. вероятности нахождения частицы" $|\psi|^2$

$$kl = \pi n$$

$$k^2 l^2 = \pi^2 n^2 \,; \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$$

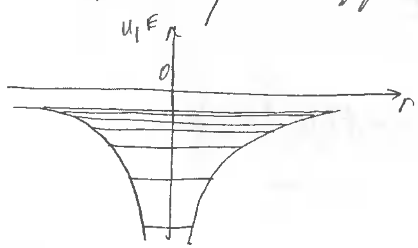
$$\frac{2mE}{\hbar^2} l^2 = \pi^2 n^2$$

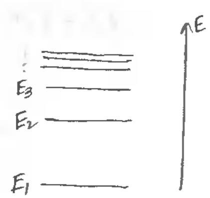
$$\boxed{E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2} \quad – \text{(„дискретный набор")}$$



$$\Delta E = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}\left[(n+1)^2 - n^2\right] = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}\left(n^2 + 2n + \cancel{1} - n^2\right) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n$$

Атом Бора – „дискретный набор энергий"





173

„Таблица Менделеева"

$\psi(n, l, m, m_s)$

Квантовые числа:

n – главное

$l\,(0, 1, 2, \ldots, n-1)$ – азимутальное

$m\,(-l, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, l)$ – магнитное

$m_s\,(\pm\frac{1}{2})$ – спиновое

$n=1$ $l=0\,(s)$ — $m=0$ (2) $\underline{2}$

$n=2$ $l=0\,(s)$ — $m=0$ (2)
$l=1\,(p)$ — $m=-1,\ m=0,\ m=1$ (6) $\underline{8}$

$n=3$ $l=0\,(s)$ — $m=0$ (2)
$l=1\,(p)$ — $m=-1,\ m=0,\ m=1$ (6)
$l=2\,(d)$ — $m=-2,\ m=-1,\ m=0,\ m=1,\ m=2$ (10) $\underline{18}$

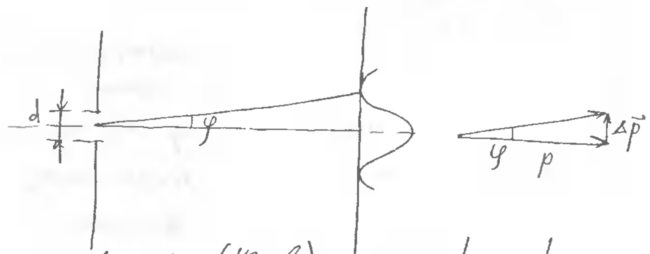
(9) F $1s^2 2s^2 2p^5$

(11) Na $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

(18) Ar $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

174

Соотношение неопределенностей



$$d\varphi \approx \lambda \quad \left(\begin{smallmatrix}\text{услов.}\\ \text{1-го min}\end{smallmatrix}\right), \qquad \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

$$\Delta p \approx p\varphi$$

$$d\,\frac{\Delta p}{p} \approx \lambda$$

$$d\,\frac{\Delta p}{\cancel{p}} \approx \frac{h}{\cancel{p}}, \qquad d = \Delta x$$

$$\underline{\Delta p_x \Delta x \approx h}$$ — Соотношение Гейзенберга

Макромир:

$$\Delta p_x \sim 1\,кг\,\frac{м}{с}$$

$$\Delta x \approx \frac{h}{\Delta p_x}, \qquad \Delta x \sim \frac{10^{-34}}{10^{0}} \sim 10^{-34}\,(м)$$ —

— допустимо представление о траектории.

175

Глава 4
ЯДРО

Первое, о чем хотелось бы сказать, — что это, в общем, финал. По всем приметам пора бы решать сложные задачи из разных разделов, да и приступить к писанию вариантов — перед экзаменом. Посему ядро хотелось бы пройти не то чтобы уж совсем вскользь, но, скажем так, не замедляясь. Поэтому лучше не проходить его так, как проходился атом, в исторической, так сказать, последовательности, как это излагается во многих учебниках и требует чуть ли не главы там, где хватает параграфа. Не будем рассматривать последовательно все эти этапы — открытие протона, открытие нейтрона, изучение свойств... Вывести здесь нельзя почти ничего, так что будем кратки (*Пинский*). Итак, по современным представлениям ядро состоит их двух видов частиц — протонов (положительные) и нейтронов (нейтральные) примерно сходных масс (нейтрон несколько массивнее). Их массы много больше массы электрона, именуются — нуклоны. Понятно, что нужно немедленно предположить наличие ядерных сил и немедленно предположить их «сильными» и короткодействующими. Действительно, все протоны охвачены кулоновским отталкиванием, тем не менее, ядро устойчиво, значит, действуют некие другие силы — не электрические. Они — силы притяжения и на расстояниях порядка размеров ядра превышают кулоновские. Введем потенциальную энергию, связанную с этими силами; она, разумеется, отрицательна (как энергия притяжения) и нулевая на бесконечности.

Из опыта известно, как удельная потенциальная энергия (энергия, приходящаяся на один нуклон) зависит от числа нуклонов в ядре (*A* — «массовое число»). Этот график имеет минимум в районе железа. Это значит, что минимальная энергия одного нуклона именно в ядре железа — в иных ядрах его энергия больше. Стало быть, любому нуклону энергетически выгодно оказаться в ядре железа, а не каком-либо другом. Отсюда понятно, что в этом стремлении к состоянию железа легким ядрам энергетически выгодно сливаться («синтез»), а тяжелым — делиться («распад»). Именно эти ядерные превращения энергетически выгодны в том смысле, что энергия «освободится», выделится, ибо энергия всех нуклонов после означенных превращений окажется меньше, чем была до них. Возникает немедленно вопрос, почему же водород вокруг нас непрерывно не превращается в гелий, а уран не делится. К этому и перейдем, но сначала скажем — в качестве своеобразного отступления — буквально два слова о том, из каких соображений тот график, на который мы так уверенно ссылались, принципиально мог быть построен. Дело в том, что на излете разговоров про СТО мы вывели формулу для энергии покоя частицы и выяснили, что если частица эта состоит из взаимодействующих частей, а ядро — это именно этот случай, ее масса не равна сумме масс этих частей. Она отличается от этой суммы слагаемым W_p/c^2, где W_p — как раз энергия взаимодействия. То есть масса ядра меньше суммы масс составляющих его нуклонов на величину W_p/c^2, где W_p — потенциальная энергия ядерного взаимодействия, о которой шла речь. То есть $M_{ядра} = Zm_p + (A - Z)m_n + W_p/c^2$; W_p — напоминаем — отрицательная. Понятно, что, измерив экспериментально $M_{ядра}$, а также мировые константы m_p и m_n, мы можем подсчитать потенциальную энергию взаимодействия нуклонов в любом ядре и далее, разделив получившееся на число нуклонов, — и энергию, приходящуюся на нуклон.

Мы пояснили принципиальную возможность построения графика, на который сошлемся еще не раз. Единственно, стоит сделать абсолютно одну обязательную оговорку, иначе ученик наш ни один учебник прочитать в результате не сможет, ибо не найдет там нигде этой кривой с минимумом на железе. Дело в том, что можно — так и сделано — записывать все не через потенциальную энергию, обсуждаемую нами, а через *модуль* ее. Назовем это «энергией связи», т.е. энергия связи по определению — модуль потенциальной энергии взаимодействия нуклонов: $E_{св} = |W_p|$. Соответственно, формула наша для масс запишется как $M_я = Zm_p + (A - Z)m_n - E_{св}/c^2$ — масса ядра *меньше* сумм масс нуклонов на величину этой самой энергии связи. Величина, как мы помним, имеет отдельное название и именуется «дефектом массы» — Δm. Итак, $\Delta m = E_{св}/c^2$ (все величины положительные). Соответственно, график наш — не через потенциальную энергию, а через энергию связи — получится «отраженным» от оси абсцисс, «железный минимум», понятно, вследствие этого превратится в максимум — и этот-то график они и увидят во всех учебниках. Ну и ладно, но, быть может, так и стоило сразу его рисовать? Может быть. Но тогда было бы гораздо труднее объяснять простую — на нашем графике — вещь, что легким выгоден синтез, а тяжелым деление. С нашим графиком все просто — энергетически выгоден минимум. Уже обсуждалось, что система стремится минимизировать запасенную энергию, и коль скоро на нуклон приходится минимальная энергия, если этот нуклон — в ядре железа, это ядро и является «самым выгодным». Объяснять все это, имея перед глазами некий максимум, просто более трудоемко, хотя, конечно, возможно. Долго, косвенно, основываясь на определении энергии связи как работы, которую требуется совершить для разделения ядра на нуклоны, и все равно рискуя только лишь создать путаницу.

Вернемся к вопросу об отсутствии непрерывного деления всех тяжелых ядер вокруг нас и синтеза всех легких. Дело в том, что ядерные силы, как уже говорилось, сильнее кулоновских; и для того чтобы кулоновские силы могли разорвать ядро на осколки (близкие как раз к середине таблицы Менделеева), требуется, чтобы нуклоны «вышли» за пределы зоны действия ядерных сил. Для этого нуклоны должны начать колебания и тогда — в процессе них — такое возможно. Но для этой «раскачки» требуется некая стартовая энергия, которая впоследствии с большим приращением вернется: во-первых, в виде излучения (осколки появятся в возбужденном состоянии), во-вторых, кинетической энергии осколков. Но вначале она необходима, если ее нет, нуклоны не покинут зону действия ядерных сил и распада, несмотря на его «выгодность», не произойдет. Аналогично с синтезом. Здесь, как понятно, стартовая энергия требуется для того, чтобы отталкивающиеся электрически ядра сблизились бы до зоны действия ядерных сил — на расстояния, при которых ядерные силы уже больше кулоновских. Затраченная на это сближение энергия опять же с лихвой вернется в виде излучения, которым будет сопровождаться синтез, но без этой стартовой энергии синтез невозможен. Это объясняет, почему водород не превращается в гелий, а гелий в литий повсеместно. В случаях же, когда эта стартовая энергия находится, соответствующие ядерные реакции происходят. Деление тяжелых ядер, как известно, бывает неуправляемым (атомная бомба) и управляемым (ядерный реактор), синтез же легких — лишь неуправляемый (водородная бомба), хотя никакого принципиального запрета на создание управляемого, естественно, нет и здесь речь идет о чисто инженерных трудностях его воплощения. Несколько слов о каждом из этих типов ядерных реакций.

Реакции деления. Здесь вы рассказываете о цепной реакции, критической массе, бомбе и реакторе — не будем ни на чем из этого подробно останавливаться, ибо никаких особенных аспектов для школы здесь не видим, а степень подробности в этой теме, как нигде, в зависимости от наличия времени и всецело на усмотрение рассказчика. Многие вдаются здесь в весьма большие подробности — про все эти U-238 и U-235, какой подходящий, а какого много, как происходит обогащение и т.д. и т.п. Аналогично с синтезом; здесь, правда, интересного побольше. Кроме отличия водородной бомбы от атомной (т.е. урановой), ядерной ночи и ядерной зимы, здесь есть еще кое-что любопытное. Это — эволюция звезд. Их рождение, жизнь и смерть (по Шкловскому, например). Можно не просто затронуть — рассказывать долго. Что наше Солнце — желтый карлик в среднем возрасте, как превратится в белый и будет остывать, как перед этим раздуется в красный гигант и, представьте себе, ровно до размеров земной орбиты. Ученикам почему-то представляется на редкость романтичной перспектива сгореть на поверхности

Солнца. Они страшно воодушевляются и неожиданно интересуются подробностями, полагая почему-то, что уж их учителю-то все они известны наверняка и притом досконально. Они забывают про пересказанного вами Шкловского и совершенно серьезно задумываются о «тщете всего сущего», так что вам впору переходить к Экклезиасту. Что, однако, хотелось бы тут отметить. Про эволюцию звезд лучше рассказывать по возможности как можно более «физически», т.е. с ясными, хотя пускай и чисто качественными пояснениями каждого этапа. Чтобы они поняли, что и звезда (даже звезда!) все делает согласно все тем же — еще недавно пройденным — законам. Что законы эти — всеобщи и универсальны, что и обусловливает всю эту величественную картину жизни звезды, ее рождения и смерти и в конечном итоге все земное, что только мы видим и даже не видим вокруг.

Нам остается радиоактивность. В принципе неудивительно, что из разных ядер с одним числом изотопов, но разным числом нейтронов (изотопы) есть устойчивые и неустойчивые; понятно, что есть конфигурация с минимальной запасенной энергией, она и есть наиболее энергетически выгодная. Остальные подвержены либо спонтанному делению, либо распадам. Те ядра, которым наиболее выгоден α-распад, испускают α-частицы, β-распад — электроны. Суть последнего, понятно, в превращении одного из нейтронов в протон и электрон (который и испускается), превращение, обнаруживающее фундаментальное свойство элементарных частиц — способность к взаимопревращениям. Схему α- и β-распадов следует написать, закон вывести. Для одиннадцатиклассника там запредельного нет уже ничего, а множить без крайней необходимости то, что выводится, но предъявляется при этом без вывода, не стоит. Наоборот, в непосредственной близости к экзаменам уместно еще раз подчеркнуть исключительную аналитичность предмета, в котором — не в школе, а вообще, на самом деле — все, кроме определений и минимума заимствований из опыта, выводится. Природа ведет себя вполне по Галилею: эта книга написана — и открыта. И всякому, читающему на этом самом языке, безусловно, доступна и ясна. И ясность эта хороша. Особенно сейчас, когда задач не было уже давно (финальные разделы таковы, никуда не денешься) и каждая аналитическая деталь — на вес золота, ибо возвращает истинную стилистику предмета. Соответственно, постоянную и период полураспада ввели, радиоактивные цепочки рассмотрели — без этого не понять, почему в атмосфере встречаются ядра, период полураспада которых — считанные минуты, а их все же всегда можно обнаружить. Что касается пресловутой проникающей способности и, соответственно, защиты от облучения, бывает путаница. Наименее опасно α-излучение, поскольку тяжелые и заряженные частицы хорошо взаимодействуют

с атомами и, стало быть, скорее всего, останутся в замедлителе, который, стало быть, нужен весьма условный (одежда). Но это же α-излучение наиболее опасно при облучении внутреннем, т.е. при попадании-таки в организм человека, причем по той же самой причине: взаимодействуют с атомами хорошо! То есть смысл защиты — любой — в том, чтобы частицы, по возможности, остались в ней, провзаимодействовав с *ее* атомами, и, таким образом, не достигли тела человека. Так вот, для замедлителя α-частицы — по упомянутым причинам — наиболее удобны, далее электроны — легкие, но заряженные, дальше фотоны — безмассовые и нейтральные. Они и являются наиболее опасными при внешнем, наружном облучении, поскольку представляют наибольшее затруднение для замедлителя — велика вероятность «проскакивания» его и, соответственно, попадания в организм. Основное поражающее действие: ионизация атомов, собственно, известный фотоэффект — вырывание электронов, «сбивающее» нормальное функционирование клетки.

Последний вопрос, традиционно относящийся сюда и в любом учебнике разбираемый, хотя к ядру, по существу, не относящийся вовсе, — методы регистрации заряженных частиц. Вопрос этот более обширный, чем может показаться; вернее, его можно сделать более обширным. Речь идет о том, что в камере Вильсона и пузырьковой камере используются так называемые метастабильные состояния — пересыщенный пар и перегретая жидкость. Так вот, там, в «молекулярке», это, как ни странно, совсем не разбирали. Во-первых, тогда еще было непонятно, есть ли на это время. Не будем лишний раз говорить о том, сколь необязательно это вообще! Во-вторых, агрегатные состояния, куда, понятно, относится этот вопрос, там располагались *до* обсуждения поверхностного натяжения, а не после, а объяснить все, касающееся метастабильности, без ссылок на поверхностное натяжение невозможно. Сейчас уже поверхностное натяжение пройдено, помнится, мягко выражаясь, отнюдь не все — зато теперь это надо все же не проходить, а вспоминать, а это уже совсем другое. Да и со временем понятно — впереди уже только экзамен, поэтому, осталось ли его хоть немного для всех этих познавательных забав, сейчас уже очевидно.

Для теоретического предсказания соответствующих состояний требуется вывести-таки уравнение Ван-дер-Ваальса. Выводится оно тем самым вузовским способом (*Савельев*) — путем внесения поправок в уравнение Менделеева—Клапейрона. Поправка первая: из давления идеального газа вычесть некую величину, как-то учитывающую то обстоятельство, что в реальном газе молекулы притягиваются друг к другу, за счет чего на стенки давят меньше. То есть к давлению реального (дабы получить снова давление идеального) нужно эту поправку прибавить. Что это за величина? Разобьем условно реальный газ на две части — притягивающиеся, как мы уже сказали. Сила притяжения частей, а стало быть, и искомая поправка в давлении, очевидно, пропорциональна числу молекул в первой части и числу молекул во второй, ибо сила взаимодействия появляется из-за притяжения каждой молекулы одной части к каждой молекуле другой. Оба этих параметра пропорциональны, понятно, давлению газа, стало быть, искомая величина прямо пропорциональна давлению в квадрате или, то же самое, обратно пропорциональна квадрату объема. (Здесь в качестве упомянутых частей могут рассматриваться молекулы в слое, прилегающем к стенкам, и все остальные.) Итак, поправка представляет собой величину, обратно пропорциональную объему газа, т.е. некую константу, характеризующую конкретный газ, деленную на V^2:

$$p = p_{ид} - a/V^2;$$

$$p_{ид} = p + a/V^2.$$

Другая поправка, вносимая на этот раз в объем, состоит в том, что из объема, предоставленного газу, нужно вычесть некую величину, на которую приходится объем самих молекул, ибо в реальном газе они не точечные. Внеся эти поправки в уравнение Менделеева–Клапейрона, мы и получим уравнение Ван-дер-Ваальса: $(p - a/V^2)(V - b) = RT$.

Не вдаваясь — как мы это нечасто, но все же делали — в математическое доказательство, сообщим в жанре математической ссылки, что решениями уравнения такого вида (а это кубическая парабола) будут функции $p(V)$, изображаемые графически различно в зависимости от параметра T, т.е. мы получаем семейство изотерм. Только выглядеть нижние (до критической) будут, как это следует непосредственно из Ван-дер-Ваальса, совсем не так, как мы привыкли рисовать, у кубических парабол никаких «полочек» нет. Полученные графики придется интерпретировать по участкам. Участок с «обратным наклоном» — посередине — очевидно неустойчив. Здесь давление с ростом объема увеличивается, т.е. малое расширение приводит к тому, что давление в расширившейся области станет еще больше, что, в свою очередь, вызовет дальнейшее расширение, приводящее к новому увеличению давления, и так будет без конца. То есть расширение будет принципиально неостановимо. Это надо интерпретировать так, что подобное состояние реально неосуществимо; таким способом математика объясняет нам, что существование в этой области однородного вещества невозможно, устойчивых состояний здесь нет. То есть единственный вариант — существование вещества в виде распадения на фазы — имеются в виду, понятно, жидкость и газ.

Итак, здесь «нераспадение» на фазы обеспечить нельзя, но остаются участки — левый и правый — с «нормальным» наклоном графика на них — при увеличении объема давление падает, но по-прежнему нет никакой «полочки». Проведем же ее — мы получили привычную нам изотерму реального газа, как она выглядит, если температура меньше критической, и некие участки справа над ней и слева под — это и есть пересыщенный пар и перегретая жидкость. Дело в том, что если мы сжимаем реальный газ, то мы, вообще говоря, не переходим на «полочку». Вместо этого мы поднимаемся выше (движемся, понятно, справа налево). Как такое может быть? Где же давление насыщенного пара, выше которого, как мы говорили, давление в газе быть не может, ибо попытка дальше этот газ сжать приводит уже не к сжатию и, стало быть, росту давления, а к конденсации и убыли массы? Дело в том, что первая появляющаяся капелька — начало конденсации — благодаря силам поверхностного натяжения, стремящимся всегда минимизировать площадь поверхности, появляется сферической. И поверхность ее, стало быть, искривлена, причем в сторону жидкости. А значит, для каждой поверхностной молекулы условия вылета облегчены, она — вследствие «закругленности» поверхности — взаимодействует с несколько меньшим числом соседей по сравнению с ситуацией поверхности плоской. Ей вылететь и улететь от соседей несколько проще, чем в случае, когда капля растеклась бы по чему-либо плоскому (причина, по которой мы добьемся описываемой ситуации, только в очищенном от примесей газе, где образовавшейся капле не по чему растекаться). В состоянии, когда капля сферическая и возможности для испарения больше, динамическое равновесие не достигается, притом что оно было бы достигнуто в случае плоской поверхности. Если динамическое равновесие не наступает и испарение продолжает преобладать над конденсацией — капля испаряется. Мы получаем ситуацию, когда жидкости в результате нет, и продолжаем сжимать газ.

Далее все повторяется. Появляется капля. При отсутствии возможностей для растекания она остается благодаря поверхностному натяжению сферической, вследствие такой формы поверхности возможности для вылета молекул облегчены — равновесие не достигается. То есть пар, окружающий каплю, таким образом, остается ненасыщенным (конденсация все еще не может догнать испарение) — и капля испаряется. И так продолжается до тех пор, пока динамическое равновесие не наступит для сферической капли уже практически молекулярных размеров. То есть пар вокруг образовавшейся капли плотный уже настолько, что вследствие этого на каплю идет такая интенсивная конденсация, что даже при облегченных условиях для испарения и, стало быть, большой интенсивности испарения конденсация с ней «сравнивается» и динамическое равновесие наступает — даже при такой кривизне поверхности. Понятно, что в этой ситуации дальнейшее сжатие вещества без разделение на фазы уже невозможно. Происходит резкий переход пара в жидкость — на графике это соответствует вершине метастабильного участка над «полочкой» (дальше уже следует тот участок, о нереализуемости которого мы говорили) — и мы «сваливаемся» на «полочку». Участок над «полочкой» и есть метастатическое состояние пересыщенного пара.

Аналогично с нагретой жидкостью. Мы движемся слева и расширяем очищенную жидкость. Если нет примесей и возникающему пузырьку не на чем «растянуться», силы поверхностного натяжения оставляют его сферическим, из-за чего испарение жидкости внутрь его затруднено (каждая молекула взаимодействует с большим количеством соседей, нежели в случае с плоской поверхностью). Испарение «не догоняет» конденсацию, и он схлопывается — у нас по-прежнему только жидкость. Динамическое равновесие не достигнуто, притом что оно было бы достигнуто в случае плоской поверхности. И так продолжается до момента, изображаемого самой нижней точкой, пока пар внутри пузырька не будет иметь давление столь малое, что испарение сможет «догнать» конденсацию и сравняться с ней даже при кривизне пузырька молекулярных размеров. После этого сохранять одну жидкость уже невозможно — она вскипает, на графике это соответствует резкому переходу на «полочку». Вот — о метастабильных состояниях. Теперь понятно, что, изображая сразу «полочку», мы просто-напросто игнорировали их, однако математика аккуратно нас к ним возвращает — видом кубической параболы, появляющейся из уравнения. Обратим внимание на нечто поистине удивительное — ради этого, на самом деле, а вовсе не ради этих камер мы и вдавались во все эти подробности.

Уравнение Ван-дер-Ваальса, открывшее нам все эти дали, было получено, как мы помним, из соображений весьма приблизительных и эфемерных — все эти поправки в уравнение состояния идеального газа, вносимые по весьма и весьма «произвольным» соображениям. И тем не менее наши предсказания в результате оказались неожиданно точны, обширны и, главное, исключительно далеки от тех схематично-условных предпосылок, которые клались в основу! То есть то, что *дало* уравнение, в частности четкое предсказание обоих метастабильных состояний, куда глубже и точнее *положенного в основу*. В этом и состоит изумительная мощь математики — достаточно угадать в чем-то малом, подмеченном наполовину случайно, некая одна верная деталь — этого достаточно. Все остальное она *сделает сама*. Ко всему остальному приведут математические выкладки уже «без нас», ничего больше уже не требуется. Образ того, сколь больше дает математическая теория «на выходе» в сравнении с тем, на основе чего

она базируется! Именно в этот момент у них есть шанс почувствовать всю, не побоимся этого слова, грандиозность и все изящество математического знания, чем и является, собственно, наш предмет.

Дальше «по делу» (ставим кавычки, поскольку, что именно у нас наиболее «по делу», как уже говорилось, вопрос тонкий): к приборам. Обе камеры — и Вильсона, и пузырьковая — являются трековыми и используют метастабильные состояния. Вещество приводится либо в состояние пересыщенного пара (камера Вильсона) адиабатическим расширением газа, благодаря чему мы попадаем на метастабильный участок «сверху», либо в состоянии перегретой жидкости (пузырьковая камера) опять же путем расширения — на этот раз жидкости — и мы попадаем снова «сверху» на метастабильный участок, просто проскакивая «полочку». (Соответственно, и газ, и жидкость для возможности достижения метастабильности должны быть, как уже упоминалось, очищенными.) Пролетающая частица, трек которой должен быть получен, осуществляет ионизацию встречных атомов, они становятся заряженными ионами, в результате чего становятся центрами конденсации в одном случае и парообразования — в другом. Далее для большей информативности камера помешается в магнитное поле и искривленный трек фотографируется, что позволяет, как известно, получать информацию об удельном заряде пролетающих частиц, не говоря уже об исключительно ценной возможности наблюдения столкновений и распадов. Сделать такую камеру Вильсона на самом деле относительно несложно из простой кастрюли (разумеется, стеклянной), хотя и не без ряда своих ухищрений. Однажды, помнится, мы (аж забравшись для этого в ЦЕРН — по правде сказать, вряд ли стоило) даже соорудили это устройство. И вот тогда кто-то задал вопрос «наставнику», специализирующемуся именно на этих упражнениях со всеми приезжающими группами: так что же все-таки нужно сделать теперь, когда все сконструировано, чтобы эти треки (а это, как уже было понятно, должны быть крошечные спиральные, поскольку навиваются на магнитные линии, завитки из мельчайших капелек), наконец, ухитриться-таки пронаблюдать; дело в том, что реально это практически невозможно. Не раздумывая ни секунды, он на это ответил, что теперь, когда уже все сооружено и подготовлено, надо сделать главное: помолиться.

На этом и хотелось бы закончить.

НА ДОСКЕ

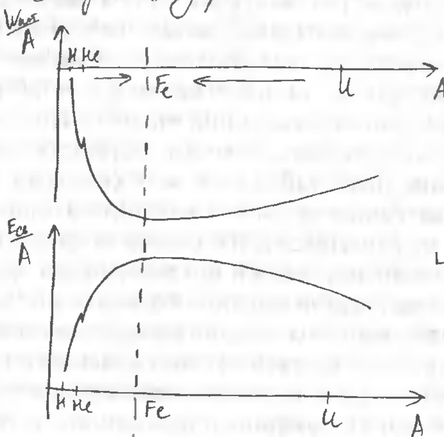
листы № 176, 177, 178, 179, 180.

Ядро.

$^{A}_{Z}X$ A – число нуклонов
Z – число протонов
N – число нейтронов

$A = Z + N$

Связь — „ядерные силы"



$\boxed{E_{св} = |W_p|}$

лёгкие — выгоден синтез
тяжёлые — выгоден распад

$M = m_1 + m_2 + \frac{W_p}{c^2}$ $(W_p < 0)$

$M = m_1 + m_2 - \frac{E_{св}}{c^2}$ $(E > 0)$

Ядро: $M_я = Zm_p + (A - Z)m_n - \frac{E_{св}}{c^2}$

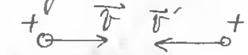
$\underbrace{\left[Zm_p + (A-Z)m_n - M_я\right]}_{\Delta m} c^2 = E_{св}$

Δm – „дефект масс"

$\Delta m c^2 = E_{св}$ – „построение гр. $\frac{E_{св}}{A}(A)$"

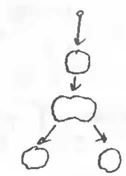
176

1. Синтез лёгких



Требуется сближение, несмотря на кулоновское отталкивание

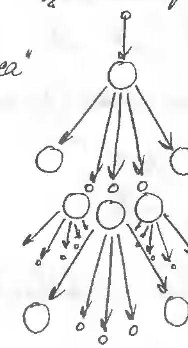
2. Деление тяжёлых

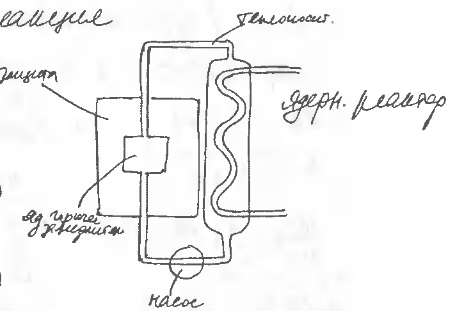


Требуется удаление нуклонов, далее разрыв кулоновским отталкиванием

Цепная реакция

„Критич. масса"





$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$

Тепловые явления (испарение 1 кг воды) $\Delta E \sim 10^6$ Дж; $\Delta m \sim \frac{10^6}{10^{16}} \sim 10^{-10}$ кг

Химические р-ции (сгорание 1 кг угля) $\Delta E \sim 10^7$ Дж; $\Delta m \sim \frac{10^7}{10^{16}} \sim 10^{-9}$ кг

Ядерные р-ции (превр. 1 кг водорода в гелий) $\Delta E \sim 10^{14}$ Дж; $\Delta m \sim \frac{10^{14}}{10^{16}} \sim 10^{-2}$ кг

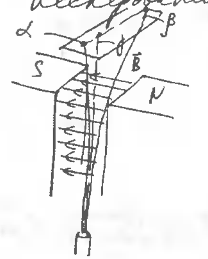
177

Радиоактивность.

естественная (без воздействия)

искусственная (при бомбардировке част.)

исследование



$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He \quad (\text{„}\alpha\text{“})$$

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu} \quad (\text{„}\beta\text{“})$$

З-н радиоактивного распада

$$|\Delta N| \sim N\Delta t, \quad \text{т.е.} \quad \frac{\Delta N}{N} \sim \Delta t$$

$$dN = -\lambda N dt \qquad \lambda \text{ – постоянная распада}$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt \qquad \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T}$$

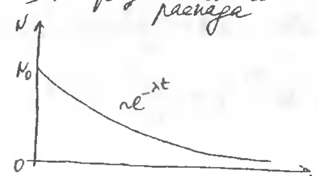
$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \qquad \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\lambda t \qquad \underline{T = \frac{\ln 2}{\lambda}} \text{ – период полураспада}$$

$$\underline{N = N_0 e^{-\lambda t}} \qquad N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$$

$$\underline{N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}}$$

З-н радиоактивного распада

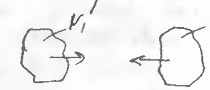


Методы регистрации заряженных частиц

1. Счетчик Гейгера;
2. Фотоэмульсии;
3. Камера Вильсона;
4. Пузырьковая камера.

Метастабильные состояния (камера Вильсона, пузырьков камера)

Ур-е Ван-дер-Ваальса



$$N_1 \sim n \qquad N_2 \sim n$$

$$\Delta p \sim N_1 N_2 \sim n^2 \sim \frac{1}{V^2}$$

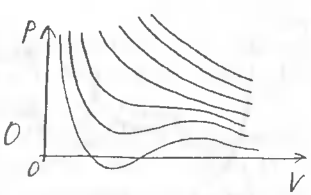
$$p_{ид} V = RT \quad (1\text{ моль}) \qquad p = p_{ид} - \Delta p, \quad p_{ид} = p + \Delta p$$

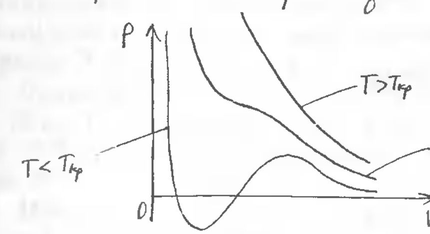
$$p_{ид} \to p + \Delta p = p + \frac{a}{V^2}$$

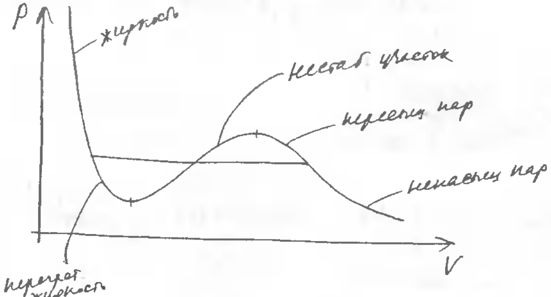
$$V \to V - b \qquad b \text{ – объём самих частиц}$$

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

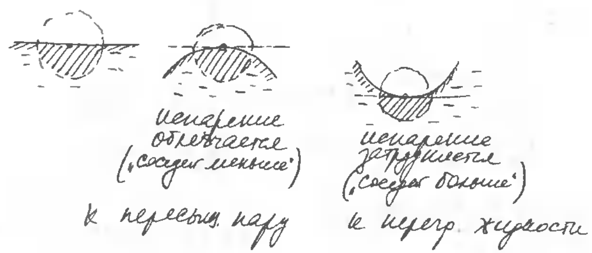
$$V^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)V^2 + \frac{a}{p}V - \frac{ab}{p} = 0$$

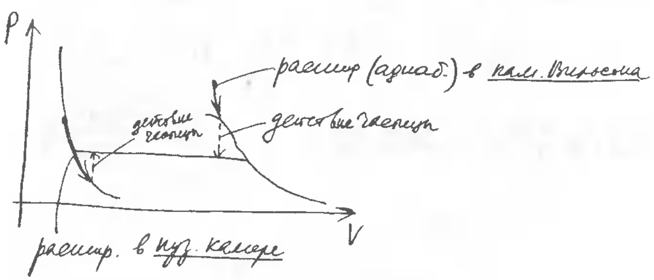






Роль поверхностного натяжения.





180

КРАТКИЙ СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Асламазов Л.Г., Слободецкий И.Ш.* ЗАДАЧИ и не только ПО ФИЗИКЕ. — М.: Бюро Квантум: Техносфера, 2005.

2. *Гершензон Е.М., Малов Н.Н., Мансуров А.Н.* Оптика и атомная физика: учеб пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. — М.: Академия, 2000.

3. *Зильберман Г.Е.* Электричество и магнетизм. — М.: Наука,1970.

4. *Иродов И.Е.* Механика. Основные законы/ И.Е. Иродов. — 9-е изд. — М.: БИНОМ: Лаборатория Знаний, 2007.

5. *Иродов И.Е.* Физика макросистем. Основные законы/ И.Е. Иродов. — 2-е изд., доп. — М.: БИНОМ: Лаборатория Знаний, 2004.

6. *Иродов И.Е.* Электромагнетизм. Основные законы/И.Е. Иродов. — 4-е изд., испр. — М.: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2003.

7. *Иродов И.Е.* Волновые процессы. Основные законы/ И.Е. Иродов. — 5-е изд., испр. — М.: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2010.

8. *Иродов И.Е.* Квантовая физика. Основные законы: учебное пособие для вузов/И.Е. Иродов. — 3-е изд., стереотип. — М.: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2010.

9. *Кикоин И.К., Кикоин А.К.* Физика: учебник для 9 кл. общеобразоват. Учреждений . — 8-е изд. — М.: Просвещение: Московские учебники, 2000.

10. *Ландау Л.Д., Ахиезер А.И., Лившиц Е.М.* Курс общей физики. Механика и молекулярная физика. — М.: Наука: Глав. ред. физ.-мат. лит., 1969.

11. Физика. Механика. 10 кл. Профильный уровень: учебник для общеобразоват. учреждений /М.М. Балашов, А.И. Гомонова, А.Б.Долицкий и др.; под ред. Г.Я. Мякишева. — 12 изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2010.

12. *Мякишев Г.Я.* Физика. Молекулярная физика. Термодинамика. 10 кл. Профильный уровень: учеб. для общеобразоват. учреждений /Г.Я.Мякишев, А.З.Синяков. — 12 изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2010.

13. *Мякишев Г.Я.* Физика. Электродинамика. 10–11кл. Профильный уровень: учеб. для общеобразоват. учреждений/ Г.Я.Мякишев, А.З.Синяков., Б.А. Слободсков. — 4-е изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2002.

14. *Мякишев Г.Я., Синяков А.З.* Физика. Колебания и волны. 11 кл.: учебник для углубленного изучения физики. — М.: Дрофа, 2001.

15. *Мякишев Г.Я., Синяков А.З.* Оптика. Квантовая физика. 11 кл.: учебник для углубленного изучения физики. — М.: Дрофа, 2001.

16. Физика: учеб. пособие для 10 кл. шк. и классов с углубл. изуч. физики/ Ю.И. Дик, О.Ф.Кабардин, В.А.Орлов и др.; под ред. А.А.Пинского. — М.: Просвещение, 1993.

17. Физика: Учеб. пособие для 11 кл. шк. и классов с углубл. изуч. физики/ А.Т. Глазунов, О.Ф. Кабардин, А.Н. Малинин и др.; под ред. А.А. Пинского. — М.: Просвещение, 1994.

18. *Савельев И.В.* Курс физики: учебник: В 3 т. — М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

19. *Сивухин Д.Б.* Общий курс физики: учеб. пособие для вузов. В 5 т. — 4-е изд., стереотип. — М.: ФИЗМАТЛИТ: Изд-во МФТИ, 2005.

20. *Суорц Кл.Э.* Необыкновенная физика обыкновенных явлений: пер. с англ. В 2 т. — М.: Наука: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.

21. *Фейнман Р.* Фейнмановские лекции по физике: пер. с англ./ Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. — М.: Мир, 1967.

22. *Эткинс П.* Порядок и беспорядок в природе: пер. с англ./ Предисл. Ю.Г. Рудого. — М.: Мир, 1987.

23. *Яворский Б.М., Пинский. А.А.* Основы физики: учеб. пособие. В 2 т. — 3-е изд., перераб. — М.: Наука: Глав. ред. физ.-мат. лит., 1981.

Оглавление

ГОРБУШИН Сергей Александрович

Учитель, проработавший в московской гимназии № 1514 более двадцати лет и подготовивший за это время к поступлению в самые престижные вузы огромное число абитуриентов. Лауреат премии Президента Российской Федерации, многократный обладатель гранта Правительства Москвы, ежегодный (с 2004 по 2015 год) победитель в конкурсе учителей фонда «Династия» в номинации «Наставник будущих ученых», почетный работник общего образования.

ISBN 978-5-16-010991-6

9 785160 109916